Câu 19. **[1D5-2.5-2]** **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018)** Gọi d là tiếp tuyến của hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -3. Khi đó d tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích là

A. $S=\frac{169}{6}$. **B.** $S=\frac{121}{6}$. **C.** $S=\frac{25}{6}$. **D.** $S=\frac{49}{6}$.

Lời giải

Chọn A.

Tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị là $M(-3;4)$.

$f'(x)=\frac{3}{(x+2)^2}$, $f'(-3)=3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(-3;4)$ là

$y=3.(x+3)+4$ hay $y=3x+13$.

Các giao điểm của tiếp tuyến này với các trục tọa độ là $A(0;13)$, $B\left(-\frac{13}{3};0\right)$.

Tam giác OAB tạo thành có diện tích là $S=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}.13.\frac{13}{3}=\frac{169}{6}$.

Vậy $S=\frac{169}{6}$.

Câu 19. **[1D5-2.5-2]** **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Gọi đường thẳng $y=ax+b$ là phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x=1$. Tính $S=a-b$.

A. $S=\frac{1}{2}$. **B.** $S=2$. **C.** $S=-1$. **D.** $S=1$.

Lời giải

Ta có:

$x_0=1 \Rightarrow y_0=\frac{1}{2}$.

$y'=\frac{3}{(x+1)^2} \Rightarrow f'(1)=\frac{3}{4}$

Phương trình tiếp tuyến có dạng: $y=\frac{3}{4}(x-1)+\frac{1}{2} \Rightarrow y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=\frac{3}{4} \\ b=-\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow S=a-b=1.$$

Câu 19. **[1D5-2.5-2] (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Gọi đường thẳng $y = ax + b$ là phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x = 1$. Tính $S = a - b$.

A. $S = \frac{1}{2}$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = -1$. **D.** $S = 1$.

Lời giải

Ta có:

$x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = \frac{1}{2}$.

$y' = \frac{3}{(x+1)^2} \Rightarrow f'(1) = \frac{3}{4}$

Phương trình tiếp tuyến có dạng: $y = \frac{3}{4}(x-1) + \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow S = a - b = 1$.

Câu 20. **[1D5-2.5-2] (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $f''(x) = 0$ có hệ số góc bằng

A. -4. **B.** $\frac{47}{12}$. **C.** $-\frac{13}{4}$. **D.** $-\frac{17}{4}$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = x^2 - x - 4 \Rightarrow f''(x) = 2x - 1$. Suy ra $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Do đó hệ số góc của tiếp tuyến là $f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{17}{4}$.

Câu 20. **[1D5-2.5-2] (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $f''(x) = 0$ có hệ số góc bằng

A. -4. **B.** $\frac{47}{12}$. **C.** $-\frac{13}{4}$. **D.** $-\frac{17}{4}$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = x^2 - x - 4 \Rightarrow f''(x) = 2x - 1$. Suy ra $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Do đó hệ số góc của tiếp tuyến là $f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{17}{4}$.

Câu 39: **[1D5-2.5-2]** **(ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Trong 3 đường thẳng $(d_1): y = 7x - 9$, $(d_2): y = 5x + 29$, $(d_3): y = -5x - 5$ có bao nhiêu đường thẳng là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2x - 4$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

+ Xét $(d_1): y = 7x - 9$.

(d_1) là tiếp tuyến của đồ thị khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3 + 3x^2 - 2x - 4 = 7x - 9 \\ 3x^2 + 6x - 2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 3x^2 - 9x + 5 = 0 \\ 3x^2 + 6x - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -5 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy (d_1) là tiếp tuyến của đồ thị.

+ Xét $(d_2): y = 5x + 29$.

(d_2) là tiếp tuyến của đồ thị khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3 + 3x^2 - 2x - 4 = 5x + 29 \\ 3x^2 + 6x - 2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 3x^2 - 7x - 33 = 0 \\ 3x^2 + 6x - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-3 + \sqrt{30}}{3} \\ x = \dfrac{-3 - \sqrt{30}}{3} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x \in \varnothing.$$

Vậy (d_2) không là tiếp tuyến của đồ thị.

+ Xét $(d_3): y = -5x - 5$.

(d_3) là tiếp tuyến của đồ thị khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3 + 3x^2 - 2x - 4 = -5x - 5 \\ 3x^2 + 6x - 2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0 \\ 3x^2 + 6x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1.$$

Vậy (d_3) là tiếp tuyến của đồ thị.

Câu 24: **[1D5-2.5-2]** **[SỞ GD VÀ ĐT ĐÀ NẴNG 2017-2018]** Cho hàm số $y = -x^3 + 4x^2 + 2x - 3$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 7x - 5$

A. $y = 7x - \dfrac{499}{27}$. **B.** $y = 7x - 5$. **C.** $y = 7x - \dfrac{131}{27}$. **D.** $y = 7x + \dfrac{131}{27}$.

Lời giải

Chọn C.

$y' = -3x^2 + 8x + 2$.

Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y=7x-5$ $\Rightarrow f'(x_o)=7$

$\Rightarrow -3x_o^2+8x_o-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_o=1 \\ x_o=\dfrac{5}{3} \end{array}\right.$.

Với $x_o=1 \Rightarrow y_o=2$. Phương trình tiếp tuyến $y=7x-5$ (loại).

Với $x_o=\dfrac{5}{3} \Rightarrow y_o=\dfrac{184}{27}$. Phương trình tiếp tuyến $y=7x-\dfrac{131}{27}$.

Câu 22. **[1D5-2.5-2] (SỞ GD-ĐT BÌNH THUẬN-2018)** Cho hàm số $y=x^3-6x^2+x+1$ có đồ thị (C). Trong tất cả các tiếp tuyến của (C), tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là

A. $y=16x-19$. **B.** $y=-11x+9$. **C.** $y=-8x+5$. **D.** $y=37x+87$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $y'=3x^2-12x+1$.

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x_0 là:

$k=3x_0^2-12x_0+1=3(x_0-2)^2-11\geq -11$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hệ số góc là -11 tại $x_0=2$.

Ta có: $y(2)=-13$.

Phương trình tiếp tuyến của của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0=2$ là:

$y=-11(x-2)-13=-11x+9$.

Câu 28: **[1D5-2.5-2] (THPT KINH MÔN -LẦN 2-2018)** Gọi (d) là tiếp tuyến của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -3. Khi đó (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích là:

A. $S=\dfrac{169}{6}$. **B.** $S=\dfrac{121}{6}$. **C.** $S=\dfrac{25}{6}$. **D.** $S=\dfrac{49}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị là $M(-3;4)$.

$f'(x)=\dfrac{3}{(x+2)^2}$, $f'(-3)=3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(-3;4)$ là:

$y=3.(x+3)+4$ hay $y=3x+13$.

Các giao điểm của tiếp tuyến này với các trục tọa độ là: $A(0;13)$, $B\left(-\dfrac{13}{3};0\right)$.

Tam giác OAB tạo thành có diện tích là:

$S=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}.13.\frac{13}{3}=\frac{169}{6}$.

Vậy $S=\frac{169}{6}$.

Câu 6: **[1D5-2.5-2] (THPT Kim Liên - HN - L1 - 2018)** Cho hàm số $y=-x^3+2x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y=x$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y'=-3x^2+4x$.

Gọi $M\left(x_0;-x_0^3+2x_0^2\right)$ là tiếp điểm. Hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại M là: $k=-3x_0^2+4x_0$.

Vì tiếp tuyến của (C) tại M song song với đường thẳng $y=x$ nên ta có:

$$-3x_0^2+4x_0=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=1 \\ x_0=\frac{1}{3} \end{array}\right..$$

Tại $x_0=1\Rightarrow M(1;1)$: Phương trình tiếp tuyến là: $y=x$ (loại).

Tại $x_0=\frac{1}{3}\Rightarrow M\left(\frac{1}{3};\frac{5}{27}\right)$: Phương trình tiếp tuyến là: $y=x-\frac{4}{27}$ (thỏa mãn).