

CHUYÊN ĐỀ HÌNH HỌC 6: DẠNG 5: Tính số điểm, đường thẳng, đoạn thẳng

Bài 1: Cho 5 điểm A, B, C, D, E trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, kẻ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được bao nhiêu đường thẳng? HD:

Vì không có ba điểm nào thẳng hàng nên:

Chọn điểm A:

Từ điểm A ta vẽ được 4 đường thẳng đến 4 điểm B, C, D, E còn lại

Tương tự chọn điểm B ta cũng vẽ được 4 đường thẳng đến các điểm còn lại

Tương tự với các điểm C, D, E

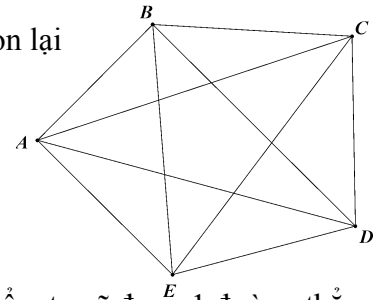
qua mỗi điểm ta cũng vẽ được 4 đường thẳng đến các điểm còn lại

Do đó ta vẽ được $5 \cdot 4 = 20$ đường thẳng

Tuy nhiên do mỗi đường thẳng được tính 2 lần,

nên số đường thẳng thực tế vẽ được là: $20 : 2 = 10$ đường thẳng

Vậy số đường thẳng vẽ được là: 10 đường thẳng



Bài 2: Cho 100 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta vẽ được 1 đường thẳng, có tất cả bao nhiêu đường thẳng? HD:

Tương tự với bài trên

Vì không có ba điểm nào thẳng hàng nên:

Chọn 1 điểm bất kỳ,

qua điểm này ta vẽ được 99 đường thẳng đến 99 điểm còn lại,

Tương tự như vậy,

Với 100 điểm thì số đường thẳng vẽ được là:

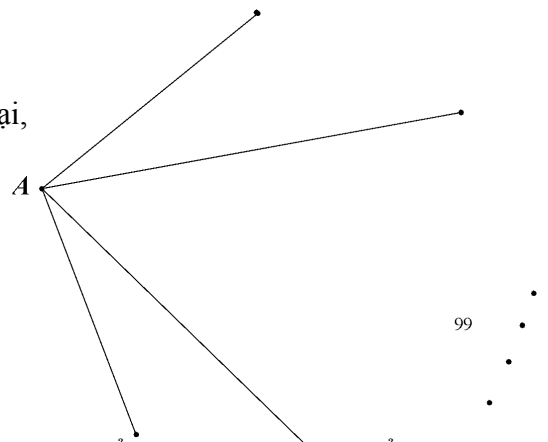
$99 \cdot 100 = 9900$ (đường thẳng)

Tuy nhiên, do mỗi đường thẳng được vẽ hai lần,

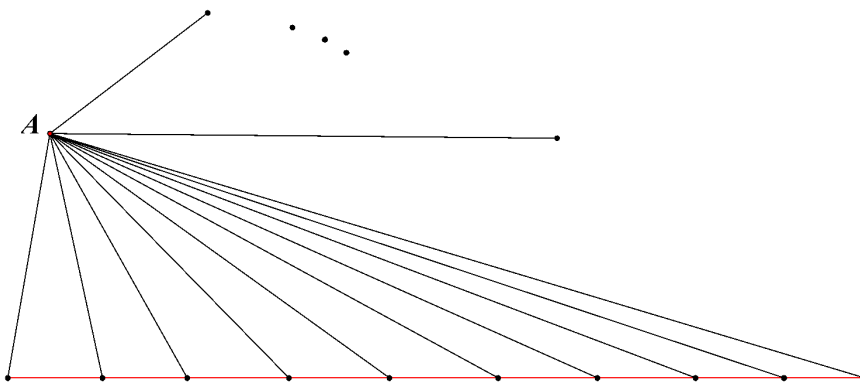
Nên số đường thẳng vẽ được là:

$9900 : 2 = 4950$ (đường thẳng)

Vậy số đường thẳng vẽ được là: 4950 (đường thẳng)



Bài 3: Cho 200 điểm trong đó có đúng 10 điểm thẳng hàng, vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm, hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng? HD:



Giả sử trong 200 điểm trên không có 3 điểm nào thẳng hàng, Khi đó:

$$\frac{200 \cdot 199}{2} = 19900$$

qua 200 điểm ta vẽ được , (đường thẳng)

Và qua 10 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng vẽ được là:

$$\frac{10 \cdot 9}{2} = 45$$

, (đường thẳng)

Nhưng vì 10 điểm thẳng hàng nên số đường thẳng vẽ được là: 1 đường thẳng

Nên số đường thẳng bị giảm đi là: $45 - 1 = 44$ (đường thẳng)

Vậy số đường thẳng thực tế vẽ được là: $19900 - 44 = 19856$ (đường thẳng)

Bài 4: Cho trước 1 số điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta vẽ 1 đường thẳng, biết có 105 đường thẳng. hỏi ban đầu có bao nhiêu điểm? **HD:**

Gọi số điểm ban đầu là a (ĐK: $a \in N, a > 3$)

Vì trong a điểm không có ba điểm nào thẳng hàng nên số đường thẳng vẽ được là :

$$\frac{a(a-1)}{2}, \text{ (đường thẳng)}$$

$$\text{Theo yêu cầu bài toán ta có : } \frac{a(a-1)}{2} = 105 \Rightarrow a(a-1) = 210 = 14.15$$

Vì a và (a-1) là hai số tự nhiên liên tiếp nên a=15

Vậy có 15 điểm ban đầu

Bài 5: Cho trước 1 số điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta vẽ được 1 đường thẳng, biết vẽ được 1128 đường thẳng, Tính số điểm ban đầu? **HD :**

Gọi số điểm ban đầu là a (ĐK: $a \in N, a > 3$)

Vì trong a điểm không có ba điểm nào thẳng hàng nên số đường thẳng vẽ được là :

$$\frac{a(a-1)}{2}, \text{ (đường thẳng)}$$

$$\text{Theo yêu cầu bài toán ta có : } \frac{a(a-1)}{2} = 1128 \Rightarrow a(a-1) = 2256 = 47.48$$

Vì a và (a - 1) là hai số tự nhiên liên tiếp nên a = 48

Vậy có 48 điểm ban đầu

Bài 6: Cho trước 1 số điểm, trong đó có 10 điểm thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta vẽ 1 đường thẳng, biết số đường thẳng vẽ được là: 1181 đường thẳng. Tính số điểm ban đầu ? **HD :**

Gọi số điểm ban đầu là a (ĐK: $a \in N, a > 3$)

Giả sử trong a điểm đó không có ba điểm nào thẳng hàng, Khi đó số đường thẳng vẽ được là :

$$\frac{a(a-1)}{2} \text{ (đường thẳng)}$$

Nhưng vì có 10 điểm thẳng hàng nên số đường thẳng bị giảm đi là :

$$\frac{10.9}{2} - 1 = 44 \text{ (đường thẳng)}$$

$$\text{Vậy số đường thẳng thực tế vẽ được là : } \frac{a(a-1)}{2} - 44, \text{ (đường thẳng)}$$

Theo yêu cầu bài toán ta phải có :

$$\frac{a(a-1)}{2} - 44 = 1181 \Rightarrow \frac{a(a-1)}{2} = 1181 + 44 = 1225 \Rightarrow a(a-1) = 2450 = 49.50$$

Vì a và (a - 1) là hai số tự nhiên liên tiếp nên a = 50

Vậy có 50 điểm ban đầu

Bài 7: Cho trước 1 số điểm, trong đó có 15 điểm thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta vẽ được 1 đường thẳng, biết số đường thẳng vẽ được là : 4846 đường thẳng **HD :**

Gọi số điểm ban đầu là a (ĐK: $a \in N, a > 3$)

Giả sử trong a điểm đó không có ba điểm nào thẳng hàng, Khi đó số đường thẳng vẽ được là :

$$\frac{a(a-1)}{2} \text{ (đường thẳng)}$$

Nhưng vì có 15 điểm thẳng hàng nên số đường thẳng bị giảm đi là :

$$\frac{15.14}{2} - 1 = 104 \quad (\text{đường thẳng})$$

Vậy số đường thẳng thực tế vẽ được là : $\frac{a(a-1)}{2} - 104$ (đường thẳng)

Theo yêu cầu bài toán ta phải có :

$$\frac{a(a-1)}{2} - 104 = 4846 \Rightarrow \frac{a(a-1)}{2} = 4846 + 104 \Rightarrow a(a-1) = 9900 = 99.100$$

Vì a và (a - 1) là hai số tự nhiên liên tiếp nên a = 100

Vậy có 100 điểm ban đầu

Bài 8: Cho 2017 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, qua các điểm ta vẽ các đoạn thẳng, hỏi vẽ được bao nhiêu đoạn thẳng? **HD :**

Tương tự với bài trên

Vì không có ba điểm nào thẳng hàng nên:

Chọn 1 điểm bất kỳ, qua điểm này ta vẽ được 2016 đường thẳng đến 2016 điểm còn lại,

Tương tự như vậy, Với 2017 điểm thì số đường thẳng vẽ được là:

$$2017.2016 = 4066272 \quad (\text{đoạn thẳng})$$

Tuy nhiên, do mỗi đường thẳng được vẽ hai lần, Nên số đường thẳng vẽ được là:

$$4066272 : 2 = 2033136 \quad (\text{đoạn thẳng})$$

Vậy số đường thẳng vẽ được là: 2033136 (đoạn thẳng)

Bài 9: Cho 2016 điểm trong đó có 215 điểm thẳng hàng, nối các điểm ta được các đoạn thẳng, hỏi ta vẽ được tất cả bao nhiêu đoạn thẳng?**HD :**

Vì số đoạn thẳng không ảnh hưởng đến các số điểm thẳng hàng nên ta có :

Chọn 1 điểm bất kỳ, qua điểm này ta vẽ được 2015 đoạn thẳng đến 2015 điểm còn lại,

Tương tự như vậy, Với 2016 điểm thì số đoạn thẳng vẽ được là:

$$2015.2016 = 4062240 \quad (\text{đoạn thẳng})$$

Tuy nhiên, do mỗi đoạn thẳng được vẽ hai lần, Nên số đoạn thẳng vẽ được là:

$$4062240 : 2 = 2031120 \quad (\text{đoạn thẳng})$$

Vậy số đường thẳng vẽ được là: 2031120 (đoạn thẳng)

Bài 10: Cho trước 1 số điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta vẽ được 1 đoạn thẳng biết có 1225 đoạn thẳng, tính số điểm ban đầu?**HD :**

Gọi số điểm ban đầu là a (ĐK: $a \in N, a > 3$)

Vì trong a điểm không có ba điểm nào thẳng hàng nên số đoạn thẳng vẽ được là :

$$\frac{a(a-1)}{2} \quad , \quad (\text{đoạn thẳng})$$

$$\frac{a(a-1)}{2} = 1225 \Rightarrow a(a-1) = 2450 = 49.50$$

Theo yêu cầu bài toán ta có : (đoạn thẳng)

Vì a và (a - 1) là hai số tự nhiên liên tiếp nên a = 50

Vậy có 50 điểm ban đầu

Bài 11: Cho trước 1 số điểm, trong đó có đúng 199 điểm thẳng hàng, cứ hai điểm ta vẽ 1 đoạn thẳng, biết vẽ được tất cả 19900 đoạn thẳng, tính số điểm ban đầu?**HD :**

Vì số đoạn thẳng không ảnh hưởng đến các số điểm thẳng hàng nên :

Giả sử số điểm ban đầu là a (ĐK: $a \in N, a > 199$)

Chọn 1 điểm bất kỳ, qua điểm này ta vẽ được a-1 đoạn thẳng đến a-1 điểm còn lại,

Tương tự như vậy, Với a điểm thì số đoạn thẳng vẽ được là:

$$a(a-1) \quad (\text{đoạn thẳng})$$

Tuy nhiên, do mỗi đoạn thẳng được vẽ hai lần, Nên số đoạn thẳng vẽ được là:

$$\frac{a(a-1)}{2} \quad (\text{đoạn thẳng})$$

$$\frac{a(a-1)}{2} = 19900 \Rightarrow a(a-1) = 39800 = 199.200$$

Theo yêu cầu của bài toán thì ta có :

Do a và a - 1 là hai số tự nhiên nên ta có a = 200

Vậy có 200 điểm ban đầu

Bài 12: Cho n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta vẽ được 1 đường thẳng , biết vẽ được 105 đường thẳng , Tính n? **HD :**

Vì trong n điểm không có ba điểm nào thẳng hàng nên số đường thẳng vẽ được là :

$$\frac{n(n-1)}{2} \quad , (\text{đoạn thẳng})$$

$$\frac{n(n-1)}{2} = 105 \Rightarrow n(n-1) = 210 = 14.15$$

Theo yêu cầu bài toán ta có : (đoạn thẳng)

Vì n và (n - 1) là hai số tự nhiên liên tiếp nên n = 15

Vậy có 15 điểm ban đầu

Bài 13: Cho 20 điểm trong đó có a điểm thẳng hàng, cứ hai điểm ta vẽ được 1 đường thẳng, tìm a biết vẽ được 170 đường thẳng? **HD :**

Giả sử trong 20 điểm không có 3 điểm nào thẳng hàng,

$$\frac{20.19}{2} = 190$$

Khi đó số đường thẳng vẽ được là : (đường thẳng)

Nhưng vì có a điểm thẳng hàng nên số đường thẳng bị giảm đi là :

$$\frac{a(a-1)}{2} - 1 \quad (\text{đường thẳng})$$

Theo yêu cầu của bài toán thì ta phải có :

$$190 - \left(\frac{a(a-1)}{2} - 1 \right) = 170 \Rightarrow \frac{a(a-1)}{2} = 21 \Rightarrow a(a-1) = 42 = 6.7$$

Do a và a-1 là hai số tự nhiên liên tiếp nên ta có : a = 7

Vậy có trong 20 điểm thì có tới 7 điểm thẳng hàng

Bài 14: Cho 96 điểm trong đó có a điểm thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta vẽ được 1 đường thẳng, tìm a biết vẽ được tất cả 3336 đường thẳng // **HD :**

Giả sử trong 96 điểm đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, thì số đường thẳng vẽ được là :

$$\frac{96.95}{2} = 4560 \quad , (\text{đường thẳng})$$

Nhưng vì có a điểm thẳng hàng nên số đường thẳng bị giảm đi là : $\frac{a(a-1)}{2} - 1$ (đường thẳng)

Theo yêu cầu bài toán thì

$$\frac{a(a-1)}{2} - 1 = 4560 - 3336 = 1224 \Rightarrow \frac{a(a-1)}{2} = 1225 \Rightarrow a(a-1) = 2450 = 49.50$$

Vì a và a - 1 là hai số tự nhiên liên tiếp nên a = 50,

Như vậy trong 96 điểm có 50 điểm thẳng hàng

Bài 15: Cho 2016 điểm, trong đó chỉ có 16 điểm thẳng hàng, qua hai điểm ta vẽ các đường thẳng, hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng, cũng như vậy nếu là đoạn thẳng? **HD :**

Với 2016 điểm mà không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng vẽ được là :

$$\frac{2016.2015}{2} = 2031120 \quad (\text{đường thẳng})$$

Nhưng vì có 16 điểm thẳng hàng nên số đường thẳng bị giảm đi là :

$$\frac{16.15}{2} - 1 = 119 \quad (\text{đường thẳng})$$

Như vậy số đường thẳng vẽ được là : $2031120 - 119 = 2031001$ (đường thẳng)

Với trường hợp là đoạn thẳng :

Vì số đoạn thẳng không phụ thuộc vào số điểm thẳng hàng,

Nên số đoạn thẳng vẽ được là 2031120 đoạn thẳng

Bài 16: Cho n điểm ($n > 1$). Nối từng cặp điểm trong n điểm đó thành các đoạn thẳng

a, Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng, nếu n điểm đó không có ba điểm nào thẳng hàng

b, Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng nếu có đúng 3 điểm thẳng hàng

c, Tính n biết vẽ được tất cả 1770 đoạn thẳng

HD : a, Với n điểm không có ba điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng vẽ được là :

$$\frac{n(n-1)}{2} \quad (\text{đường thẳng})$$

b, Vì số đoạn thẳng không ảnh hưởng đến số điểm thẳng hàng, nên với n điểm có 3 điểm thẳng hàng

thì ta vẫn vẽ được $\frac{n(n-1)}{2}$ đoạn thẳng

c, Theo yêu cầu bài toán và kết quả câu c thì ta có :

$$\frac{n(n-1)}{2} = 1770 \Rightarrow n(n-1) = 3540 = 59.60, \text{ đoạn thẳng}$$

Vì $n, n-1$ là hai số tự nhiên liên tiếp nên $n = 60$

Bài 17: Cho 20 điểm, trong đó có a điểm thẳng hàng. Cứ 2 điểm, ta vẽ một đường thẳng. Tìm a , biết vẽ được tất cả 170 đường thẳng//**HD :**

Giả sử trong 20 điểm đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, thì số đường thẳng vẽ được là :

$$\frac{20.19}{2} = 190, \text{ đường thẳng}$$

Nhưng vì có a điểm thẳng hàng nên số đường thẳng bị giảm đi là :

$$\frac{a(a-1)}{2} - 1, \text{ Theo yêu cầu bài toán thì :}$$

$$\frac{a(a-1)}{2} - 1 = 190 - 170 = 20 \Rightarrow \frac{a(a-1)}{2} = 21 \Rightarrow a(a-1) = 42 = 6.7$$

Vì a và $a-1$ là hai số tự nhiên liên tiếp nên $a=7$, Như vậy trong 20 điểm có 7 điểm thẳng hàng

Bài 18: Cho n điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tính n ?**HD:**

Vì trong n điểm không có ba điểm nào thẳng hàng nên số đường thẳng vẽ được là :

$$\frac{n(n-1)}{2}, \text{ đoạn thẳng}$$

Theo yêu cầu bài toán ta có : $\frac{n(n-1)}{2} = 105 \Rightarrow n(n-1) = 210 = 14.15$ đoạn thẳng

Vì n và $(n-1)$ là hai số tự nhiên liên tiếp nên $n=15$

Vậy có 15 điểm ban đầu

Bài 19: Cho 25 điểm trong đó không có 3 điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Nếu thay 25 điểm bằng n điểm thì số đường thẳng là bao nhiêu.**HD:**

Tương tự với bài trên

Vì không có ba điểm nào thẳng hàng nên:

Chọn 1 điểm bất kỳ, qua điểm này ta vẽ được 24 đường thẳng đến 24 điểm còn lại,

Tương tự như vậy, Với 24 điểm thì số đường thẳng vẽ được là: $24 \cdot 23 = 552$ đường thẳng
 Tuy nhiên, do mỗi đường thẳng được vẽ hai lần, Nên số đường thẳng vẽ được là:
 $552 : 2 = 276$ đường thẳng
 Vậy số đường thẳng vẽ được là: 276 đường thẳng

Tổng quát nếu là n thì số đường thẳng vẽ được là: $\frac{n(n-1)}{2}$ đường thẳng

Bài 20: Cho trước n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Tìm n biết rằng nếu có thêm 1 điểm không thẳng hàng với bất kì 2 điểm nào trong số n điểm đã cho thì số đường thẳng vẽ được tăng thêm 8/HD:

Theo bài ra ta có:

Với n điểm ban đầu, ta có: $\frac{n(n-1)}{2}$ đường thẳng
 Nhưng vì có thêm 1 điểm và điểm này không thẳng hàng với bất kì hai đường thẳng khác,
 Nên số điểm lúc này là $n+1$ điểm

Nên số đường thẳng vẽ được là: $\frac{n(n+1)}{2}$ đường thẳng

$$\frac{n(n+1)}{2} - \frac{n(n-1)}{2} = 8 \Rightarrow \frac{n^2 + n - n^2 + n}{2} = 8 \Rightarrow n = 8$$

Theo bài ra ta có:

Vậy số điểm ban đầu là 8 điểm

Bài 20: Cho trước n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Tìm n biết rằng nếu có thêm 1 điểm không thẳng hàng với bất kì 2 điểm nào trong số n điểm đã cho thì số đường thẳng vẽ được tăng thêm 2017/HD:

Theo bài ra ta có:

Với n điểm ban đầu, ta có: $\frac{n(n-1)}{2}$ đường thẳng
 Nhưng vì có thêm 1 điểm và điểm này không thẳng hàng với bất kì hai đường thẳng khác,
 Nên số điểm lúc này là $n+1$ điểm

Nên số đường thẳng vẽ được là: $\frac{n(n+1)}{2}$ đường thẳng

$$\frac{n(n+1)}{2} - \frac{n(n-1)}{2} = 2017 \Rightarrow \frac{n^2 + n - n^2 + n}{2} = 2017 \Rightarrow n = 2017$$

Theo bài ra ta có:

Vậy số điểm ban đầu là 2017 điểm

Bài 22: Trên đường thẳng a đặt n điểm đếm được 2002 đoạn thẳng bằng nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của n

HD: Vì có 2002 đoạn thẳng nên $n \geq 2003$. Xét $n=2003$

Nếu trên đường thẳng a đặt liên tiếp các điểm $M_1, M_2, \dots, M_{2003}$ sao cho các đoạn thẳng

$M_1M_2, M_2M_3, \dots, M_{2002}M_{2003}$ bằng nhau,

Vậy giá trị nhỏ nhất của n là 2003 (kết quả chưa khả quan lắm)

DẠNG 4: Tính số giao điểm

Bài 1: Cho 101 đường thẳng, trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào cũng đồng quy. Tính số giao điểm của chúng/HD:

Theo yêu cầu của bài toán, ta làm như sau:

Vẽ 1 đường thẳng thì số giao điểm là 0 giao điểm

Vẽ thêm 1 đường thẳng thứ hai, đường thẳng này cắt 1 đường thẳng trước nó, cho ta thêm 1 giao điểm

Vẽ đường thẳng thứ ba, đường thẳng này cắt hai đường thẳng trước nó cho ta thêm hai giao điểm
Cứ làm như vậy, nếu vẽ đến đường thẳng thứ 101, đường thẳng này cắt 100 đường thẳng trước đó cho ta thêm 100 giao điểm

Như vậy với 101 đường thẳng, bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba điểm đồng

quy thì số đường thẳng vẽ được là: $0+1+2+3+4+...+100 = \frac{100.101}{2} = 5050$, giao điểm

Bài 2: Cho n đường thẳng, trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng đồng quy, biết rằng số giao điểm của các đường thẳng đó là 780, Tính n? **HD:**

Lập luận theo cách ở trên ta có:

Vẽ 1 đường thẳng thì số giao điểm là 0 giao điểm

Vẽ thêm 1 đường thẳng thứ hai, đường thẳng này cắt 1 đường thẳng trước nó, cho ta thêm 1 giao điểm

Vẽ đường thẳng thứ ba, đường thẳng này cắt hai đường thẳng trước nó cho ta thêm hai giao điểm

Cứ làm như vậy, nếu vẽ đến đường thẳng thứ n, đường thẳng này cắt n-1 đường thẳng trước đó cho ta thêm n-1 giao điểm

Như vậy với n đường thẳng, bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba điểm đồng quy

thì số đường thẳng vẽ được là: $0+1+2+3+4+...+(n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$ (giao điểm)

$\frac{n(n-1)}{2} = 780 \Rightarrow n(n-1) = 1560 = 40.39$

Theo yêu cầu bài toán thì

Vì n và n-1 là hai số tự nhiên liên tiếp nên n=40

Vậy có 40 đường thẳng ban đầu

Bài 3: Cho 2017 đường thẳng, trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy, Tính số giao điểm của chúng? **HD:**

Theo yêu cầu của bài toán, ta làm như sau:

Vẽ 1 đường thẳng thì số giao điểm là 0 giao điểm

Vẽ thêm 1 đường thẳng thứ hai, đường thẳng này cắt 1 đường thẳng trước nó, cho ta thêm 1 giao điểm

Vẽ đường thẳng thứ ba, đường thẳng này cắt hai đường thẳng trước nó cho ta thêm hai giao điểm

Cứ làm như vậy, nếu vẽ đến đường thẳng thứ 2017, đường thẳng này cắt 2016 đường thẳng trước đó cho ta thêm 2016 giao điểm

Như vậy với 2017 đường thẳng, bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba điểm đồng

quy thì số đường thẳng vẽ được là: $0+1+2+3+4+...+2016 = \frac{2016.2017}{2} = 2033136$, giao điểm

Bài 4: Cho 217 đường thẳng, Tính số giao điểm nhiều nhất có thể của 217 đường thẳng trên//

HD:

Để số giao điểm được nhiều nhất thì bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, và không có 3 đường thẳng nào đồng quy

Áp dụng theo công thức tính số giao điểm nhiều nhất có thể của các đường thẳng là:

$\frac{217.216}{2} = 23436$ (giao điểm)

Bài 5: Cho 100 đường thẳng, trong đó có 20 đường thẳng đồng quy, tính số giao điểm nhiều nhất có thể ?

HD: Để số giao điểm được nhiều nhất thì bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, và không có 3 đường thẳng nào đồng quy

Giả sử trong 100 điểm trên không có ba đường thẳng nào đồng quy và bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau:

$$\frac{100.99}{2} = 4950$$

Khi đó số giao điểm có được là: 2 (giao điểm)

Tuy nhiên, Vì có 20 đường thẳng đồng quy, nên số giao điểm bị giảm đi là:

$$\frac{20.19}{2} = 190$$

Nếu 20 đường thẳng mà không đồng quy thì số giao điểm là: 2 giao điểm

Nhưng vì chúng đồng quy nên chỉ có 1 giao điểm:

Nên số giao điểm bị giảm đi khi có 20 đường thẳng đồng quy là: $190 - 1 = 189$ giao điểm

Vậy số giao điểm nhiều nhất có được là: $4950 - 189 = 4761$ (giao điểm)

Bài 6: Cho trước 1 số đường thẳng, trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào đồng quy, biết số giao điểm nhiều nhất có được là 5050, tính số đường thẳng? **HD:**

Gọi số đường thẳng cho trước là n , (n là số tự nhiên và $n > 2$)

Vì bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào đồng quy nên số giao

điểm vẽ được là: $\frac{n(n-1)}{2}$ (giao điểm)

Theo yêu cầu của đầu bài thì ta phải có: $\frac{n(n-1)}{2} = 5050 \Rightarrow n(n-1) = 10100 = 101.100$

Vậy $n=101$ đường thẳng

Bài 7: Cho trước 1 số đường thẳng, trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và có 15 đường thẳng đồng quy, biết số giao điểm nhiều nhất có thể vẽ được là 1121 giao điểm. **HD:**

Gọi số đường thẳng cho trước là n , (n là số tự nhiên và $n > 2$)

Giả sử trong n đường thẳng, bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng

nào đồng quy nên số giao điểm vẽ được là: $\frac{n(n-1)}{2}$ (giao điểm)

Do có 15 đường thẳng đồng quy nên số đường thẳng bị giảm đi là: $\frac{15.14}{2} - 1 = 104$ giao điểm

Theo yêu cầu của bài toán thì ta phải có: $\frac{n(n-1)}{2} - 104 = 1121 \Rightarrow$

$$\frac{n(n-1)}{2} = 1225 \Rightarrow n(n-1) = 2450 = 49.50 \Rightarrow n=50$$

Vậy $n=50$ đường thẳng

Bài 9: Cho n đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy, biết rằng số giao điểm của các đường thẳng đó là 780, 210 tính n **HD:**

TH1: Với số giao điểm có được là 780 thì ta có:

Với n đường thẳng, bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào đồng

quy thì số giao điểm có được là: $\frac{n(n-1)}{2}$

Theo yêu cầu của bài toán thì $\frac{n(n-1)}{2} = 780 \Rightarrow n(n-1) = 1560 = 39.40$

Vậy $n=40$ đường thẳng

TH2: Với số giao điểm có được là 210 thì ta có:

Với n đường thẳng, bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào đồng

quy thì số giao điểm có được là: $\frac{n(n-1)}{2}$

Theo yêu cầu của bài toán thì $\frac{n(n-1)}{2} = 210 \Rightarrow n(n-1) = 420 = 20.21$

Vậy $n=21$ đường thẳng

Bài 10: Có 1 số con đường, chúng cắt nhau đôi 1 và không có ba đường thẳng nào đồng quy, các con đường đó cắt nhau tạo thành 300 ngã tư, hỏi có tất cả bao nhiêu con đường//**HD:**

Gọi số con đường là n

Vì chúng cắt nhau đôi 1 và không có ba đường nào đồng quy nên số ngã tư (giao điểm) có được là:

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

Theo yêu cầu của bài toán thì $\frac{n(n-1)}{2} = 300 \Rightarrow n(n-1) = 600 = 24.25$

Vậy $n=25$ con đường

Bài 11: Bảy đường thẳng đôi 1 cắt nhau có thể cắt nhau ít nhất, nhiều nhất tại bao nhiêu điểm?**HD:**

Với 7 đường thẳng đôi 1 cắt nhau muốn số giao điểm ít nhất thì chúng phải đồng quy tại 1 điểm, Khi đó số giao điểm là 1

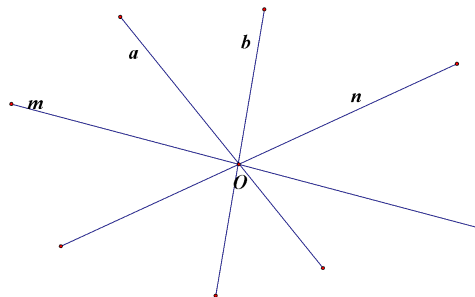
Ngược lại nếu muốn số giao điểm nhiều nhất thì bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, và

không có ba đường thẳng nào đồng quy, khi đó số giao điểm là: $\frac{7.6}{2} = 21$ (giao điểm)

Bài 12: Cho 3 đường thẳng m, a, b đồng quy tại O , ba đường thẳng n, a, b cũng đồng quy

a , CMR cả 4 đường thẳng m, n, a, b đồng quy tại O

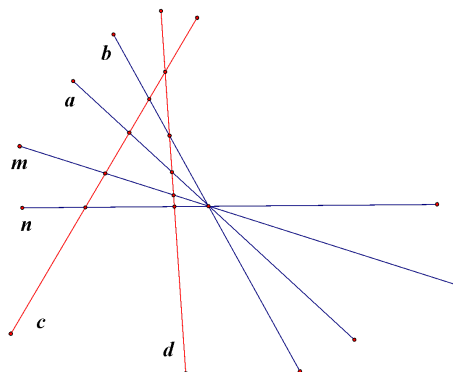
b , Vẽ thêm hai đường thẳng c, d không đi qua O . Hỏi 6 đường thẳng m, n, a, b, c, d có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm//**HD:**



a , Vì 3 đường thẳng m, a, b đồng quy tại O nên O là giao điểm của a và b

Mà n, a, b đồng quy thì đường thẳng n phải đi qua O , Khi đó cả 4 đường thẳng a, b, m, n đồng quy tại 1 điểm

b ,



Khi có thêm 2 đường thẳng c và d, để số giao điểm được nhiều nhất thì đường thẳng d phải cắt cả 4 đường thẳng a,b,m,n tạo thêm 4 giao điểm

Và đường thẳng c phải cắt cả 5 đường thẳng a,b,m,n,c tạo thêm 5 giao điểm

Như vậy có nhiều nhất $1+4+5=10$ giao điểm

Bài 13: Cho 11 đường thẳng đôi 1 cắt nhau:

a, Nếu trong số đó không có ba đường thẳng nào đồng quy thì có tất cả bao nhiêu giao điểm của chúng

b, Nếu trong 11 đường thẳng đó có đúng 5 đường thẳng đồng quy thì có bao nhiêu giao điểm của chúng//**HD:**

a, Vì không có ba đường thẳng nào đồng quy, thì số giao điểm có thể vẽ được là nhiều nhất và bằng:

$$\frac{11 \cdot 10}{2} = 55 \text{ giao điểm}$$

b, Nếu có đúng 5 đường thẳng đồng quy thì số giao điểm giảm bớt đi là: $(5 \cdot 4):2 - 1 = 9$ giao điểm

Vậy số giao điểm có được là $55 - 9 = 46$ giao điểm

Bài 14: Cho 5 đường thẳng đôi một cắt nhau, gọi m là số giao điểm có được tạo thành

a, Tính giá trị lớn nhất của m

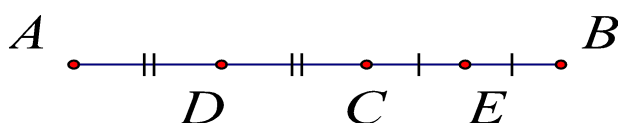
b, Tính giá trị nhỏ nhất của m//**HD:**

a, Với 5 đường thẳng cắt nhau, để có số giao điểm m lớn nhất thì không có ba đường thẳng nào đồng quy, khi đó số giao điểm là: $m = (5 \cdot 4):2 = 10$ giao điểm

b, Với 5 đường thẳng cắt nhau, để số giao điểm n nhỏ nhất thì cả 5 đường thẳng đó phải đồng quy, Khi đó số giao điểm $n = 1$ giao điểm

DẠNG 5: Các bài toán về tính toán

Bài 1: Cho đoạn thẳng $AB = 5\text{cm}$, điểm C nằm giữa A và B, các điểm D và E theo thứ tự là trung điểm của AC và CB. Tính độ dài DE//**HD:**



Vì C nằm giữa A và B nên CA và CB là hai tia đối nhau

Hai điểm D và E nằm trên hai tia đối nhau CA và CB có chung gốc C nên C nằm giữa D và E

Ta có:

$$DC + CE = DE \Rightarrow DE = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2}(AC + CB) = \frac{1}{2}AB = \frac{5}{2}$$

Bài 2: Trên tia Ox lấy hai điểm M, N sao cho $OM = 3\text{cm}$ và $ON = 7\text{cm}$,

a, Tính độ dài đoạn thẳng MN

b, Lấy điểm P trên tia Ox sao cho $MP = 2\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng OP

c, Trong trường hợp M nằm giữa O và P, chứng minh rằng P là trung điểm của MN //**HD:**



a, Trên cùng 1 tia Ox Vì $OM = 3\text{cm} < ON = 7\text{cm}$ Nên M nằm giữa hai điểm O và N

Khi đó ta có: $OM + MN = ON \Rightarrow 3 + MN = 7 \Rightarrow MN = 4\text{cm}$

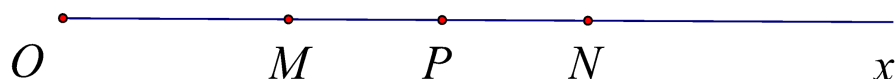
b, Ta có 2 TH:

TH 1: Điểm P Nằm về bên trái của M, Khi đó P nằm giữa O và M



Nên ta có: $OP + PM = OM \Rightarrow OP + 2cm = 3cm \Rightarrow OP = 1cm$

TH 2: Điểm P nằm bên phải của M, Khi đó M nằm giữa O và P



Nên ta có: $OM + MP = OP \Rightarrow OP = 3cm + 2cm = 5cm$

c, Ở trường hợp 2, M nằm giữa O và P, ta tính được $OP = 5cm$

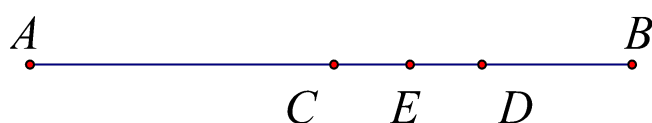
Trên cùng 1 tia Ox, ta có $OP = 5cm < ON = 7cm \Rightarrow P$ nằm giữa O và N

Ta có: $OP + PN = ON \Rightarrow 5cm + PN = 7cm \Rightarrow PN = 2cm = PM$ (1)

Mà ta lại có: $OM < OP < ON \Rightarrow P$ nằm giữa M và N (2)

Từ (1) và (2) ta có: P là trung điểm của MN

Bài 3: Cho đoạn thẳng $AB = 8cm$ và C là trung điểm của nó, lấy điểm D là trung điểm của CB, E là trung điểm của CD, Tính độ dài đoạn thẳng EB//HD:



Vì C là trung điểm của AB nên C nằm giữa A và B và $CB = 4cm$

Và D là trung điểm của BC nên D nằm giữa B và C và $DC = DB = 2cm$

Đồng thời DC và DB là hai tia đối nhau

Mà E là trung điểm của DC nên $ED = EC = 1cm$ và DE và DB là hai tia đối nhau

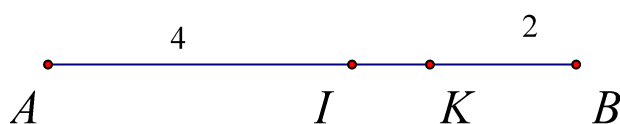
Khi đó ta có: D là điểm nằm giữa E và B

$$BD + DE = BE \Rightarrow BE = 2cm + 1cm = 3cm$$

Bài 4: Cho đoạn thẳng $AB = 7cm$, trên tia AB lấy điểm I sao cho $AI = 4cm$, trên tia BA lấy điểm K sao cho $BK = 2cm$

a, Chứng minh rằng I nằm giữa A và K

b, Tính IK//HD:



a, Ta có:

K nằm trên AB nên $AK + KB = AB \Rightarrow AK = 7cm - 2cm = 5cm$

Trên tia AB ta lại có $AI = 4cm < AK = 5cm$ Nên I nằm giữa A và K

b, Vì I nằm giữa A và K nên ta có: $AI + IK = AK \Rightarrow IK = 5cm - 4cm = 1cm$

Bài 5: Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D biết rằng A nằm giữa B và C, B nằm giữa C và D, $OA = 5cm$, $OD = 2cm$, $BC = 4cm$ và độ dài AC gấp đôi độ dài BD. Tìm độ dài các đoạn BD và AC//HD:



Vì A nằm giữa B và C nên ta có: $BA + AC = BC \Rightarrow BA + AC = 4$ (1)

Vì B nằm giữa C và D,

Giả sử C nằm giữa A và D $\Rightarrow B$ không nằm giữa C và D $\Rightarrow B$ nằm giữa A và D

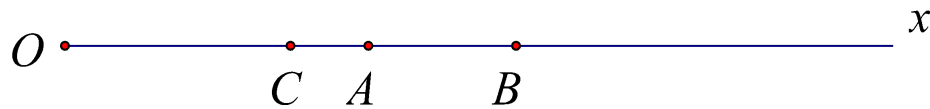
Theo giả thiết ta có: $OD < OA \Rightarrow D$ nằm giữa O và A $\Rightarrow DA = 3cm$

Ta có: $DB + BA = DA \Rightarrow DB + BA = 3cm$ (2)

Từ (1) - (2) ta có: $AC - BD = 1cm$

và $AC = 2BD \Rightarrow 2BD - BD = 1cm \Rightarrow BD = 1cm \Rightarrow AC = 2cm$

Bài 6: Gọi A và B là hai điểm trên tia Ox sao cho $OA = 4\text{cm}$ và $OB = 6\text{cm}$, Trên tia BA lấy điểm C sao cho $BC = 3\text{cm}$, so sánh AB và AC//HD:



Trên tia Ox, ta thấy $OA = 4\text{cm} < OB = 6\text{cm}$ nên A nằm giữa hai điểm O và B

Khi đó: $OA + AB = OB \Rightarrow AB = 6\text{cm} - 4\text{cm} = 2\text{cm}$

Ta lại có trên tia BA có $BA = 2\text{cm} < BC = 3\text{cm}$ nên A nằm giữa B và C

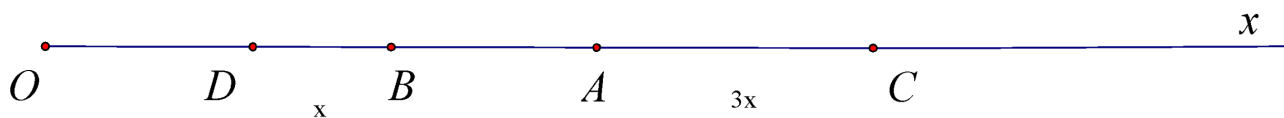
Khi đó ta có: $BA + AC = BC \Rightarrow AC = 3\text{cm} - 2\text{cm} = 1\text{cm}$

Vậy $AB = 2\text{cm} > AC = 1\text{cm}$

Bài 7: Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D biết rằng A nằm giữa B và C, B nằm giữa C và D sao cho $OA = 7\text{cm}$, $OD = 3\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$ và $AC = 3BD$

a, Tính AC

b, Chứng minh B là trung điểm của AD//HD:



a,

Đặt: $BD = x$ (cm), $AC = 3x$ (cm)

Vì D nằm giữa O và A $\Rightarrow OD + DA = OA \Rightarrow DA = 4\text{cm}$

B nằm giữa C và D $\Rightarrow B$ nằm giữa D và A $\Rightarrow DB + BA = 4\text{cm} \Rightarrow x + BA = 4\text{cm}$ (1)

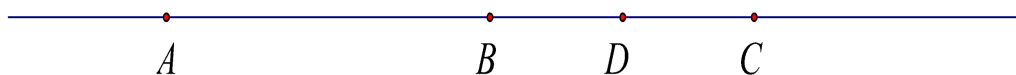
Và A nằm giữa B và C $\Rightarrow BA + AC = BC \Rightarrow 3x + BA = 8\text{cm}$ (2)

Lấy (2)-(1) theo vế ta được: $2x = 4 \Rightarrow x = 2$ hay $AC = 6\text{cm}$

b, Ta có: $x = 2\text{cm} \Rightarrow BA = 4\text{cm} - 2\text{cm} = 2\text{cm}$

Khi đó B là trung điểm của AD

Bài 8: Cho 4 điểm A, B, C, D cùng nằm trên một đường thẳng. Biết $AB = 12\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$ và $AD = 15\text{cm}$, D nằm giữa A và C. Tính độ dài BD?//HD:



Vì $AB < AD$ ta sẽ có hai TH A nằm giữa B và D hoặc B nằm giữa A và D

Nếu A nằm giữa B và D $\Rightarrow BD = DA + AB = 12 + 15 = 27\text{cm}$

Mà $BC = 7\text{cm} \Rightarrow D$ không thể nằm giữa A và C

Như vậy B nằm giữa A và D và D nằm giữa A và C (Như hình vẽ)

$\Rightarrow AB + BD = AD \Rightarrow 12 + BD = 15 \Rightarrow BD = 3\text{cm}$

Bài 9 : Cho đoạn thẳng EF và điểm A nằm giữa E và F sao cho $3AE = 4AF$.

Tính AE và AF biết $EF = 21\text{cm}$ //HD:



Vì A nằm giữa E và F Nên $EA + AF = EF = 21\text{cm} \Rightarrow 3AE + 3AF = 63\text{cm}$

Mà $3AE = 4AF \Rightarrow 4AF + 3AF = 63 \Rightarrow AF = 9\text{cm}$ và $AE = 12\text{cm}$

Bài 10: Cho đoạn thẳng GH và A, B là 2 điểm nằm giữa G và H sao cho $AG = HB$.

So sánh BG và AH//HD:

TH1: $GA < \frac{GH}{2}$ khi đó ta có:



B nằm giữa G và H nên ta có: $GB+BH=GH \Rightarrow GB=GH-BH$ (1)

Và A nằm giữa G và H nên ta có: $GA+AH=GH \Rightarrow AH=GH-GA$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $BG=AH$

TH2: $GA > \frac{GH}{2}$, Khi đó ta có:



B nằm giữa G và H nên ta có: $GB+BH=GH \Rightarrow GB=GH-BH$ (1)

Và A nằm giữa G và H nên ta có: $GA+AH=GH \Rightarrow AH=GH-GA$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $BG=AH$

Như vậy ta luôn có: $BG=AH$

Bài 11: Cho $AB = 12\text{cm}$, điểm D nằm giữa A và B. Tính độ dài đoạn thẳng DA và DB biết $DA - DB = 2\text{cm}$ //**HD:**



Ta có: Vì D nằm giữa A và A và B nên ta có: $AD+DB=AB=12\text{cm}$

Mà $AD-DB=2\text{cm}$

Nên $AD = \frac{12+2}{2} = 7\text{cm}$, và $BD = \frac{12-2}{2} = 5\text{cm}$

Bài 12: Cho ba điểm A, M, B thẳng hàng và $AM = 3\text{cm}$; $AB = 8\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng MB

HD: TH 1: M nằm giữa A và B khi đó ta có:



$AM+MB=AB \Rightarrow MB=8\text{cm}-3\text{cm} = 5\text{cm}$

TH 2: A nằm giữa B và M



Khi đó ta có: $MA+AB=MB \Rightarrow MB=3\text{cm}+5\text{cm}=11\text{cm}$

TH 3: B nằm giữa A và M



Khi đó ta có: $MB+BA=MA \Rightarrow MB+8\text{cm} = 3\text{cm}$ (Vô lý)

Bài 13: Cho $AB = 10\text{cm}$. Trên đoạn AB lấy điểm I sao cho $BI = \frac{1}{3}IA$. Tính độ dài IA, IB

HD:



Ta có: I nằm giữa A và B nên ta có: $BI+IA=AB=10\text{cm}$

$$\text{Và } 3BI=IA \Rightarrow BI+3BI=10\text{cm} \Rightarrow BI=\frac{5}{2}\text{ cm và } IA=10-\frac{5}{2}=\frac{15}{2}\text{ cm}$$

Bài 14: Cho đoạn thẳng AB. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C , trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = AC$. Chứng tỏ rằng $CB = AD$ //HD:



Vì C nằm trên tia đối của tia AB nên A nằm giữa C và B, Khi đó ta có:

$$CA+AB=CB$$

Tương tự D nằm trên tia đối của tia BA nên B nằm giữa A và D , khi đó ta có:

$$AD=AB+BD, \text{ Mà } BD=CA \text{ Nên } CB=AD$$

Bài 15: Cho đoạn thẳng AB có độ dài 10 cm. Trên tia AB lấy điểm C sao cho $AC = 4\text{cm}$, trên tia BA lấy điểm D sao cho $BD = 4\text{cm}$., Tính độ dài đoạn CD//HD:



Ta có: C nằm trên AB nên ta có: $AC+CB=AB \Rightarrow BC=10-4=6\text{cm}$

Trên tia BA ta có $BC=6\text{cm}$, $BD=4\text{cm}$ nên D nằm giữa B và C, khi đó ta có:

$$BD+DC=BC \Rightarrow CD=6\text{cm} -4\text{cm} =2\text{cm}$$

Bài 16: Cho đoạn thẳng AB và trung điểm M của nó. Lấy điểm O thuộc tia đối của tia BA ($O \neq B$). Hãy so sánh OM với trung bình cộng của hai đoạn thẳng OA và OB//HD:



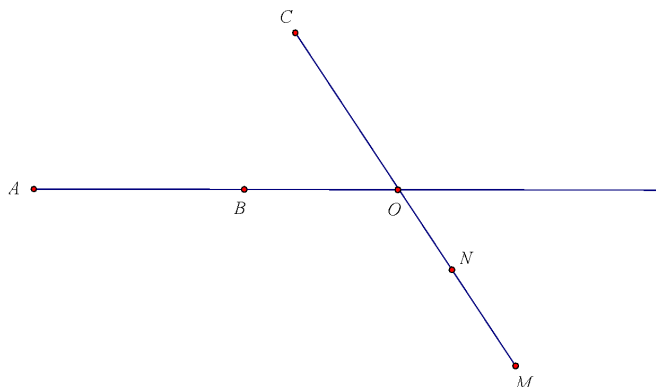
Ta có: Vì O nằm trên tia đối của tia BA nên cũng nằm trên tia đối của tia OM

Hay B nằm giữa M và O, Khi đó ta có: $OM=OB+BM$

Và trung bình cộng của hai đoạn OA và OB là:

$$\frac{OA+OB}{2} = \frac{OB+2BM+OB}{2} = OB+OM = OB+OB+BM > OB+BM$$

Bài 17: Cho 6 điểm A,B,C,O,M,N sao cho A ,B, C không thẳng hàng, A,B,O thẳng hàng và O,C, M thẳng hàng, C, M, N thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được 1 đường thẳng. Có bao nhiêu đường thẳng vẽ được, liệt kê//HD:



Từ A ta kẻ được các đường thẳng: AB, AC, AN, AM

Từ B ta kẻ được các đường thẳng: BC, BN, BM

Từ C ta kẻ được CN

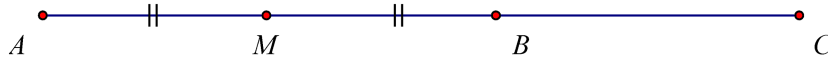
Vì O, C, M thẳng hàng và C, M, N thẳng hàng $\Rightarrow$ C, O, M ,N thẳng hàng

Bài 18: Cho đoạn thẳng AB và trung điểm M của nó.

a, Chứng tỏ rằng nếu C là điểm thuộc tia đối của tia BA thì

$$CM = \frac{CA + CB}{2}$$

b, Chứng tỏ rằng nếu C là điểm nằm giữa M và B thì $CM = \frac{CA - CB}{2}$.//////HD:



a, Vì C là điểm thuộc tia đối của tia BA nên B nằm giữa M và C

$$CM = CB + BM = CB + \frac{AB}{2} = \frac{2BC + AB}{2} = \frac{AB + BC + BC}{2} = \frac{AC + BC}{2}$$

Khi đó ta có:

b,



Nếu C nằm giữa MB thì ta có: $CM = MB - BC = \frac{AB}{2} - BC$

$$CM = \frac{AB - 2BC}{2} = \frac{AB - BC - BC}{2} = \frac{AC - BC}{2}$$

Bài 19:

a, Trên tia Ox lấy hai điểm M và N, sao cho OM = 3cm và ON = 7cm.

b, Tính độ dài đoạn thẳng MN.

c, Lấy điểm P trên tia Ox, sao cho MP = 2cm. Tính độ dài đoạn thẳng OP.

d, Trong trường hợp M nằm giữa O và P. Chứng tỏ rằng P là trung điểm của đoạn thẳng MN.

e, Cho 2014 điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh là 3 trong 2014 đỉnh đó

HD:



b, Trên cùng 1 tia Ox, ta có: OM=3cm < ON=7cm nên M nằm giữa O và N

Khi đó ta có: OM+MN=ON=> MN=7cm -3cm =4cm



TH1: P nằm bên phải của M khi đó ta có M nằm giữa O và P

Ta có: OM+MP=OP=> OP=3cm +2cm =5cm

TH2:



P nằm bên phải của M, Khi đó P nằm giữa O và M

Ta có: OP+PM=OM=>OP=3cm -2cm =1cm

d,

Ở trường hợp 1, M nằm giữa O và P, ta tính được OP=5cm

Trên cùng 1 tia Ox, ta có OP=5cm < ON=7cm => P nằm giữa O và N

Ta có: $OP + PN = ON \Rightarrow 5cm + PN = 7cm \Rightarrow PN = 2cm = PM$ (1)

Mà ta lại có: OM<OP<ON=> P nằm giữa M và N (2)

Từ (1) và (2) ta có: P là trung điểm của MN

e,

Ta chọn 1 điểm, còn lại 2013 điểm, Từ 2013 điểm này ta vẽ được $\frac{2012 \cdot 2013}{2}$ đoạn thẳng

Nổi điểm đã chọn đến $\frac{2012.2013}{2}$ đoạn thẳng này ta được $\frac{2012.2013}{2}$ tam giác

Tương tự như vậy đến điểm thứ 2014, thì ta vẽ được $\frac{2012.2013}{2}.2014$ tam giác,
Nhưng vì mỗi tam giác này được tính ba lần, nên số tam giác thực tế vẽ được là:

$$\frac{2012.2013.2014}{6}, (\text{tam giác})$$

Bài 20: Cho 2 điểm M và N nằm cùng phía đối với A, nằm cùng phía đối với B. Điểm M nằm giữa A và B. Biết AB = 5cm; AM = 3cm; BN = 1cm. Chứng tỏ rằng:

a, Bốn điểm A,B,M,N thẳng hàng

b, Điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB

c, Vẽ đường tròn tâm N đi qua B và đường tròn tâm A đi qua N, chúng cắt nhau tại C, tính chu vi của tam giác CAN//**HD**:



a, Vì M, N nằm cùng phía đối với A nên 3 điểm A, M, N thẳng hàng $\Rightarrow$ A, M, N nằm trên đường thẳng a

Tương tự M, N nằm cùng phía đối với B nên B, M, N thẳng hàng hay điểm B cũng nằm trên đường thẳng a

Khi đó 4 điểm A, B, M, N thẳng hàng

b,

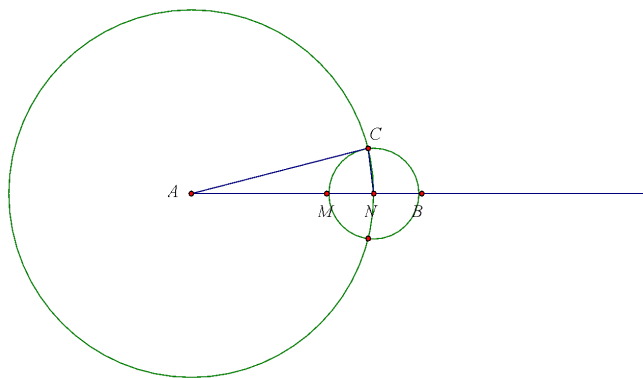
Vì M, N nằm cùng phía với A, và cũng nằm cùng phía với B nên M, N nằm trong đoạn thẳng AB, Khi đó ta có: AM+MB=AB $\Rightarrow$ BM=5cm-3cm=2cm

Và N nằm giữa A và B nên ta có: AN+NB=AB $\Rightarrow$ AN=5cm-1cm=4cm

Trên tia BA ta có: BM=2cm > BN=1cm $\Rightarrow$ N nằm giữa B và M và BN+NM+BM $\Rightarrow$ MN=1cm

Vậy N là trung điểm của BM

c,



Đường tròn tâm N đi qua B nên có bán kính là NB=1cm, khi đó NC=1cm

Đường tròn tâm A đi qua N nên có bán kính AN=4cm, Khi đó AC=4cm

Vậy chu vi tam giác CAN=4cm+4cm+1cm=9cm

Gọi A và B là hai điểm trên tia Ox sao cho OA=4cm; OB=6cm. Trên tia BA lấy điểm C sao cho BC=3cm. So sánh AB với AC//**HD**:



Trên tia Ox, ta thấy OA=4cm < OB=6cm nên A nằm giữa hai điểm O và B

Khi đó: OA+AB=OB $\Rightarrow$ AB=6cm-4cm=2cm

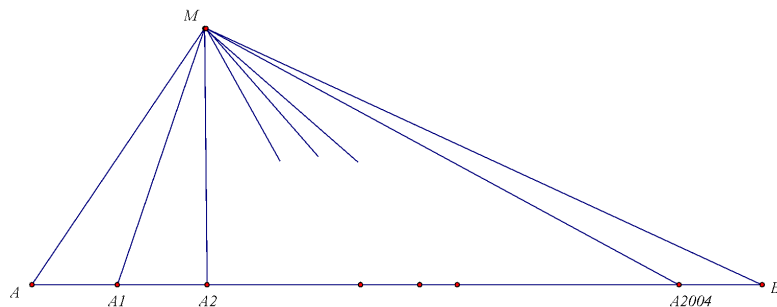
Ta lại có trên tia BA có BA=2cm < BC=3cm nên A nằm giữa B và C

Khi đó ta có: $BA+AC=BC \Rightarrow AC=3\text{cm}-2\text{cm}=1\text{cm}$

Vậy $AB=2\text{cm} > AC=1\text{cm}$

Bài 23: Trên đoạn thẳng AB lấy 2006 điểm khác nhau đặt tên theo thứ tự từ A đến B là $A_1; A_2; A_3; \dots; A_{2004}$. Từ điểm M không nằm trên đoạn thẳng AB ta nối M với các điểm A; $A_1; A_2; A_3; \dots; A_{2004}$; B.

Tính số tam giác tạo thành. //HD:



Trên đoạn thẳng AB lúc này sẽ có tất cả 2006 điểm vì tính cả hai đầu mút A và B

Nối các đoạn thẳng từ M đến điểm A, chưa cho ta tam giác nào,

Nối M đến A_1 tạo với 1 đoạn thẳng MA cho ta thêm 1 tam giác

Nối M đến A_2 tạo với 2 đoạn thẳng trước đó cho ta thêm 2 tam giác

Làm tương tự như vậy đến điểm thứ A_{2004} cho ta thêm 2004 tam giác,

Và cuối cùng nối M đến B cho ta thêm 2005 tam giác

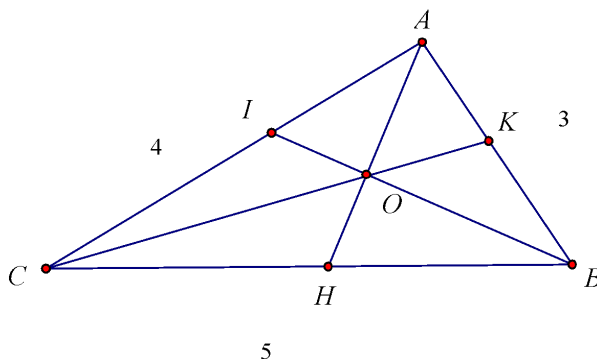
Vậy tất cả vẽ được số tam giác là: $0+1+2+\dots+2005=2011015$ tam giác

Bài 24:

a. Vẽ tam giác ABC biết $BC=5\text{cm}$; $AB=3\text{cm}$; $AC=4\text{cm}$.

b. Lấy điểm O ở trong tam giác ABC nối trên. Vẽ tia AO cắt BC tại H, tia BO cắt AC tại I, tia CO cắt AB tại K.

K. Trong hình đó có có bao nhiêu tam giác. //HD:



Có 6 tam giác đơn là: $\triangle OKA, \triangle OAI, \triangle OIC, \triangle OCH, \triangle OHB, \triangle OBK$

Có 3 Tam giác ghép đôi là: $\triangle OBC, \triangle OBA, \triangle OAC$

Có 6 tam giác ghép ba là: $\triangle ABH, \triangle AHC, \triangle BAI, \triangle BCI, \triangle CAK, \triangle CKB$

Và có 1 tam giác ghép 6, đó là $\triangle ABC$

Vậy ta có tất cả: $6+3+6+1=16$ tam giác

Bài 25: Trên tia Ox cho các điểm A, B, C sao cho $OA=1\text{cm}$, $OB=5\text{cm}$, $AC=2\text{cm}$

a/ Trên hình vẽ có bao nhiêu tia

b/ CMR điểm C nằm giữa điểm A và B

c/ Điểm C có là trung điểm của AB không ?

d/ Lấy điểm D sao cho B là trung điểm của CD, Tính độ dài đoạn OD///HD:



a, Với điểm O cho ta duy nhất 1 tia, còn lại mỗi điểm A , B , C đều cho ta hai tia đối nhau có chung gốc,

Như vậy ta có tất cả 7 tia

b, Vì $AC = 2\text{cm}$ và C nằm trên tia Ox nên A nằm giữa O và C , khi đó ta có:

$$OC = OA + AC = 1\text{cm} + 2\text{cm} = 3\text{cm}$$

Trên cùng 1 tia ta có $OA < OC < OB$, nên C nằm giữa A và B

c, Ta có: $OA < OB \Rightarrow A$ nằm giữa O và B , Khi đó $OA + AB = OB \Rightarrow AB = 5\text{cm} - 1\text{cm} = 4\text{cm}$

Vì C nằm giữa A và B nên ta có: $AC + CB = AB \Rightarrow CB = 4\text{cm} - 2\text{cm} = 2\text{cm}$,

Vậy C là trung điểm của AB

d,



Vì B là trung điểm của CD nên $BC = BD = 2\text{cm}$

Và D nằm trên tia đối của tia BC , hay B nằm giữa O và D nên ta có:

$$OD = OB + BD = 5\text{cm} + 2\text{cm} = 7\text{cm}$$