

AÑO 2013

MATEMÁTICAS II

Problema 1

Se considera el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + ky + z = 1 \\ kx + y + 2z = 5 \end{cases}$, $k \in \mathbb{R}$

- Determine el carácter del sistema según los valores del parámetro k .
- Resuelva el sistema para $k = 0$.
- Resuelva el sistema para $k = 2$.

Problema 2

Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 4}$

- Determine el dominio de definición de la función f y calcule sus asíntotas.
- Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función f .
- Esboce la gráfica de la función f .

Problema 3

Considere la recta $r: \frac{x-5}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-5}$ y el plano $\pi: x + y + z + 4 = 0$

- Estudie la posición relativa de la recta r y el plano π .
- Calcule la ecuación general del plano π_1 que es perpendicular al plano π y contiene a la recta r .
- Halle la distancia del punto $P(1, -2, 1)$ al plano π .

Problema 4

Considere las matrices: $A = \begin{pmatrix} a & 2 & 4 & 3 \\ a & 2 & 6 & 2 \\ a & 3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b & 1 & 4 & 3 \\ b & 2 & 6 & 2 \\ b & 3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$, con $a, b \in \mathbb{R}$

- Calcule el valor del parámetro a para que el determinante de la matriz A sea igual a 4.
- Determine para qué valores del parámetro a la matriz A es regular (invertible).
- Demuestre que la matriz B no tiene inversa para ningún valor del parámetro b .

AÑO 2014

MATEMÁTICAS II

Problema 1

Se considera el sistema de ecuaciones lineales: $\begin{cases} x + ay + z = 4 \\ x + 3y + z = 5 \\ ax + y + z = 4 \end{cases}$, $a \in \mathbb{R}$

- Determine el carácter del sistema según los valores del parámetro a .
- Resuelva el sistema para $a = 1$.
- Resuelva el sistema para $a = 2$.

Problema 2

Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{si } x < 1 \\ 2x - 1, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- Determine el dominio de definición de la función f y estudie su continuidad.
- Calcule las asíntotas de la función f . Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f . Esboce la gráfica de la función f .
- Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función, del eje OX (recta $y = 0$) y las rectas $x = 2$ y $x = 3$.

Problema 3

Considere los puntos $A(2, 0, -1)$, $B(0, 4, -3)$ y $C(1, m, -m)$.

- a) Halle el valor de m para que los puntos A , B y C estén alineados y calcule la ecuación de la recta r que contiene a los tres puntos.
- b) Calcule la ecuación general del plano π que es perpendicular a la recta r y que pasa por el punto B
- c) Determine el área del triángulo de vértices A , B y D , donde $D(1, 1, 1)$.

Problema 4

Considere las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & m & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

- a) Determine para que valores del parámetro m la matriz AB es regular (invertible).
- b) Determine para qué valores del parámetro m la matriz BA es regular (invertible).
- c) Calcule, si es posible, la inversa de la matriz $C = AB$ para $m = 0$.

AÑO 2015

MATEMÁTICAS II

Problema 1.- Considere el sistema de ecuaciones lineales con parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} ax + y - z = 0 \\ x + y + z = a \\ ax - y - z = 0 \end{cases}$$

- a) Determine el carácter del sistema según los valores del parámetro a .
- b) Resuelva el sistema, si es posible, para $a = 0$.
- c) Resuelva el sistema, si es posible, para $a = 1$.

Problema 2.- Considere la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 5}$

- a) Determine el dominio de definición de la función f y calcule sus asíntotas.
- b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de f .
- c) Haga un esbozo de la gráfica de la función f .

Problema 3 Sea $A(1, 2, 1)$, $B(0, 1, 0)$, $C(-1, -1, 1)$ tres puntos de \mathbb{R}^3 .

- a) Calcule las ecuaciones de la recta r que es paralela a \vec{AB} y pasa por C .
- b) Calcule la distancia de A a B .
- c) Calcule el área del triángulo ABC .

Problema 4.- Considere la matriz: $X = \begin{pmatrix} a & 1 & 2 & -2 & 0 & 1 \\ -3a & 1 & a & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, donde $a \in \mathbb{R}$ es un parámetro

- a) ¿Para qué valores de a es la matriz invertible?
- b) Calcule, si existe, la matriz inversa de X cuando $a = 3$.
- c) Calcule el rango de X cuando $a = -2$.

AÑO 2016

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

EJERCICIO N° 1

Opción a

Una asociación de vecinos elige a un nuevo presidente de entre tres posibles candidatos A , B y C . El número total de votos es de 300 (no hay ningún voto nulo o blanco). El número de votos recibido por el candidato C es la diferencia entre el doble de votos del candidato A y el número de votos del B . El número de votantes del candidato B es un cuarto de la suma de los votantes de A y C . Calcular cuántos votos recibe cada candidato.

Opción b

Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$,
 $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

obtener la matriz X solución de la ecuación $A^t B + CDX = O$, donde A^t es la matriz traspuesta de A y O es la matriz con todos sus elementos nulos.

EJERCICIO Nº 2

Opción a

Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 7$, tiene un máximo relativo en el punto $(-1, 14)$ y su gráfica pasa por el punto $(-2, 3)$. Calcular a, b y c.

Opción b

Sea la función $f(x) = (3x^2 - 6x - 3)e^{2x}$. Determinar:

- a) Su función derivada primera.
- b) Sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- c) Los valores de x para los cuales se alcanza un máximo o un mínimo.

Nota: Las soluciones reales, si es que existen, de la ecuación de segundo grado $Ax^2 + Bx + C = 0$,

donde A, B y C son números reales, vienen dadas por la expresión: $x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$

EJERCICIO Nº 3

Opción a

Los estudiantes de nuevo ingreso de la Universidad de Cantabria han realizado una prueba que mide su nivel de inglés. Los datos se distribuyen según muestra la siguiente tabla:

Nota	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10
Nº estudiantes	145	173	167	354	413	93	223	76	32	71	87	38	28

Calcular la media, la moda, la mediana y la desviación típica de la nota de la prueba.

Opción b

De tres máquinas de una fábrica sale el total de unidades producidas de determinada pieza. De la máquina A sale el 43% de la producción total; de la B, el 30% y de la C el 27% restante. Debido a un fallo en las máquinas, son defectuosas el 1% de las piezas elaboradas por la máquina A, el 2% de las procedentes de la máquina B y el 3% de las provenientes de la máquina C.

- a) Escogida una pieza al azar de las elaboradas por la fábrica, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuosa?
- b) Si una pieza escogida al azar no es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido producida por la máquina C?
- c) Calcular la probabilidad de que una pieza que ha salido de la fábrica, no tenga ningún error y salga de la máquina B.

MATEMÁTICAS II

Problema 1 Considere el sistema de ecuaciones dado por:

$$\begin{cases} 2x + y + tz = t \\ tx + z = 3 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}$$

- 1. Determine el carácter del sistema según los valores del parámetro t.
- 2. Calcule todas las soluciones en los casos en los que el sistema sea compatible indeterminado.

Problema 2 Sea f la función definida por: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x}, & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + x, & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1. Determine el dominio de la función f y estudie su continuidad.
2. Calcule las asíntotas de f . Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
3. Calcule el área del recinto limitado por la gráfica, el eje $y = 0$ y las rectas $x = 1$ y $x = 2$.

Problema 3 Sean $A(0, 0, 1)$, $B(1, 2, 2)$, $C(1, 0, 2)$ tres puntos de \mathbb{R}^3 .

1. Calcule la ecuación general del plano que pasa por los tres puntos.
2. Calcule dos rectas distintas, que sean paralelas al plano y que pasen por el punto $D(0,0, -1)$.
Expresar una de las rectas de forma paramétrica y la otra de forma continua.

Problema 4 Sean $A = \begin{pmatrix} x & x + 1 & x + 1 \\ x & x & x \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

- Calcule para que valores de x la matriz A es invertible.
- Calcule la inversa de A cuando $x = 2$.
- Calcule los valores de x para que se cumpla la igualdad $AB = BA$.

AÑO 2017

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

EJERCICIO Nº 1

Opción a

a) Sea la función: $f(x) = \begin{cases} e^x + b, & \text{si } x \leq 0 \\ bx^2 + 2, & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \frac{a}{2x}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$

Calcular los valores de a y b para que f sea continua en $x = 0$ y en $x = 1$.

b) Calcular el siguiente límite: $\left(\frac{x^3 - 4x + 2}{x^2 + 1} - \frac{x^2 - 1}{x + 7} \right)$

Opción b

a) Sea la función $f(x) = 2x^3 + 12x^2 - 8$. Determinar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, y sus máximos y mínimos relativos.

b) Durante una sesión de la Bolsa, la evolución del precio de una acción de determinada empresa viene dada por la función $f(t) = t^3 - 9t^2 + 15t + 30$, donde t representa el tiempo, en horas, contado a partir del inicio de la sesión, $0 \leq t \leq 8$. ¿Cuándo se alcanza el mayor precio?

Nota: Las soluciones reales, si es que existen, de la ecuación de segundo grado $Ax^2 + Bx + C = 0$,

donde A, B y C son números reales, vienen dadas por la expresión: $x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$

EJERCICIO Nº 2

Opción a

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 & 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, resolver la ecuación matricial $AX + B = C$.

Opción b

El departamento de una universidad cuenta con una partida de 16 575 euros destinada a la compra de ordenadores portátiles. El proveedor al que acude le ofrece tres modelos A, B y C, cuyos precios por unidad son 750, 625 y 900 euros, respectivamente. Tiene previsto comprar 24 ordenadores, pero la suma

del total de unidades adquiridas de los modelos A y B será siete veces el número de unidades compradas del C.

- Plantear el sistema de ecuaciones lineales que permite calcular el número de portátiles a adquirir de cada modelo si se pretende agotar el presupuesto disponible.
- Analizar la compatibilidad del sistema y resolverlo si es posible.

EJERCICIO Nº 3

Opción a

Se realiza una encuesta entre los alumnos de un instituto. La pregunta que se plantea es cuántas horas semanales dedican a la práctica de ejercicio o deporte. Los datos obtenidos son los siguientes:

Nº de horas semanales	1	2	3	4	5	6	7
Nº de alumnos	64	76	58	33	25	8	11

Calcular la media, la moda, la mediana y la desviación típica del número de horas semanales.

Opción b

Las probabilidades que un alumno tiene de aprobar los exámenes de Lengua, Inglés y Matemáticas son: $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$ y $\frac{2}{3}$, respectivamente. Calcular:

- La probabilidad de suspender las tres asignaturas.
- La probabilidad de suspender sólo una de las tres.
- La probabilidad de aprobar al menos una de las tres.

MATEMÁTICAS II

Problema 1 Considere el sistema de ecuaciones dependientes del parámetro $t \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} -x + ty + 2z = 4 \\ x + ty - 2z = 0 \\ tx + y + 4z = 3 \end{cases}$$

- Determine el carácter del sistema según los valores del parámetro t .
- Calcule, si existen, todas las soluciones en el caso $t = 2$.
- Calcule, si existen, todas las soluciones en el caso $t = 1$.

Problema 2 Sea $f(x) = \frac{x-1}{(x+1)^2}$

- Calcule el dominio y las asíntotas de la función.
- Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
- Haga un esbozo del grafo de la función.

Problema 3 Considere las rectas del plano $r: \{4x + 3y = 2\}$, $s: (0, -15) + t(1, 7)$

- Calcule la ecuación implícita (general) de la recta s .
- Calcule el ángulo formado por las rectas r y s .
- Calcule una recta perpendicular a r que pase por $(0, 0)$.

Problema 4 Sea A y B las matrices: $A = \begin{pmatrix} m & -1 & 0 & -1 & -2 \\ m & 3 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

- Calcule el rango de A dependiendo del valor de m .
- Calcule para qué valores de m se cumple que la inversa de la matriz A es la matriz B .
- Calcule el determinante de la matriz B .

AÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
EJERCICIO Nº 1

Opción a

Una empresa de limpieza compra 300 unidades de determinado producto a tres proveedores A, B y C. Cada uno de ellos ha fijado un precio de venta por unidad:

- A: 1,90 euros.
- B: 2,4 euros.
- C: 2,1 euros.

con lo que el dinero gastado por la empresa asciende a 610 euros. También se sabe que el total de unidades adquiridas a los dos primeros proveedores es el triple de las unidades compradas al tercero.

- a) Plantear el sistema de ecuaciones lineales que permite calcular cuántas unidades se han adquirido a cada proveedor.
- b) Analizar la compatibilidad del sistema y resolverlo si es posible.

Opción b

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ - & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ - & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & - & 4 & 2 \\ - & 1 \end{pmatrix}$, resolver la ecuación

matricial $A^t X - 2B = BC$, donde A^t es la matriz traspuesta de A.

EJERCICIO Nº 2

Opción a

Estudiar la continuidad de la función $f(x) = \frac{2x-6}{x^2+x-12}$ en los valores de x que anulan el denominador, analizando los tipos de discontinuidad que existan.

Nota: Las soluciones reales, si es que existen, de la ecuación de segundo grado $Ax^2 + Bx + C = 0$,

donde A, B y C son números reales, vienen dadas por la expresión: $x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$

Opción b

Una firma de motocicletas puede vender al mes x unidades de un determinado modelo, al precio de $5850 - 2x^2$ euros por unidad. Pero hay que tener en cuenta que la empresa debe asumir al mes unos gastos fijos de 300 euros y unos gastos variables de $450x$ que dependen del número x de unidades fabricadas.

Determinar las motocicletas producidas al mes que maximizan el beneficio mensual y calcular el valor de dicho beneficio.

EJERCICIO Nº 3

Opción a

Una empresa propietaria de una cadena de cines de una pequeña ciudad, realiza una encuesta entre los vecinos para conocer el número de veces al mes que acuden a alguna de sus salas. Los datos se distribuyen de la siguiente forma:

Nº de asistencias	1	2	3	4	5	6	7	8
Nº de usuarios	182	278	393	376	112	36	12	11

Calcular la media, la moda, la mediana y la desviación típica del número de asistencias.

Opción b

Una fábrica de lapiceros cuenta con tres máquinas, A, B y C, por las que pasan respectivamente el 35%, 53% y el 12% de la producción total. El 1% de los lapiceros que pasan por la máquina A salen defectuosos, en el caso de la máquina B es el 3%, y en el de la C el 2%.

Seleccionamos un lapicero al azar de entre todos los que han salido de la fábrica:

- a)Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso y haya pasado por la máquina A?
- b)Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?
- c) Si no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya salido de la máquina B?

MATEMÁTICAS II

Problema 1

Considere el sistema de ecuaciones siguiente: $\{ax + y + az = 3 - 2x - ay = -3x - z = a - 1$ donde a es un número real.

1. Determine el carácter del sistema según los valores del parámetro a .
2. Calcule todas las soluciones en el caso en el que el sistema sea compatible indeterminado.
3. Calcule, si existen, todas las soluciones en el caso $a = 0$.

Problema 2

Consideremos la función $f(x) = \frac{1}{x^2 - x}$

1. Calcule el dominio de la función.
2. Calcule los límites laterales de f en el punto $x = 1$. Calcule las asíntotas de f .
3. Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .
4. Haga un esbozo de la gráfica de f .

Problema 3

Sea r la recta $r: \{2x - y = 3\}$.

1. Calcule la recta s que es perpendicular a r y que pasa por el punto $(2, 2)$.
2. Calcule el punto de corte de r y s .
3. Calcule la distancia del punto $(0, 0)$ a la recta r .

Problema 4

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} -5 & 3 & 2t & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

1. Determine para que valores de t se cumple que $A^2 = A$.
2. Calcule, si existe, la matriz inversa de C .
3. En el caso $t = 0$ calcule una matriz M tal que $AB = CM$

AÑO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

EJERCICIO Nº 1

Opción a

Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ resolver la ecuación $XA - 2B = X$.

Opción b

En una caja registradora hay billetes de 5, 10 y 20 euros que suman un total de 1995 euros. El número de billetes de 10 euros es el cuádruple de la diferencia entre los de 5 euros y los de 20. Además, el número de billetes de 5 euros es la mitad del total de los de 10 y 20.

- a) Plantear el sistema de ecuaciones lineales que permite calcular el número de billetes de cada tipo.
- b) Analizar la compatibilidad del sistema y resolverlo si es posible.

EJERCICIO Nº 2

Opción a

¿Qué valores han de tomar los parámetros a y b para que la siguiente función sea continua en $x = -5$?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 + ax - 45}{x + 5}, & \text{si } x > -5 \\ bx + 2, & \text{si } x \leq -5 \end{cases}$$

Nota: Las soluciones reales, si es que existen, de la ecuación de segundo grado $Ax^2 + Bx + C = 0$,

donde A , B y C son números reales, vienen dadas por la expresión: $x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$

Opción b

Un agricultor ha plantado 800 cepas de vid en una finca. De cada cepa se obtiene una media de 20 kg de uva. Se sabe que, por cada nueva cepa plantada, la cosecha es de 0,02 kg menos de uva cada una.

Hallar el número de cepas nuevas que hacen posible la producción de uvas máxima.

¿Cuántos kg de uva produce cada cepa?

EJERCICIO Nº 3

Opción a

Los resultados de la última prueba de Acceso a la Universidad se distribuyen según se indica en la siguiente tabla:

Nota	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10
Nº de estudiantes	13	8	25	7	56	40	73	45	51	41	74	86	48	53	21	36	23

Calcular la media, la moda, la mediana y la desviación típica de la puntuación.

Opción b

Se tienen dos urnas. La urna I tiene 2 bolas negras, 3 rojas y 5 amarillas. La urna II contiene 3 bolas negras, 4 rojas y 3 amarillas. Se lanza un dado. Si sale 1, 3 o 5, se extrae una bola de la urna I.

Si sale 2, 4 o 6, se extrae una bola de la urna II.

a) Calcular la probabilidad que tenemos de extraer una bola amarilla.

b) Si hemos extraído una bola roja, ¿cuál es la probabilidad de que se haya extraído de la urna I?

c)Cuál es la probabilidad de extraer una bola amarilla de la urna II?

MATEMÁTICAS II

Problema 1

Considere el sistema de ecuaciones $\{6x + az = 8x + y + az = 4ax + y - z = 0$

1. Clasifique el tipo de sistema en función del valor de $a \in \mathbb{R}$.

2. Calcule, si existen, todas las soluciones en el caso $a = -2$.

3. Calcule, si existen, las soluciones en el caso $a = 1$.

Problema 2

Sea f la función definida por: $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{x+1}, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

1. Calcule el dominio y estudie su continuidad.

2. Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como las asíntotas. Esboce el grafo de f .

3. Calcule $\int_0^3 (x^2 - 1) dx$

Problema 3

1. Calcule el vector director de la recta del espacio $r: \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

2. Calcule la recta u ortogonal al plano $s: 3x - 2y = 8$ que pase por el punto $(2, 2, 0)$.

Problema 4

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & a & a & 0 \\ & & & & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

1. Calcule para qué valores de a la matriz AB admite inversa.
2. Determine para qué valores de a la matriz BA admite inversa.
3. Calcule, razonadamente, la matriz inversa de AB cuando $a = 2$

AÑO 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

EJERCICIO Nº 1

Una empresa que fabrica dispositivos USB debe satisfacer un pedido de 2 500 unidades. Para preparar el envío cuenta con tres modelos de cajas de diferentes tamaños. El modelo A tiene cabida para 10 unidades, el B para 25 y el C para 30. En total hay disponibles 120 cajas. Además, el número de cajas del modelo B es la mitad del total de cajas de los modelos A y C.

- a) Plantear el sistema de ecuaciones lineales que permite calcular el número de cajas a utilizar de cada modelo para enviar el pedido.
- b) Analizar la compatibilidad del sistema y resolverlo si es posible.

EJERCICIO Nº 2

Se consideran las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$,
 $C = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 3 & 2 & -3 & 2 & -4 & 7 & 0 \end{pmatrix}$

Hallar los valores de k para los cuales $AB - k^2I = C$, I es la matriz identidad.

EJERCICIO Nº 3

Se considera la función $f(x) = \frac{4x - 20}{3x^2 - 9x - 30}$

- a) Hallar su dominio.
- b) Calcular el límite de $f(x)$ en los valores no pertenecientes al dominio.
- c) Analizar qué tipo de discontinuidad existe en cada uno de los valores no pertenecientes al dominio.
- d) Calcular los dos límites laterales en $x = -2$.

EJERCICIO Nº 4

El dueño de una tienda de electrodomésticos puede adquirir ejemplares de un nuevo modelo de tocadiscos a 100 euros la unidad. Sabe que, si fija un precio de venta unitario de 175 euros, venderá 10 unidades, pero por cada 5 euros que rebaje el precio calcula que venderá 2 unidades más. ¿Cuál es el precio de venta por unidad que debe fijar para obtener los máximos beneficios? ¿A cuánto ascienden dichos beneficios?

EJERCICIO Nº 5

El ayuntamiento de una pequeña localidad realiza una encuesta entre sus habitantes. Se les pide que valoren la gestión del alcalde en sus cuatro años de legislatura. Deben escoger una puntuación entre 1 (Pésima) y 10 (Excelente). Los resultados son los siguientes:

Puntuación	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de habitantes	47	35	42	157	110	85	103	91	37	15

Calcular media, moda, mediana, varianza y desviación típica de la puntuación.

EJERCICIO Nº 6

En un concurso televisivo, al participante se le muestran dos cajas A y B. Debe abrir una sola de ellas y elegir una de las bolsas que contiene. Lo que el concursante no sabe es que en la caja A sólo 5 de sus 8 bolsas tienen dinero y en la B, solo 2 de las 8.

- a) ¿Cuál es la probabilidad que tiene el concursante de llevarse dinero?

b) ¿Cuál es la probabilidad de escoger la caja A y no llevarse premio?

c) Si se ha llevado el premio, ¿cuál es la probabilidad de que se haya conseguido de la caja B?

Nota: Las soluciones reales, si es que existen, de la ecuación de segundo grado $Ax^2 + Bx + C = 0$,

donde A, B y C son números reales, vienen dadas por la expresión: $x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$

MATEMÁTICAS II

Problema 1

Considera la ecuación matricial $ABX = 3I$, en donde I es la matriz unidad de orden 2, y las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 & 0 \\ -1 & 1 & & \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & a & 1 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

1. Calcula para qué valores de a la matriz AB admite inversa.

2. Calcula la matriz inversa de AB cuando $a = 0$.

3. Calcula X para $a = 0$.

Problema 2

Considera la función $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$

1. Calcula el dominio y las asíntotas de f(x)

2. Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x)

3. Calcula la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa $x = 2$.

Problema 3

Considera el vector $\vec{v} = (2, 1)$ y los puntos A(1, 1) y B(2, -3).

1. Calcula el ángulo que forman los vectores \vec{v} y \vec{AB}

2. Calcula la ecuación de la recta que pasa por A y B.

3. Calcula la distancia del origen a la recta que pasa por A y B.

Problema 4

Considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y = 1 \\ ay + z = 0 \\ x + (a + 1)y + az = a + 1 \end{cases}$, en donde a es un parámetro real.

1. Escribe el sistema en forma matricial y halla el valor de a para el que el sistema no tiene solución

2. Halla los valores de a, para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

3. Halla los valores de a para los que el sistema tiene solución única y resuélvelo para el caso $a = 2$.

Problema 5

Considera la función $f(x) = 2x + 1$.

1. Haz un esbozo de la gráfica de f(x)

2. Calcula una primitiva de f(x)

3. Halla el área limitada por las rectas $y = 2x + 1$, $x = 1$, $x = 3$ y el eje OX.

Problema 6

Considera el vector $\vec{v} = (1, 3, 2)$ y el punto P(3, 0, 1).

1. Calcula la ecuación de la recta con vector director \vec{v} y que pasa por P.

2. Calcula la ecuación del plano con vector normal \vec{n} y que contiene a P.

3. Calcula un vector perpendicular a \vec{n} y \vec{v}

AÑO 2021

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

EJERCICIO Nº 1

Unos grandes almacenes han vendido en una campaña de promoción 825 reproductores portátiles de DVD, de tres modelos diferentes A, B y C. Los ingresos totales obtenidos son de 157 000 euros.

El precio de venta del modelo A es de 200 euros, el del modelo B es un 15% más caro y el del modelo C un 10% más barato. Además, de A y B se han vendido, en total, la mitad de unidades que de C.

- Plantear el sistema de ecuaciones lineales que permite calcular el número de unidades que se han vendido de cada modelo de reproductor.
- Analizar la compatibilidad del sistema y resolverlo si es posible.

EJERCICIO Nº 2

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

Hallar la matriz X tal que $CX + I = AB$, siendo I la matriz identidad.

EJERCICIO Nº 3

La función $f(t) = -2t^3 + 93t^2 - 1320t + 7500$, $10 \leq t \leq 22$, mide el número de personas que acudió a un parque de atracciones el último día festivo del año. La variable t hace referencia a la hora del día.

¿A que horas se registraron la mayor y menor afluencias? ¿Cuántos clientes entraron a esas horas?

EJERCICIO Nº 4

Se considera la función $f(x) = \frac{3x + 21}{4x^2 + 24x - 28}$

- Hallar su dominio.
- Calcular el límite de f(x) en los valores no pertenecientes al dominio.
- Analizar qué tipo de discontinuidad existe en cada uno de los valores no pertenecientes al dominio.
- Calcular los dos límites laterales en $x = 1$.

EJERCICIO Nº 5

Un instituto realiza una encuesta entre sus alumnos para saber el número de horas semanales que dedican al estudio de idiomas. Los datos obtenidos son los siguientes:

Nº horas semanales	1	2	3	4	5
Nº de alumnos	24	17	45	53	21

Calcular media, moda, mediana, varianza y desviación típica del número de horas semanales.

EJERCICIO Nº 6

Una fábrica de botones tiene tres máquinas: A, B y C, por las que pasan respectivamente el 42%, 27% y 31% de la producción total. El 2% de los botones que pasan por la máquina A sale defectuoso, en el caso de la máquina B es el 1% y en el de la C el 3%.

Seleccionamos un botón al azar de entre todos los que han salido de la fábrica:

- ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso y haya pasado por la máquina C?
- Si es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya salido de la máquina A?

Nota: Las soluciones reales, si es que existen, de la ecuación de segundo grado $Ax^2 + Bx + C = 0$,

donde A, B y C son números reales, vienen dadas por la expresión: $x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$

Problema 1 Considera la ecuación matricial $AX = B^t$, en donde $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & t \\ - & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 7 & - & 7 \end{pmatrix}$

1. Estudia el rango de la matriz A en función del parámetro t.
2. Calcula la inversa de A para $t = -3$.
3. Calcula X para $t = -3$.

Problema 2

Considera la función $f(x) = \frac{1}{1-2x}$

1. Calcula el dominio y las asíntotas de $f(x)$
2. Calcula la derivada de $f(x)$
3. Estudia el signo y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$

Problema 3

Considera los vectores $\vec{u} = (1, 1)$ y $\vec{v} = (-1, 1)$ y el punto $A(1, 2)$.

1. Calcula el ángulo que forman los vectores \vec{u} y \vec{v}
2. Calcula la ecuación de la recta, r, con vector director $\vec{u}' = \vec{OA} + \vec{u}$ y que pasa por el origen de coordenadas, O.
3. Calcula la ecuación de una recta perpendicular a r que pase por A,

Problema 4

Considera el sistema de ecuaciones: $\{x + (1 - \lambda)y = \lambda(1 + \lambda)x - 3y = -\lambda$ dependiente del parámetro λ .

1. Escribe el sistema en forma matricial y halla el valor de λ para qué valores de λ el sistema no tiene solución.
2. Determina para qué valores de λ el sistema tiene infinitas soluciones.
3. Determina para que valores de λ el sistema tiene solución única y resuélvelo para $\lambda = 4$ en caso de que sea posible.

Problema 5

Considera la función $f(x) = 3x^2$.

1. Haz un esbozo de la gráfica de $f(x)$
2. Halla una primitiva de $f(x)$
3. Halla el área limitada por $f(x)$, las rectas $x = 0$, $x = 1$ y el eje OX.

Problema 6

Considera los puntos $A(1, 1, 1)$, $B(2, 3, -1)$ y $C(3, 0, 1)$.

1. Calcula la ecuación de la recta paralela al vector \vec{AB} y que pasa por C.
2. Calcula la distancia de A a B.
3. Calcula un vector perpendicular a \vec{AB} y \vec{AC}

AÑO 2022

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II EJERCICIO 1

Un taller de cerámica artesanal ha vendido un total de 30 artículos entre botijos, jarras y cuencos, haciendo una caja de 260 €. El precio de venta de cada botijo es de 22 €, el de cada jarra de 12 € y el de cada cuenco de 5 €. Además, se sabe que el número de cuencos vendidos es el doble de la suma del de botijos y jarras.

- a) Plantee el sistema de ecuaciones lineales que permite calcular el número de botijos, jarras y cuencas que se han vendido.
- b) Resuélvalo.

EJERCICIO 2

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & b \end{pmatrix}$. Determine los valores de las constantes a y b que

satisfacen la siguiente ecuación matricial: $2A^{-1} - B^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{3}{2} & -4 \end{pmatrix}$, donde A es la inversa de A y B^t es la transpuesta de B.

EJERCICIO 3

Una experta financiera ha determinado que el valor en bolsa de una cierta empresa a lo largo de una jornada bursátil, expresado en €/acción, sigue la siguiente función:

$f(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{11}{2}t^2 + 24t + 12, 0 \leq t \leq 10$, donde t representa el tiempo, en horas, desde la apertura de la Bolsa.

- a) Teniendo en cuenta que la Bolsa abre a las 9 de la mañana, qué momento del día es el mejor para vender acciones de esa empresa? ¿Cuánto dinero obtendríamos si vendiésemos 20 acciones en ese momento?
- b) En el peor de los casos, ¿cuál sería la cantidad mínima que obtendríamos si tuviésemos que vender esas 20 acciones a partir de las 2 de la tarde?

EJERCICIO 4

Considere la función: $f(x) = \frac{4x - 8}{2x^2 + 2x - 12}$

- a) ¿Cuál es su dominio?
- b) Calcule el límite de f(x) en los puntos no pertenecientes al dominio. En caso de que los límites laterales no coincidan, calcúlelos también.
- c) ¿Qué tipo de discontinuidad existe en cada uno de los puntos no pertenecientes al dominio?
- d) ¿Cuánto vale f'(x = 0)?

EJERCICIO 5

Una empresa realiza una encuesta entre sus trabajadores para conocer sus hábitos deportivos. Entre otras cuestiones, se les pregunta cuántas horas por semana emplean en ir al gimnasio. Esta tabla recoge los resultados obtenidos:

Nº de horas semanales en el gimnasio	0	1	2	3	4	5	6	7
Nº de trabajadores	23	14	16	26	21	17	13	5

Calcule los siguientes estadísticos para el número de horas semanales que los trabajadores de la empresa emplean en ir al gimnasio.

- a) Media.
- b) Moda.
- c) Mediana.
- d) Desviación típica.

Nota: Es necesario indicar la fórmula correspondiente en cada caso. De lo contrario, no se tendrá en cuenta la respuesta.

EJERCICIO 6

Una empresa productora de bollería industrial realiza una encuesta entre sus clientes para conocer mejor sus hábitos alimentarios. El 42% de los encuestados son niños, el 37% adultos y el 21% restante, personas mayores. Entre los niños, un 7% es intolerante al gluten. Este porcentaje asciende al 16% entre los adultos y se sitúa en el 14% entre las personas mayores. Si escogemos un encuestado al azar:

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea intolerante al gluten?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea niño y no presente intolerancia al gluten?
- Si es intolerante al gluten, ¿cuál es la probabilidad de que se trate de una persona mayor?

MATEMÁTICAS II

Ejercicio 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- Compruebe que A y B son invertibles.
- Calcule las matrices inversas de A y B.
- Despeje la matriz X de la ecuación matricial $AXB = A - 3B$.
- Calcula X.

Ejercicio 2

Considere la función $f(x) = \frac{1}{1 - 2x^2}$

- Calcule el dominio y las asíntotas de f(x).
- Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x).
- Calcule la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 3

Considere los puntos A(1, 2), B(2, 3)

- Halle la recta r que pasa por A y B.
- Halle la ecuación de una recta que pase por el origen de coordenadas y que sea perpendicular a la recta que pasa por A(1, 2) y B(2, 3).
- Calcule el ángulo que forman los vectores \vec{OA} y \vec{AB}

Ejercicio 4

En un museo, los precios para niños, jubilados (con 65 años o más), y adultos menores de 65 años son 2 €, 3 € y 6 €, respectivamente. Sabemos que el total recaudado ayer ha sido 80 €, que han venido el triple de jubilados que de niños, y que el número de jubilados más el de adultos menores de 65 años ha sido 18.

- Con la información dada, plantee un sistema de ecuaciones para calcular el número de niños, jubilados y adultos menores de 65 años que han visitado ayer el museo.
- Clasifique el sistema.
- Resuelva el sistema.

Ejercicio 5

Considere la función $f(x) = (x - 1)^2$.

- Haga un esbozo de la gráfica de f(x).
- Halle una primitiva de f(x).
- Calcule el área limitada f(x), las rectas $x = 0$, $x = 1$ y el eje OX.

Ejercicio 6

Se desea dirigir un dron desde el punto A(2, -3, 1) hasta el punto B(-1, -3, -3).

- Calcule la ecuación de la recta que contiene la trayectoria del dron.
- Halle la distancia recorrida por el dron.
- Halle la ecuación del plano perpendicular a la trayectoria del dron y que contenga el punto B.

AÑO 2023

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

EJERCICIO 1

Un hotel dispone de habitaciones individuales, dobles y triples al precio de 60 €/noche, 80 €/noche y 100 €/noche, respectivamente. Una agencia de viajes hace una reserva de habitaciones para una noche que tiene un coste total de 6 300 €. Se sabe que el número de habitaciones dobles en la reserva es el triple del de habitaciones individuales, y el número de habitaciones triples es la mitad del de habitaciones dobles.

a) Plantee el sistema de ecuaciones lineales que permite calcular el número de habitaciones individuales, dobles y triples que ha reservado la agencia de viajes.

b) Resuélvalo.

EJERCICIO 2

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -4 & -3 \end{pmatrix}$

Encuentre la matriz X que satisface la ecuación matricial $AX = B^t - 2I$, donde B^t es la transpuesta de B e I es la matriz identidad.

EJERCICIO 3

a) Se sabe que la función $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ pasa por el punto (1, 0) y tiene extremos relativos en $x = -1$ y $x = 2$. Calcule a, b, c.

b) ¿Qué valores han de tomar los parámetros a y b para que la siguiente función, definida a trozos, sea continua? $f(x) = \begin{cases} 3x + 5, & \text{si } x < -1 \\ ax^2 + bx, & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ 2x - 6, & \text{si } x > 2 \end{cases}$

EJERCICIO 4

Considere la función: $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^2 + x - 6}$

a) ¿Cuál es su dominio?

b) Calcule el límite de $f(x)$ en los puntos no pertenecientes al dominio. En caso de que los límites laterales no coincidan, calcúlelos también.

c) ¿Qué tipo de discontinuidad existe en cada uno de los puntos no pertenecientes al dominio?

d) ¿Cuánto vale $f'(x=0)$?

EJERCICIO 5

La federación cántabra de tenis realiza una encuesta entre sus tenistas federados para saber en cuántas competiciones oficiales participan anualmente. Esta tabla recoge los resultados obtenidos:

Nº de competiciones	0	1	2	3	4	5	6	7
Nº de tenistas	12	22	28	36	41	27	11	5

Calcule los siguientes estadísticos para el número de competiciones en las que los tenistas federados cántabros participan anualmente.

a) Media.

b) Moda.

c) Mediana.

d) Desviación típica.

Nota: Es necesario indicar la fórmula correspondiente en cada caso. De lo contrario, no se tendrá en cuenta la respuesta.

EJERCICIO 6

El 65% de los vehículos que fabrica una empresa de automoción son turismos, el 20% todoterrenos y el

resto motos. El 25% de los turismos, el 10% de los todoterrenos y el 65% de las motos son eléctricos.

Si se escoge un vehículo al azar de entre todos los que se fabrican:

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea un todoterreno y no sea eléctrico?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea un turismo y sea eléctrico?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea eléctrico?
- Si no es eléctrico, ¿cuál es la probabilidad de que sea una moto?

MATEMÁTICAS II

Ejercicio 1

Considere el siguiente sistema de ecuaciones: $\{ax + y = 0 - y + 2az = 0 - x + ay = 0$ que depende del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

- Determine para que valores de a el sistema es compatible determinado.
- Calcule la solución del sistema cuando a toma los valores para los cuales el sistema es compatible determinado.

Ejercicio 2

Considere la función $f(x) = \frac{x+2}{2x-1}$

- Determine el dominio de $f(x)$.
- Determine el rango de $f(x)$.
- Determine el/los intervalo(s) de decrecimiento de $f(x)$.

Ejercicio 3

Dé un valor a los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$ para que $x - a = \frac{2}{3}(y - b)$ sea la ecuación de una recta que pase por el origen de coordenadas, es decir, que pase por el punto $(0, 0)$.

Ejercicio 4

Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & -1 & -3 & -1 & 1 & 2 & a \end{pmatrix}$ que depende de un parámetro $a \in \mathbb{R}$.

- Calcule el determinante de A en función del parámetro a .
- Determine los a para los cuales A tiene inversa.
- Calcule la inversa de A para el caso $a = 1$.

Ejercicio 5

Considere la función $f(x) = x^2 - 2x + 2$.

- Indique si $f(x)$ corta con los ejes y , en ese caso, el punto o puntos de corte.
- Calcule la parte del dominio de definición de $f(x)$ en que es convexa.
- Represente gráficamente a $f(x)$.

Ejercicio 6

Considere los puntos $A(3, 2)$ y $B(5, 4)$.

- Calcule la distancia entre A y B .
- Determine la ecuación de la recta que pasa por A y B .

AÑO 2024

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Ejercicio 1

Una librería necesita enviar 215 libros en cajas de tres tamaños diferentes: pequeña (5 libros),

mediana (10 libros) y grande (15 libros), con un total de 25 cajas disponibles. La cantidad de cajas pequeñas y medianas juntas debe ser cuatro veces la cantidad de cajas grandes.

- A. Plantee el sistema de ecuaciones que permite calcular el número de cajas de cada tipo que se deben usar para enviar el pedido completo.
- B. Analice la compatibilidad de dicho sistema.
- C. Resuélvalo.

Ejercicio 2

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 9 \end{pmatrix}$

Obtenga la matriz X tal que $AX + 4I = 2B^T$, donde I es la matriz identidad y B^T es la transpuesta de la matriz B.

Ejercicio 3

Dada la función $f(x) = x^3 - 4x^2 - x + 4$.

- A. Obtenga los puntos de corte con los ejes OX y OY.
- B. Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Ejercicio 4

Dada la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 4, & \text{si } x \leq -1 \\ x^3 - x + 3, & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ \frac{x+3b-2}{x-1}, & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- A. Determine los valores de los parámetros a y b para los cuales la función es continua en todo su dominio.
- B. Calcule $f(x)$, utilizando los valores de los parámetros a y b del apartado anterior.

Ejercicio 5

Una empresa realiza una encuesta entre sus trabajadores sobre sus hábitos de alimentación. Se les pregunta cuántas veces a la semana consumen comida rápida. Los datos recopilados son los siguientes:

Número de veces por semana	0	1	2	3	4	5	6
Número de trabajadores	8	11	13	15	10	3	1

Calcule:

- A. Media.
- B. Moda.
- C. Mediana.
- D. Desviación típica.

Ejercicio 6

En una encuesta sobre los hábitos de consumo de medios de comunicación, se encontró que el 35% prefieren leer periódicos, el 45% prefieren ver programas de televisión y el resto prefieren escuchar programas de radio. Además, se descubrió que el 50% de los que prefieren leer periódicos, el 60% de los que prefieren ver programas de televisión y el 15% de los que prefieren escuchar programas de radio también acceden a noticias por internet. Si se escoge al azar una persona:

- A. ¿Cuál es la probabilidad de que prefiera ver programas de televisión y también acceda a noticias por internet?
- B. ¿Cuál es la probabilidad de que prefiera escuchar programas de radio y no acceda a noticias por internet?
- C. ¿Cuál es la probabilidad de que acceda a noticias por internet?
- D. ¿Si no accede a noticias por internet, cuál es la probabilidad de que prefiera ver programas de televisión?

MATEMÁTICAS II

Ejercicio 1

Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & a & 1 & 3 & a & a & 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ que depende de un parámetro $a \in \mathbb{R}$.

- 1) Calcule el determinante de A en función del parámetro a.
- 2) Determine los a para los cuales A tiene inversa.
- 3) Calcule la inversa de A para el caso $a = 0$.

Ejercicio 2

Considere la función $f(x) = 3x^2 - 6x + 6$

- 1) Indique si $f(x)$ corta con los ejes y, en ese caso, el punto o puntos de corte.
- 2) Calcule la parte del dominio de definición de f en que es convexa.
- 3) Represente gráficamente a $f(x)$.

Ejercicio 3

De un valor a los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$ para que $3x - a = 8y - b$ sea la ecuación de una recta que pase por el origen de coordenadas, es decir, que pase por el punto $(0, 0)$.

Ejercicio 4

Considere el siguiente sistema de ecuaciones

$\begin{cases} ax + y - z = 1 \\ 3x + 2y + az = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2a \end{cases}$, que depende del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

- 1) Determine para que valores de a el sistema es compatible determinado.
- 2) Calcule la solución del sistema cuando a toma los valores para los cuales el sistema es compatible determinado.

Ejercicio 5

Considera la función $f(x) = \frac{4-x^2}{2-x}$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

- 1) Determine el dominio de $f(x)$,
- 2) Determine el rango de $f(x)$
- 3) Determine el/los intervalo(s) de decrecimiento de $f(x)$

Ejercicio 6

Considere los puntos $A(1, 0)$ y $B(3, 2)$.

- 1) Calcule la distancia entre A y B.
- 2) Determine la ecuación de la recta que pasa por A y B.

AÑO 2025

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Ejercicio 1. Disponemos de tres fábricas, A, B y C, para la producción de camisetas. La fábrica A tiene capacidad para producir un 20% más de camisetas que las fábricas B y C juntas, y la fábrica B tiene capacidad para producir el doble de camisetas que la fábrica C. Se sabe además que entre las tres fábricas se pueden producir un total de 792 camisetas.

- A. Formule el sistema de ecuaciones asociado a este problema.
- B. Resuélvalo.

Ejercicio 2. Sean las matrices: $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 5 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$

- A. ¿Es posible calcular el producto AB? Justificar la respuesta y, en caso afirmativo, ¿qué dimensión tendrá la matriz resultante?
- B. Calcule $AB + C$. ¿Es invertible? Justifique la respuesta.
- C. Obtenga la matriz X tal que $(AB + C)X = C$.

Ejercicio 3. Dada la función $f(x) = \frac{15x - 2}{3 - x}$

- A. Obtenga los puntos de corte con los ejes OX y OY.
- B. Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- C. Calcule $f(x)$

Ejercicio 4. Dada la función $f(x) = ax^2 + bx + 3$

- A. Determine los valores de los parámetros a y b para que la función tenga un máximo relativo en el punto $x_0 = 1$ y que dicho máximo sea $f(1) = 6$.
- B. Usando los valores de a y b obtenidos en el apartado anterior, calcule las raíces de la ecuación $f(x) = 0$

Ejercicio 5. Se ha realizado un estudio sobre el número de horas semanales que dedican los estudiantes a estudiar fuera del horario lectivo. Se ha seleccionado una muestra de 40 alumnos y se ha obtenido la siguiente distribución de datos:

Horas de estudio	2	4	6	8	10	12
Frecuencia absoluta	3	5	10	12	7	3

- A. Elabore la tabla de frecuencias relativas. Represente gráficamente los datos mediante un histograma o un polígono de frecuencias.
- B. Calcule las siguientes medidas de centralización: media, moda y mediana.
- C. Calcule la desviación típica.

Ejercicio 6. En un examen de selección para un empleo, los candidatos deben responder a una prueba de conocimientos generales. Se sabe que:

- El 60% de los candidatos ha estudiado para el examen.
- Entre los que han estudiado, el 80% aprueba la prueba.
- Entre los que no han estudiado, solo el 30% aprueba la prueba.

Se elige un candidato al azar.

- A. ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato haya estudiado, pero no haya aprobado el examen?
- B. Determine la probabilidad de que un candidato seleccionado apruebe el examen.
- C. Si un candidato ha aprobado, ¿cuál es la probabilidad de que haya estudiado?

MATEMÁTICAS II

Considera las matrices: $A = (a \ 0 \ 1 \ 4 \ a \ - \ 4 \ 4 \ 0 \ - \ 1 \ 1)$, $B = (1 \ 2 \ 1 \ 0 \ - \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)$ e

$I_3 = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)$, con $a \in \mathbb{R}$.

- a) Estudia el rango de la matriz A en función de los valores del parámetro a.
- b) Considera $a = 0$. Si es posible, halla la matriz X que satisface la ecuación matricial: $AX = 2I_3 - B$.

Ejercicio 2. Considera la siguiente función: $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{a}{x^2}$, con $a \in \mathbb{R}$.

- a) Determina el valor de a si la función $f(x)$ corta al eje de abscisas OX en $x = 2$.
- b) Considera $a = 5$. Si existen, halla las asíntotas verticales y horizontales de $f(x)$.
- c) Considera $a = 5$. Obtén una primitiva $F(x)$ de $f(x)$, que cumpla: $F(1) = 0$.

Ejercicio 3

Considera los puntos en el espacio: $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, -1, 0)$ y $C = (2, 0, 3)$.

- a) Calcula la distancia entre A y B.
- b) Obtén la ecuación continua de la recta que pasa por los puntos A y B.
- c) Obtén la ecuación implícita del plano que contiene a los puntos A, B y C.

Ejercicio 4. Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ 2x + 5y + 2z = 2a \\ x + 3y + a^2z = -1 \end{cases}$ dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

- Determina para qué valores de a el sistema es incompatible.
- Considera $a = 0$. Si el sistema es compatible, halla su solución general.

Ejercicio 5. Considera la siguiente función: $f(x) = x + ae^{-x}$, con $a \in \mathbb{R}$.

- Determina el valor del parámetro a sabiendo que $f(x)$ toma el valor mínimo en $x = \ln 2$, donde \ln denota el logaritmo neperiano.
- Considera $a = 1$. Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.
- Considera $a = 1$. Calcula los límites: $f(x)$ y $f'(x)$

Ejercicio 6. Considera el punto en el plano: $A = (2, 1)$.

- Halla la ecuación implícita (o ecuación general) de la recta r que pasa por el punto A y tiene pendiente $m_r = 1$.
- Halla la ecuación implícita (o ecuación general) de la recta s que pasa por el punto A y por el punto $B = (5, 7)$.
- Calcula la distancia entre los puntos de corte de las rectas r y s con el eje de ordenadas OY .
- Calcula el ángulo que forman las rectas r y s .