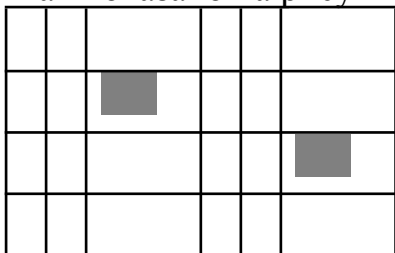


7 класс, 2017 год

1. Из прямоугольного листа клетчатой бумаги вырезано две клетки так, как показано на рисунке



Можно ли оставшуюся часть разрезать на прямоугольники размера 1×2 ? (Ответ обоснуйте).

2. Вычислите $3xyz - x^3 - y^3 - z^3$, если $x = 1292$, $y = 724$, $z = -2016$.

3. Точки E и F — середины сторон BC и CD квадрата $ABCD$. Отрезки AE и BF пересекаются в точке K . Что больше: площадь треугольника AKF или площадь четырехугольника $KECF$? (Ответ обоснуйте).

4. Футбольный мяч сшит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и чёрных пятиугольников. Каждый чёрный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с тремя чёрными и тремя белыми. Сколько лоскутков белого цвета? (Ответ обоснуйте).

5. В банановой республике прошли выборы в парламент, в котором участвовали все жители. Все голосовавшие за партию «Мандарин» любят мандарины. Среди голосовавших за другие партии 90% не любят мандарины. Сколько процентов голосов набрала партия «Мандарин» на выборах, если ровно 46% жителей любят мандарины? (Ответ обоснуйте).

6. Решите арифметический ребус $\frac{9}{\text{ЭТО}} = \frac{13}{\text{РЕШИ}} = \frac{6}{\text{САМ}} \frac{9}{\text{ЭТО}} = \frac{13}{\text{РЕШИ}} = \frac{6}{\text{САМ}}$, в котором одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными буквами — разные цифры.

Решения 7 класс, 2017 год

1. **Решение:** Лист, который изображен на рисунке, нельзя разрезать на такие прямоугольники. Действительно, применим шахматную раскраску:

б	ч	б	ч	б	ч
ч	б		б	ч	б
		ч			
б	ч	б	ч	б	
					ч
ч	б	ч	б	ч	б

Видно, что вырезаны две черных клетки. Осталось 12 белых и 10 черных клеток. Так как один прямоугольник покрывает одну черную и одну белую клетки, то разрезать оставшуюся часть на прямоугольники 1×2 нельзя.

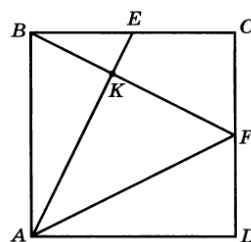
Ответ: Нельзя.

2. **Решение.** Заметим, что $x + y + z = 0$, значит $z = -(x+y)$. Подставим z в выражение и преобразуем его. Имеем:

$$3xyz - x^3 - y^3 - z^3 = -3xy(x+y) - x^3 - y^3 + (x+y)^3 = -3x^2y - 3xy^2 - x^3 - y^3 + x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = 0.$$

Ответ: 0.

3. **Решение.** Пусть $4S$ – площадь квадрата. Тогда площадь каждого из треугольников ABE , ADF , BCF равна S , поэтому площадь треугольника ABF равна $2S$. Но треугольник AKB – часть треугольника ABE , поэтому его площадь меньше S , а это значит, что площадь треугольника AKF больше S . С другой стороны, площадь четырехугольника $KECF$ меньше S , т.к. он составляет часть треугольника BCF .



Ответ. Площадь треугольника больше.

4. **Решение:** Обозначим искомое количество лоскутков белого цвета через x . Тогда лоскутков чёрного цвета будет $32 - x$. Чтобы составить уравнение, подсчитаем двумя способами количество «границ» белых лоскутков с чёрными. Каждый белый лоскуток граничит с тремя чёрными. То есть число границ равно $3 \cdot x$. С другой стороны, каждый чёрный лоскуток граничит с пятью белыми. То есть число границ равно $5 \cdot (32 - x)$. Получаем уравнение $3x = 5 \cdot (32 - x)$. Отсюда $8x = 160$ и $x = 20$.

Ответ: 20.

5. **Решение:** Пусть всё население республики – N человек, из них за «Мандарин» проголосовало M человек. Тогда, с одной стороны, мандарины любят $0,46N$ человек, а с другой, это число равно числу проголосовавших за «Мандарин» плюс 10% от оставшихся, то есть $0,1(N - M)$. Отсюда $M + 0,1(N - M) = 0,46N$, или $0,9M = 0,36N$. Итак, $M/N = 0,36 : 0,9 = 0,4$.

Ответ: 40%.

6. **Решение:** Число ЭТО кратно 9. Полагая $\text{ЭТО} = 9K$, где K – натуральное число, получаем: РЕШИ = $13K$, САМ = $6K$. $\text{ЭТО} + \text{САМ} + \text{РЕШИ} = 28K$. Поскольку все буквы в ребусе различны, то использованы все 10 цифр, следовательно,

$\text{Э} + \text{Т} + \text{О} + \text{Р} + \text{Е} + \text{Ш} + \text{И} + \text{С} + \text{А} + \text{М} = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$, т.е. сумма цифр в сумме $\text{ЭТО} + \text{САМ} + \text{РЕШИ}$ кратна 9 и $28K$ кратно 9. Из равенства $\text{ЭТО} = 9K$ находим $K = \text{ЭТО} : 9$, откуда $K < 112$. Из равенства РЕШИ = $13K$ получим $K = \text{РЕШИ} : 13$, т.е. $K > 76$. Таким образом, $K \in \{81; 90; 99; 108\}$. Перебором находим $K = 81$.