

Câu 19. [1D5-2.5-2] (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Gọi d là tiếp tuyến của

hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -3 . Khi đó d tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích là

A. $S = \frac{169}{6}$

B. $S = \frac{121}{6}$

C. $S = \frac{25}{6}$

D. $S = \frac{49}{6}$

Lời giải

Chọn A.

Tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị là $M(-3;4)$.

$$f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}, \quad f'(-3) = 3.$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(-3;4)$ là

$$y = 3 \cdot (x+3) + 4 \quad \text{hay} \quad y = 3x + 13.$$

Các giao điểm của tiếp tuyến này với các trục tọa độ là $A(0;13)$, $B\left(-\frac{13}{3};0\right)$.

Tam giác OAB tạo thành có diện tích là $S = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot \frac{13}{3} = \frac{169}{6}$.

Vậy $S = \frac{169}{6}$.

Câu 19. [1D5-2.5-2] (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Gọi đường thẳng $y = ax + b$

là phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x=1$. Tính $S = a - b$.

A. $S = \frac{1}{2}$

B. $S = 2$

C. $S = -1$

D. $S = 1$

Lời giải

Ta có:

$$x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = \frac{1}{2}.$$

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2} \Rightarrow f'(1) = \frac{3}{4}$$

Phương trình tiếp tuyến có dạng: $y = \frac{3}{4}(x-1) + \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow S = a - b = 1.$$

Câu 19. [1D5-2.5-2] (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Gọi đường thẳng $y = ax + b$

là phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x = 1$. Tính $S = a - b$.

A. $S = \frac{1}{2}$.

B. $S = 2$.

C. $S = -1$.

D. $S = 1$.

Lời giải

Ta có:

$$x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = \frac{1}{2}.$$

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2} \Rightarrow f'(1) = \frac{3}{4}$$

Phương trình tiếp tuyến có dạng: $y = \frac{3}{4}(x-1) + \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow S = a - b = 1.$$

Câu 20. [1D5-2.5-2] (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $f''(x) = 0$ có hệ số góc bằng

A. -4 .

B. $\frac{47}{12}$.

C. $-\frac{13}{4}$.

D. $-\frac{17}{4}$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = x^2 - x - 4 \Rightarrow f''(x) = 2x - 1$. Suy ra $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Do đó hệ số góc của tiếp tuyến là $f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{17}{4}$.

Câu 20. [1D5-2.5-2] (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $f''(x) = 0$ có hệ số góc bằng

A. -4 .

B. $\frac{47}{12}$.

C. $-\frac{13}{4}$.

D. $-\frac{17}{4}$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = x^2 - x - 4 \Rightarrow f''(x) = 2x - 1$. Suy ra $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Do đó hệ số góc của tiếp tuyến là $f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{17}{4}$.

Câu 39: [1D5-2.5-2] (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Trong 3 đường thẳng $(d_1): y = 7x - 9$, $(d_2): y = 5x + 29$, $(d_3): y = -5x - 5$ có bao nhiêu đường thẳng là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2x - 4$.

A. 0. B. 1. **C. 2.** D. 3.

Lời giải

Chọn C.

+ Xét $(d_1): y = 7x - 9$.

(d_1) là tiếp tuyến của đồ thị khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3 + 3x^2 - 2x - 4 = 7x - 9 \\ 3x^2 + 6x - 2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 3x^2 - 9x + 5 = 0 \\ 3x^2 + 6x - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy (d_1) là tiếp tuyến của đồ thị.

+ Xét $(d_2): y = 5x + 29$.

(d_2) là tiếp tuyến của đồ thị khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3 + 3x^2 - 2x - 4 = 5x + 29 \\ 3x^2 + 6x - 2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 3x^2 - 7x - 33 = 0 \\ 3x^2 + 6x - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{-3 + \sqrt{30}}{3} \\ x = \frac{-3 - \sqrt{30}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

Vậy (d_2) không là tiếp tuyến của đồ thị.

+ Xét $(d_3): y = -5x - 5$.

(d_3) là tiếp tuyến của đồ thị khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3 + 3x^2 - 2x - 4 = -5x - 5 \\ 3x^2 + 6x - 2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0 \\ 3x^2 + 6x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1.$$

Vậy (d_3) là tiếp tuyến của đồ thị.

Câu 24: [1D5-2.5-2] [SỞ GD VÀ ĐT ĐÀ NẴNG 2017-2018] Cho hàm số $y = -x^3 + 4x^2 + 2x - 3$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 7x - 5$

A. $y = 7x - \frac{499}{27}$. B. $y = 7x - 5$. C. $y = 7x - \frac{131}{27}$. D. $y = 7x + \frac{131}{27}$.

Lời giải

Chọn C.

$$y' = -3x^2 + 8x + 2.$$

Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 7x - 5 \Rightarrow f'(x_0) = 7$

$$\Rightarrow -3x_0^2 + 8x_0 - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = \frac{5}{3} \end{cases}$$

Với $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 2$. Phương trình tiếp tuyến $y = 7x - 5$ (loại).

Với $x_0 = \frac{5}{3} \Rightarrow y_0 = \frac{184}{27}$. Phương trình tiếp tuyến $y = 7x - \frac{131}{27}$.

Câu 22. [1D5-2.5-2] (SỞ GD-ĐT BÌNH THUẬN-2018) Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + x + 1$ có đồ thị (C) .

Trong tất cả các tiếp tuyến của (C) , tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là

A. $y = 16x - 19$

B. $y = -11x + 9$

C. $y = -8x + 5$

D. $y = 37x + 87$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $y' = 3x^2 - 12x + 1$.

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x_0 là:

$$k = 3x_0^2 - 12x_0 + 1 = 3(x_0 - 2)^2 - 11 \geq -11$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hệ số góc là -11 tại $x_0 = 2$.

Ta có: $y(2) = -13$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ là:

$$y = -11(x - 2) - 13 = -11x + 9$$

Câu 28: [1D5-2.5-2] (THPT KINH MÔN - LẦN 2-2018) Gọi (d) là tiếp tuyến của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -3 . Khi đó (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích là:

A. $S = \frac{169}{6}$

B. $S = \frac{121}{6}$

C. $S = \frac{25}{6}$

D. $S = \frac{49}{6}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị là $M(-3; 4)$.

$$f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}, \quad f'(-3) = 3$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(-3; 4)$ là:

$$y = 3(x + 3) + 4 \quad \text{hay} \quad y = 3x + 13$$

Các giao điểm của tiếp tuyến này với các trục tọa độ là: $A(0; 13)$, $B\left(-\frac{13}{3}; 0\right)$.

Tam giác OAB tạo thành có diện tích là:

$$S = \frac{1}{2} OA.OB = \frac{1}{2}.13.\frac{13}{3} = \frac{169}{6}$$

Vậy $S = \frac{169}{6}$.

Câu 6: [1D5-2.5-2] (THPT Kim Liên - HN - L1 - 2018) Cho hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ có đồ thị (C) .

Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = x$.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y' = -3x^2 + 4x$.

Gọi $M(x_0; -x_0^3 + 2x_0^2)$ là tiếp điểm. Hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại M là: $k = -3x_0^2 + 4x_0$.

Vì tiếp tuyến của (C) tại M song song với đường thẳng $y = x$ nên ta có:

$$-3x_0^2 + 4x_0 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Tại $x_0 = 1 \Rightarrow M(1;1)$: Phương trình tiếp tuyến là: $y = x$ (loại).

Tại $x_0 = \frac{1}{3} \Rightarrow M\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{27}\right)$: Phương trình tiếp tuyến là: $y = x - \frac{4}{27}$ (thỏa mãn).