Тема 2.5. **Кручення**

План

1. Крутний момент. Побудова епюр крутних моментів
2. Кручення прямого бруса круглого поперечного перерізу. Напруження в поперечному перерізі бруса
3. Кут закручування. Полярні моменти опору для круга і кільця

https://docs.google.com/presentation/d/1m5ht3SduN0Ka3qCGQ7woi2lsBQUu-seH/edit?usp=share_link&ouid=103912148940254308897&rtpof=true&sd=true

1. Крутний момент. Побудова епюр крутних моментів

Крученням називають такий вид деформації, за якого в будь-якому поперечному перерізі бруса виникає тільки крутний момент. Деформації кручення виникають, якщо до прямого бруса в площинах, перпендикулярних до осі, прикладено пару сил. Моменти цих пар називають обертальними (якщо брус обертається) і скручувальними (якщо брус не обертається). Згідно зі стандартом, **обертальний момент позначають *T*.**

Оскільки на кручення працюють вали, що звичайно мають круглий, або кільцевий переріз, то розглянемо кручення круглого циліндра рис. 1.

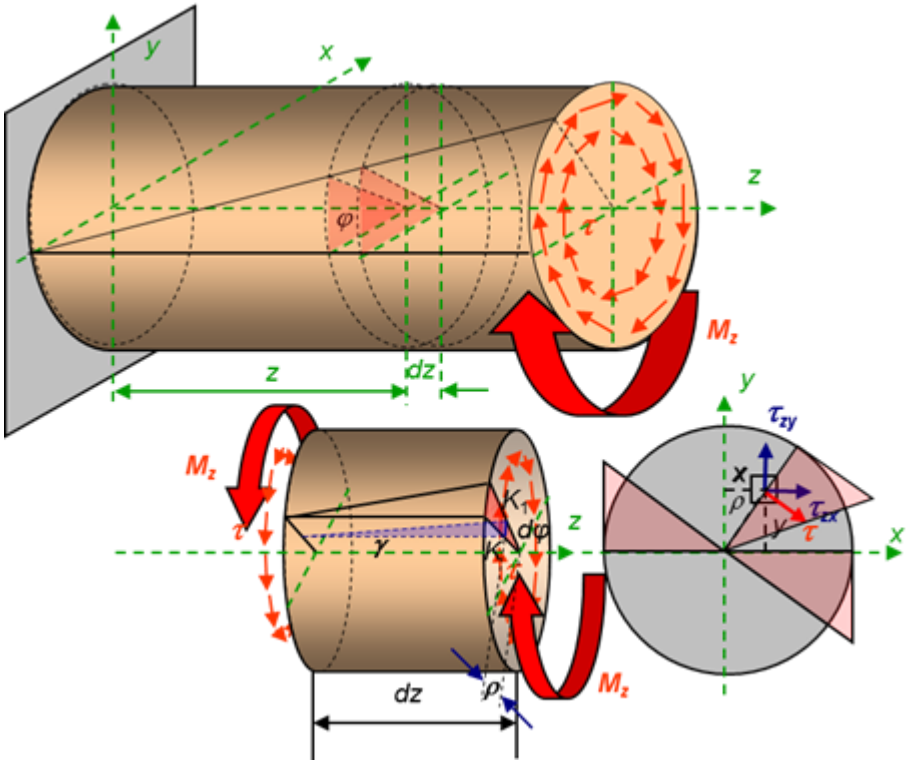

Рис. 1

Під час випробування гумового прямого кругового циліндричного бруса видно, що:

1) вісь циліндра, яку називають віссю кручення, залишиться прямолінійною;

2) діаметри кіл, під час деформації залишаться такими самими і відстань між колами не зміниться;

3) усі твірні циліндра повертаються на той самий кут;

4) кожний поперечний переріз повертається відносно один одного на деякий кут, який називають ***кутом закручування.***

З цього можна зробити висновок, що для кручення круглого циліндра справедлива гіпотеза плоских перерізів, а також припустити, що радіуси кіл залишаються прямими під час деформації.

Кут φ повороту кінцевого перерізу називають *повним кутом закручування*.

Відносним кутом закручування називають відношення кута закручування до відстані цього перерізу від закріплення

$$\varphi_0 = \frac{\varphi}{l}.$$

Під час кручення виникає деформація зсуву, але не за рахунок поступального, а як результат обертального руху одного поперечного перерізу відносно іншого.

Отже, під час кручення у поперечних перерізах виникають ***тільки дотичні внутрішні сили,*** які утворюють крутний момент.

Крутний момент є результуючим моментом відносно осі бруса внутрішніх дотичних сил, які діють у поперечному перерізі.

Для наочного зображення розподілу крутних моментів уздовж осі бруса будують епюри крутних моментів. Крутний момент у перерізах бруса визначають за допомогою методу перерізів.

Крутний момент у будь-якому поперечному перерізі чисельно дорівнює алгебраїчній сумі зовнішніх моментів прикладених до бруса справа або зліва від перерізу.

Епюри крутних моментів дають змогу визначити небезпечні перерізи.

2. Кручення прямого бруса круглого поперечного перерізу. Напруження в поперечному перерізі бруса

Знаючи, що під час кручення відбувається деформація зсуву, природно вважати, що в точках поперечного перерізу бруса виникають тільки дотичні напруги.

На рис. 1 видно, що абсолютний зсув характеризується кутом зсуву γ.

Через незначні деформації

$\gamma = tg\gamma$, $aa_1 = l \cdot \gamma_{max}$, $bb_1 = l \cdot \gamma$.

Оскільки радіуси поперечних перерізів під час деформації залишаються прямими, виразимо довжини дуг $aa_1 = \varphi \cdot r$, $bb_1 = \varphi \cdot \rho$.

де: φ – повний кут закручування, рад;

r – радіус циліндра;

ρ – відстань волокна b від осі кручення.

Розділимо $\frac{bb_1}{aa_1} = \frac{l \cdot \gamma}{l \cdot \gamma_{max}} = \frac{\varphi \cdot \rho}{\varphi \cdot r}$;

звідси $\gamma = \gamma_{max} \cdot \frac{\rho}{r}$ кут зсуву прямо пропорційний відстані ρ до осі обертання.

Застосовуємо формулу закону Гука для зсуву

$$\tau = G \cdot \gamma = G \cdot \frac{\rho}{r} \cdot \gamma_{max},$$

якщо $\rho = r$; $\tau_{max} = G \cdot \gamma_{max}$; тоді

$$\tau = G \cdot \gamma_{max} \cdot \frac{\rho}{r} = \tau_{max} \cdot \frac{\rho}{r};$$

дотичні напруги в поперечному перерізі змінюються за довжиною радіуса за лінійним законом.

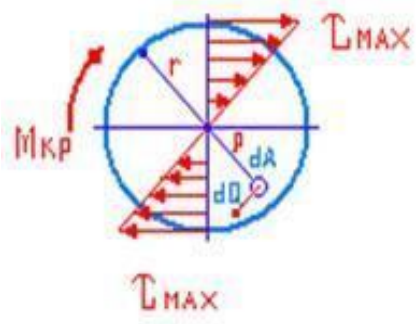

Рис. 2

Отже, дотичні напруги у кожній точці поперечного перерізу вала прямо пропорційні відстані ρ цієї точки від центра перерізу.

Графічно закон зміни дотичних напруг зображують прямою лінією. Епюру дотичних напруг показано на рис. 2. Як бачимо, найбільше значення дотичні напруги мають біля поверхні вала, в центрі вони дорівнюватимуть нулю.

Величину дотичної напруги після того, як знайдено закон розподілу, можна визначити з рівняння, яке виражає умову рівноваги відсіченої частини вала.

Сумарний момент усіх внутрішніх дотичних сил відносно осі вала дорівнює:

$$M_B = M_K = \int_A \tau \cdot dA \cdot \rho = \frac{\tau_{max}}{r} \int_A dA \cdot \rho^2 ;$$

де: dA – площа елементарної площадки на відстані ρ від осі кручення;

$I_p = \int_A dA \cdot \rho^2$ – полярний момент інерції перерізу.

$$M_K = \frac{\tau_{max}}{r} \cdot I_P = \frac{\tau \cdot r}{r \cdot \rho} \cdot I_P ;$$

$$\tau = \frac{M_K}{I_P} \cdot \rho$$ – формула для визначення дотичних напруг під час кручення бруса круглого поперечного перерізу.

Коли $\rho = r$, то напруги матимуть максимальні значення.

$W_P = \frac{I_P}{r}$ – полярний момент опору крученню (відношення полярного моменту інерції до радіуса перерізу).

$\tau_{max} = \frac{M_K}{W_P}$ – формула для визначення найбільших дотичних напруг.

3. Кут закручування. Полярні моменти опору для круга і кільця

$\varphi_o = \frac{M_K}{G \cdot I_P}$ – формула для визначення відносного кута закручування, рад.

$\varphi = \frac{M_K \cdot l}{G \cdot I_P}$ – формула для визначення повного кута закручування, рад/м.

$G \cdot I_P$ – жорсткість перерізу під час кручення.

У формулах кут закручування виражено в радіанах. Переведення у градуси виконується за такою формулою: $\varphi_0 = \varphi \cdot \frac{180}{\pi}$.

Повний кут закручування круглого циліндра прямо пропорційний крутному моменту, довжині циліндра і обернено пропорційний жорсткості перерізу під час кручення.

Оскільки для виведення формули застосовано закон Гука, то вона дійсна в межах, коли навантаження і деформація прямо пропорційні.

Для циліндричного бруса, який має кілька ділянок, які різняться матеріалом, розмірами поперечного перерізу, величиною крутного моменту, повний кут закручування дорівнює алгебраїчній сумі кутів закручування окремих ділянок.

Полярні моменти інерції і моменти опору перерізу вала.

Для суцільного круглого вала:

$$I_P = \frac{\pi \cdot d^4}{32}; \qquad W_P = \frac{\pi \cdot d^3}{16}.$$

Для порожнистого вала:

$$I_P = \frac{\pi \cdot d^4}{32}\left(1-\alpha^4\right); \quad W_P = \frac{\pi \cdot d^3}{16}\left(1-\alpha^4\right); \text{ де } \alpha = \frac{d}{d_0}.$$