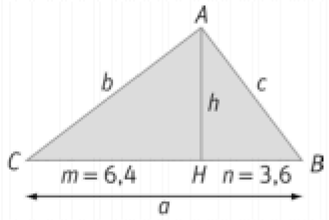
11. Calcula la medida de la altura sobre la hipotenusa y de los lados en el triángulo de la figura.



Por el teorema de la altura $h^2 = 6,4 \cdot 3,6 = 23,04 \Rightarrow h = 4,8$ cm.

La hipotenusa será la suma de las dos proyecciones: $a = 6,4 + 3,6 = 10$ cm.

Y por el teorema del cateto: $c^2 = 10 \cdot 3,6 = 36 \Rightarrow c = \sqrt{36} = 6$ cm y $b^2 = 10 \cdot 6,4 = 64 \Rightarrow b = \sqrt{64} = 8$ cm.

12. En un triángulo rectángulo, uno de los catetos mide 7,5 cm y su proyección sobre la hipotenusa tiene una longitud de 4,5 m. ¿Cuánto mide la hipotenusa del triángulo?

Llamamos h a la hipotenusa del triángulo. Por el teorema del cateto, $7,5^2 = 4,5 \cdot h \Rightarrow h = 12,5$

13. En un triángulo rectángulo, los catetos miden 27 y 36 cm, respectivamente.

a) Halla las medidas de la hipotenusa y las proyecciones de los catetos sobre ella.

b) Halla el valor de la altura sobre la hipotenusa.

a) Llamamos x a la medida de la hipotenusa: $x^2 = 27^2 + 36^2 = 2025 \Rightarrow x = \sqrt{2025} = 45$ cm.

Llamamos m a la proyección del cateto de 27 cm sobre la hipotenusa y n a la proyección del cateto de 36 cm.

Aplicando el teorema del cateto: $27^2 = 45 \cdot m \Rightarrow m = 16,2$ cm y $36^2 = 45 \cdot n \Rightarrow n = 28,8$ cm

b) Llamamos h a la altura del triángulo sobre la hipotenusa.

Aplicando el teorema de la altura: $h^2 = m \cdot n = 16,2 \cdot 28,8 = 466,56 \Rightarrow h = 21,6$ cm.

14. En un triángulo rectángulo, la hipotenusa y un cateto miden 40 y 24 cm, respectivamente.

a) Halla la medida del valor del otro cateto.

b) Halla la medida de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa.

c) Halla la altura sobre la hipotenusa.

a) Llamamos x a la medida del otro cateto. Aplicando el teorema de Pitágoras: $x = \sqrt{40^2 - 24^2} = \sqrt{1024} = 32$ cm

b) Llamamos m a la proyección del cateto de 32 cm sobre la hipotenusa y n a la proyección del cateto de 24 cm.

Aplicando el teorema del cateto: $32^2 = 40 \cdot m \Rightarrow m = 25,6$ cm y $24^2 = 40 \cdot n \Rightarrow n = 14,4$ cm

c) Llamamos h a la altura del triángulo sobre la hipotenusa.

Aplicando el teorema de la altura: $h^2 = m \cdot n = 25,6 \cdot 14,4 = 368,64 \Rightarrow h = 19,2$ cm

19. Dos frascos de perfume son semejantes. Las capacidades respectivas son de 80 y 270 cm^3.

a) Calcula la superficie del mayor si la del menor es de 112 cm^2.

b) Calcula la altura del menor si la del mayor es de 6,6 cm.

La razón de semejanza entre sus volúmenes es $k^3 = \frac{80}{270}$. Por tanto, la razón de semejanza entre sus longitudes es $k = \sqrt[3]{\frac{80}{270}} = \frac{2}{3}$ y, la razón de semejanza entre sus áreas, $k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$.

a) Llamando x a la superficie del frasco mayor, $x \cdot \frac{4}{9} = 112 \Rightarrow x = 112 : \frac{4}{9} = 252$ cm^2.

b) Llamando y a la altura del frasco menor, $y = 6{,}6 \cdot \frac{2}{3} = 4{,}4$ cm.

20. Halla las medidas de un rectángulo cuya área mida 21,6 cm^2 y que sea semejante a otro que tiene por medidas 3 y 5 cm.

La razón de semejanza entre las áreas es $\frac{3 \cdot 5}{21{,}6} = \frac{25}{36}$. Por tanto, la razón de semejanza es $k = \sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$.

Por tanto, las medidas de los lados homólogos son:

- Del que mide 3 cm: $3 : k = 3 : \frac{5}{6} = 3{,}6$ cm
- Del que mide 5 cm: $5k = 5 : \frac{5}{6} = 6$ cm

22. La carretera que une dos localidades en un mapa de escala 1:50 000 mide 45 cm. Halla la distancia real que separa a dichas ciudades.

La distancia real entre las dos localidades es 50 000 · 45 = 2 250 000 cm = 22,5 km.

24. Con la calculadora, halla las siguientes razones trigonométricas con una aproximación de tres cifras decimales.

a) **sen 44º** **c)** **tg 55º** **e)** **cos 67º 45´33´´**

b) **cos 33º** **d)** **sen 45º 13´** **f)** **tg 40´40´´**

a) sen 44º = 0,695 **c)** tg 55º = 1,428 **e)** cos 67º 45´ 33´´ = 0,379

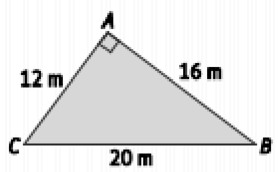
b) cos 33º = 0,839 **d)** sen 45º 13´ = 0,710 **f)** tg 40´ 40´´ = 0,012

25. Con la calculadora, halla la medida de los ángulos $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ y $\widehat{D}$ aproximando a los minutos.

a) **sen $\widehat{A}$ = 0,667** **b)** **tg $\widehat{C}$ = 0,99** **c)** **cos $\widehat{B}$ = 0,512** **d)** **tg $\widehat{D}$ = 1,33**

a) $\hat{A}$ = 41º 50´ **b)** $\hat{C}$ = 44º 43´ **c)** $\hat{B}$ = 59º 12´ **d)** $\hat{D}$ = 53º 4´

26. Halla las razones trigonométricas de los ángulos agudos en el siguiente triángulo.



sen $\hat{B} = \frac{12}{20}$ cos $\hat{B} = \frac{16}{20}$ tg $\hat{B} = \frac{12}{16}$ sen $\hat{C} = \frac{16}{20}$ cos $\hat{C} = \frac{12}{20}$ tg $\hat{C} = \frac{16}{12}$

27. Calcula las razones trigonométricas de los ángulos agudos en estos triángulos rectángulos.

a) Cateto b = 28 cm, cateto c = 45 cm

b) Hipotenusa a = 73 cm, cateto b = 48 cm

c) Hipotenusa a = 15 cm, cateto c = 12 cm

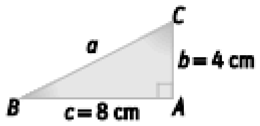
a) $h = +\sqrt{28^2 + 45^2} = 53$ cm $\Rightarrow$ sen $\hat{B} = \dfrac{28}{53}$, cos $\hat{B} = \dfrac{45}{53}$, tg $\hat{B} = \dfrac{28}{45}$, sen $\hat{C} = \dfrac{45}{53}$, cos $\hat{C} = \dfrac{28}{53}$ y tg $\hat{C} = \dfrac{45}{28}$

b) $c = +\sqrt{73^2 - 48^2} = 55$ cm $\Rightarrow$ sen $\hat{B} = \dfrac{48}{73}$, cos $\hat{B} = \dfrac{55}{73}$, tg $\hat{B} = \dfrac{48}{55}$, sen $\hat{C} = \dfrac{55}{73}$, cos $\hat{C} = \dfrac{48}{73}$ y tg $\hat{C} = \dfrac{55}{48}$

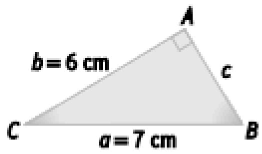
c) $b = +\sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ cm $\Rightarrow$ sen $\hat{B} = \dfrac{9}{15}$, cos $\hat{B} = \dfrac{12}{15}$, tg $\hat{B} = \dfrac{9}{12}$, sen $\hat{C} = \dfrac{12}{15}$, cos $\hat{C} = \dfrac{9}{15}$ y tg $\hat{C} = \dfrac{12}{9}$

38. Resuelve estos triángulos rectángulos.

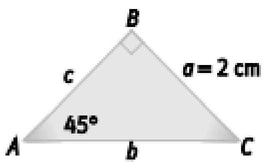
a)



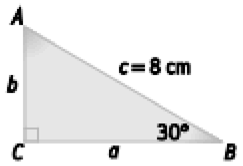
c)



b)



d)



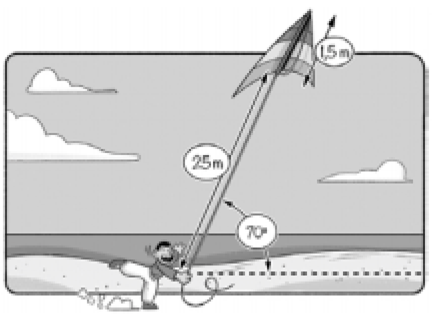
a) $a = \sqrt{4^2 + 8^2} = 8{,}94$ cm, tg $\hat{C} = 2 \Rightarrow \hat{C} = 63°\ 26'\ 6''$ y $\hat{B} = 180° - 90° - 63°\ 26'\ 6'' = 26°\ 33'\ 54''$.

b) $\hat{C} = 180° - 90° - 45° = 45°$, sen $45° = \dfrac{2}{b} \Rightarrow b = \dfrac{2}{\text{sen } 45°} = 2{,}83$ cm y tg $45° = \dfrac{2}{c} \Rightarrow c = \dfrac{2}{\text{tg } 45°} = 2$ cm.

c) $c = \sqrt{7^2 - 6^2} = 3{,}61$ cm, cos $\hat{C} = 0{,}86 \Rightarrow \hat{C} = 31°\ 10''$ y $\hat{B} = 180° - 90° - 31°\ 10'' = 58°\ 59'\ 50''$

d) $\hat{A} = 180° - 90° - 30° = 60°$, cos $30° = \dfrac{a}{8} \Rightarrow a = 8 \cdot \cos 30° = 6{,}93$ cm y sen $30° = \dfrac{b}{8} \Rightarrow b = 8 \cdot \text{sen } 30° = 4$ cm

40. ¿Qué altura alcanza la cometa?



Llamamos h a la altura que alcanza la cometa.

sen $70° = \dfrac{h}{25 + 1{,}5} \Rightarrow h = 26{,}5 \cdot \text{sen } 70° = 24{,}9$

La cometa alcanza una altura de 24,9 m.

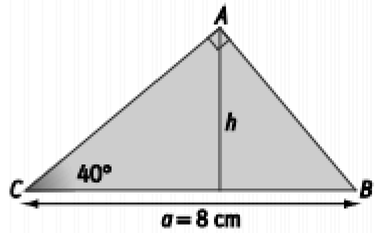
43. Desde un pozo situado a 200 m del pie del edificio se ve la antena de la azotea bajo un ángulo de 60º. ¿A qué altura se encuentra el extremo de la antena?

Llamamos h a la altura a la que se encuentra el extremo de la antena.

$\text{tg } 60^\circ = \dfrac{h}{200} \Rightarrow h = 200 \cdot \text{tg } 60^\circ = 346{,}41$

El extremo de la antena se encuentra a 346,41 m.

46. Calcula la altura *h* del triángulo.



$\text{sen } 40^\circ = \dfrac{c}{8} \Rightarrow c = 8\text{sen } 40^\circ = 5{,}14$ cm y $\cos 40^\circ = \dfrac{b}{8} \Rightarrow b = 8\cos 40^\circ = 6{,}13$ cm

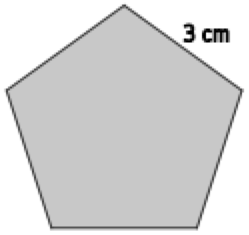
Si se considera la base del triángulo un cateto, entonces $A_{triángulo} = \dfrac{5{,}14 \cdot 6{,}13}{2} = 15{,}75$ cm^2.

Si se considera la base del triángulo la hipotenusa a, entonces $A_{triángulo} = \dfrac{8h}{2} = 4h$ cm^2.

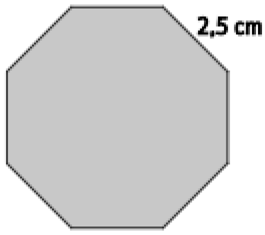
Por tanto, $15{,}75 = 4h \Rightarrow h = \dfrac{15{,}75}{4} = 3{,}94$ cm.

47. Calcula el radio y la apotema de los polígonos:

a)



b)



a) La figura es un polígono regular de 5 lados, cuyo lado mide 3 cm.

$$r = \frac{3}{2\text{sen}\left(\frac{180°}{5}\right)} = 2{,}55 \text{ cm} \qquad a = \frac{3}{2\text{tg}\left(\frac{180°}{5}\right)} = 2{,}06 \text{ cm}$$

b) La figura es un polígono regular de 8 lados, cuyo lado mide 2,5 cm.

$$r = \frac{2{,}5}{2\text{sen}\left(\frac{180°}{8}\right)} = 3{,}27 \text{ cm} \qquad a = \frac{2{,}5}{2\text{tg}\left(\frac{180°}{8}\right)} = 3{,}02 \text{ cm}$$

48. El lado de un polígono regular de 15 lados, mide 50 cm. Calcula el radio y la apotema.

$$r = \frac{50}{2\,\text{sen}\left(\frac{180°}{15}\right)} = 120{,}24 \text{ cm} \qquad a = \frac{50}{2\,\text{tg}\left(\frac{180°}{15}\right)} = 117{,}62 \text{ cm}$$

49. Halla el área del triángulo de medidas a = 15 cm, b = 24 cm, $\widehat{C}$ = 48º.

$$A = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 24 \cdot \text{sen}\,48° = 133{,}77 \text{ cm}^2$$