
Partie A - OPTIQUE
I. Le prisme**1. Formules du prisme**

- a. $\sin(i) = n \sin(r)$ et $\sin(i') = n \sin(r')$
 b. $A = r + r'$ et $D = i + i' - A$

2. Conditions d'émergence

- a. $A \leq 2\Lambda$: si $A = 2\Lambda$, seul le rayon tq $i = 90^\circ$ traverse le prisme, avec $i' = 90^\circ$
 b. $i' = 90^\circ$ donne $r' = \Lambda$, puis $r = A - \Lambda$, et enfin $\sin(i_0) = n \sin(A - \Lambda)$
 c. i_0 donne $\pi/2$ et $\pi/2$ donne i_0

3. Minimum de déviation

- a. $i = i'$ et $r = r'$
 b. $r = r' = A/2$ et $i = i' = (A + D_m)/2$ dc $\sin((A + D_m)/2) = n \sin(A/2)$
 c. $\ln(n) = \ln(\sin((A + D_m)/2)) - \ln(\sin(A/2))$ dc $dn/n = \cotan((A + D_m)/2)(d((A + D_m)/2)) - \cotan(A/2)dA/2$
 dc $dn/n = (dA/2)[\cotan((A + D_m)/2) - \cotan(A/2)] + (dD_m/2)[\cotan(A/2)]$ puis

$$\Delta n/n = (\Delta A/2)[\cotan((A + D_m)/2) - \cotan(A/2)] + (\Delta D_m/2)[\cotan(A/2)]$$

4. Mesure de l'indice n

- a. a.1 $2A = R_1 - R_2 = 119^\circ 52'$ dc $A = 59^\circ 56'$
 a.2 $\Delta A = 4'$
 b. b.1 On tourne le prisme jusqu'à ce que le rayon sortant change de sens de rotation.
 b.2 $2D_m = R_3 - R_4 = 97^\circ 44'$ dc $D_m = 48^\circ 52'$
 c. $(A + D_m) = 54^\circ 24' = 54,4^\circ$ et $A/2 = 29^\circ 58' = 29,9667^\circ$ dc $n = 1,62784...$
 d. d.1 $0 < \cotan((A + D_m)/2) < \cotan(A/2)$ dc $\Delta n/n = (\epsilon/2)[\cotan(A/2)]$
 d.2 $\Delta n/n = 1,009 \cdot 10^{-3}$ dc $\Delta n = 1,6452 \cdot 10^{-3}$
 e. $n = 1,6278 \pm 0,0016$

II. Le spectrographe à prisme

1. Le spectroscopie permet de voir les différentes raies et le spectrographe permet de mesurer leurs longueurs d'onde. Ici, obtient une image photo.

2. Tracé de rayons lumineux

$$\lambda_2 > \lambda_1 \Rightarrow n_2 < n_1 \Rightarrow r_2 > r_1 \Rightarrow r'_2 < r'_1 \Rightarrow i'_2 < i'_1 \text{ dc le deuxième rayon est moins dévié.}$$

3. Variation de la déviation D_m

- a. Par différentiation de **I.3.b**, $(dD_m/2)\cos((A + D_m)/2) = dn \sin(A/2)$
 b. $(dD_m/d\lambda) = 2 dn/d\lambda \sin(A/2)/\cos((A + D_m)/2)$

4. Doublet jaune du sodium

a. $dD_m = -(4\beta/\lambda^3) \sin(A/2) / \cos((A+D_m)/2) d\lambda$

b. $d_p = f' |D_m|$

c. $d_p = 4,28.10^{-4} \text{ m}$

5. Pouvoir de résolution

a. $i = i' = (A+D_m)/2$ dc, si on note h la largeur d'une face, $\sin(A/2) = b/(2h)$ et $\cos((A+D_m)/2) = l/h$, dc
 $dD_m/d\lambda = (dn/d\lambda) (b/l)$ et $d_p = |dn/d\lambda| (b/l) f' \Delta\lambda$

b. b.1 Au minimum de déviation, $di+di' = 0$ dc $\Delta i = \Delta i'$ et $(a/f) = (a'/f')$

b.2 $d_p > a'$

b.3 $(\Delta\lambda)_1 = (la/bf) / |dn/d\lambda|$

b.4 IL faut f , (b/l) et $|dn/d\lambda|$

b.5 $2(l/b) = \cos((A+D_m)/2) / \sin(A/2)$ dc $(la/bf) = 1,16258.10^{-4}$, et $|dn/d\lambda| = 1,03592.10^5$ dc
 $(\Delta\lambda)_1 = 1,1223.10^{-9} \text{ m}$ puis $PR_1 = 525$

c. c.1 $\rho = f' \lambda / l$

c.2 $d_p = \rho$

c.3 $(\Delta\lambda)_2 = (\lambda/b) / |dn/d\lambda|$

c.4 Il faut b et $|dn/d\lambda|$

c.5 $(\Delta\lambda)_2 = 1,6253.10^{-10} \text{ m}$ et $PR_2 = 3626$

d. Na : $(\Delta\lambda)_2 < \Delta\lambda = 0,6.10^{-9} < (\Delta\lambda)_1$ dc non séparées si la fente n'est pas très fine

Hg : $\Delta\lambda = 2,1.10^{-9} > (\Delta\lambda)_1$ dc séparées de toutes façons.

III. Le réseau par transmission

1. Réseau par réflexion

2. Relation fondamentale des réseaux

a. $\delta = p[\sin(\theta) - \sin(i)]$

b. θ_k si $\delta = k\lambda$ $k \in \mathbb{Z}$ dc $\sin(\theta) = \sin(i) + k\lambda/p$

3. Dénombrement des maximums principaux

a.	k	--7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
	λ_v	-0,9	-0,7	-0,5	-0,3	-0,1	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
	λ_r				-0,9	-0,55	-0,2	0,15	0,5	0,85	

b. Il y a recouvrement entre les ordres -2 et -3 ; -3, -4 et -5 ; -4, -5 et -6 ; -5, -6 et -7.

IV Le spectrographe à réseau

1. Minimum de déviation

a. $\sin(\theta) = \sin(i) + k\lambda/p$ donne (pour k , λ et p donnés) $\cos(\theta)d\theta = \cos(i)di$ dc
 $dD = d\theta - di = di(\cos(i)/\cos(\theta) - 1) = 0$ si $\cos(i) = \cos(\theta)$ soit $i = \theta$, impossible si $k \neq 0$, ou $i_m = -\theta_{km}$.

b. Alors $D_m = 2\theta_{km} = -2i_m$ et $2 \sin(D_m/2) = k\lambda/p$

c. $i_m = -8,31^\circ$

2. Dispersion angulaire, dispersion linéaire

a. $\sin(\theta_k) = k\lambda/p$ et $\sin(\theta_k + d\theta_k) = k(\lambda + d\lambda)/p = \sin(\theta_k) + d\theta_k \cos(\theta_k)$ dc $(d\theta_k/d\lambda) = k/(p\cos(\theta_k))$

b. $(dX_k/d\lambda) = kf'/(p\cos(\theta_k))$

c. $\sin(\theta_1) = \lambda/p = 0,2890$ dc $\cos(\theta_1) = 0,9573$ et $(dX_1/d\lambda) = 0,5223 \text{ mm/nm}$

3. Résolution des doublets du sodium et du mercure dans les spectres d'ordre 1

a. $a' = af'/f = 0,2 \text{ mm}$

b. Na : $\Delta X_{na} = 0,3134 \text{ mm} > a'$

Hg : $\Delta X_{hg} = 1,097 \text{ mm} > a'$

Donc ces doublets sont séparés.

Partie B - ELECTROMAGNETISME

I. Le dipôle électrostatique

1. Doublet électrostatique - Moment électrique p d'un dipôle

a. $\sum q_i \mathbf{O'S} = (\sum q_i) \mathbf{O'O} + \sum q_i \mathbf{OS} = \sum q_i \mathbf{OS}$

b. $\mathbf{p} = q\mathbf{S}_1\mathbf{S}_2$

c.1 H : +1 et F : -1

c.2 $p = de = 1,47 \cdot 10^{-29} \text{ Cm} = 4,42 \text{ D}$

c.3 $p_{\text{exp}} = e.HF - 10.e.GF$ dc $FG = 5,39 \cdot 10^{-12} \text{ m}$

2. Potentiel scalaire électrostatique V(m)

a. $V(M) = Kq(1/r_2 - 1/r_1)$ où $K = 1/(4\pi\epsilon_0)$

b. $V_d(M) = K(\mathbf{p.r})/r^3$

3. Champ électrostatique E(M)

a. $\mathbf{grad}_M(1/r^3) = -3\mathbf{r}/r^5$ et $\mathbf{grad}_M(\mathbf{p.r}) = \mathbf{p}$

b. $\mathbf{E}(M) = -\mathbf{grad}_M(V_d(M)) = -K((\mathbf{p.r}) \mathbf{grad}_M(1/r^3) + (1/r^3) \mathbf{grad}_M(\mathbf{p.r}))$ dc $k_1 = 3$

c. $E_r = K2p\cos(\theta)/r^3$; $E_\theta = Kp\sin(\theta)/r^3$; $E_\phi = 0$

d. $\tan(\beta) = E_\theta/E_r = \tan(\theta)/2$

e. $\theta_1 + \beta_1 = \pi/2$ dc $(\tan(\theta_1))^2 = 2$ et $\theta_1 = 54,7^\circ$

4. Equipotentiels et lignes de champ

a. $r^2 = k\cos(\theta)$

- b. $dr/(2\cos(\theta)) = r.d\theta/(\sin(\theta)) = r\sin(\theta)d\phi/0$ dc $\phi = \text{cst}$ et $r = k'(\sin(\theta))^2$
 c. V_1 englobe V_2

5. Action d'un champ électrique extérieur uniforme E_e

- a. $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{OS}_2 \wedge q\mathbf{E}_e(S_2) - \mathbf{OS}_1 \wedge q\mathbf{E}_e(S_1) \approx \mathbf{p} \wedge \mathbf{E}_e(O)$ et $\mathbf{R}_f = q\mathbf{E}_e(S_2) - q\mathbf{E}_e(S_1)$ dc, par ex,
 $R_{fx} = q(E_{ex}(S_2) - E_{ex}(S_1)) \approx q(\mathbf{OS}_2 \cdot \mathbf{grad}(E_{ex}(O)) - \mathbf{OS}_1 \cdot \mathbf{grad}(E_{ex}(O))) = \mathbf{p} \cdot \mathbf{grad}(E_{ex}(O))$, dc
 $\mathbf{R}_f = (\mathbf{p} \cdot \mathbf{grad})(E_{ex}(O))$
 b. $\mathbf{p} // \mathbf{E}$: équilibre stable ; $\mathbf{p}$ anti// $\mathbf{E}$: équilibre instable

II. Le dipôle magnétique

1. Spire circulaire de courant - Moment magnétique de la spire

- a. $\mathbf{m} = \pi R^2 I \mathbf{e}_z$
 b. $\mathbf{B}(M_a(z)) = 2K' I \pi R^2 (z^2 + R^2)^{-3/2} \mathbf{e}_z$ où $K' = \mu_0/(4\pi)$
 c. $\Omega_{Ma} = 2\pi(1 - z/(z^2 + R^2)^{1/2})$ dc $\mathbf{grad}_{Ma} \Omega_{Ma} = -\mathbf{e}_z 2\pi R^2 (z^2 + R^2)^{-3/2}$ dc $\mathbf{B}(M_a(z)) = -K' I \mathbf{grad}_{Ma} \Omega_{Ma}$
 d. $\mathbf{B}(O) = \mathbf{e}_z 2K' I \pi / R$ et $\mathbf{B}(z) \approx \mathbf{e}_z 2K' I \pi R^2 / z^3$

2. Potentiel vecteur magnétique $A(M)$

- a. $A(M) = K' \mathbf{m} \wedge \mathbf{OM} / OM^3$
 b. $A(M) = K' m \cdot \sin(\theta) / r^2 \mathbf{e}_\phi$

3. Champ magnétique $B(M)$

- a. $\mathbf{grad}(1/OM) = -\mathbf{OM}/OM^3$
 b. $\text{div}(\mathbf{m}/OM) = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{OM} / OM^3$ et $\mathbf{rot}_M(\mathbf{m}/OM) = \mathbf{m} \wedge \mathbf{OM} / OM^3$ et $\Delta(\mathbf{m}/OM) = \mathbf{e}_z m \Delta(1/OM) = \mathbf{0}$
 c. $\mathbf{B} = \mathbf{rot} \mathbf{A} = K' \mathbf{rot} \mathbf{rot}(\mathbf{m}/OM) = K' \mathbf{grad} \text{div}(\mathbf{m}/OM) - K' \Delta(\mathbf{m}/OM) = -K' \mathbf{grad}(\mathbf{m} \cdot \mathbf{OM} / OM^3)$
 d. $B_r = 2K' m \cos(\theta) / r^3$; $B_\theta = K' m \sin(\theta) / r^3$; $B_\phi = 0$

4. Action d'un champ magnétique extérieur B_e

- a. $E_p = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}_e$ et $\mathbf{F} = \mathbf{grad}(\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}_e)$
 b. $E_p = 2MK' I \pi R^2 (z^2 + R^2)^{-3/2}$ dc $\mathbf{F} = -\mathbf{e}_z \partial E_p / \partial z = \mathbf{e}_z 6MK' I \pi R^2 z (z^2 + R^2)^{-5/2}$
 c. $W_o = \int_{z_0}^0 dE_p = 2MK' I \pi R^2 [1/R^3 - 1/(R^2 + z_o^2)^{3/2}] > 0$
 d. $k_3 = 13/27$

III. Le dipôle électrique oscillant

1. Le dipôle oscillant. Moment dipolaire $\mathbf{P}(t)$

- a. $p_o = a q_o$
 b. $i_o = j \omega p_o / a$

2. Potentiels retardés ($\mathbf{A}(t)$; $V(t)$)

- a. On sort $i(t-r/c)(1/r)$ de l'intégrale, qui devient ae_z
- b. $A_r = K'(j\omega p_0/r)\cos(\theta)\exp[j\omega(t-r/c)]$; $A_\theta = -K'(j\omega p_0/r)\sin(\theta)\exp[j\omega(t-r/c)]$; $A_\phi = 0$
- c. $\partial V/\partial t = -c^2 \operatorname{div} \mathbf{A} = j\omega(p_0 \cos(\theta)/(4\pi\epsilon_0 r^2))(1+j\omega r/c)\exp[j\omega(t-r/c)]$ dc $g(\theta) = \cos(\theta)$
 Si $\omega \rightarrow 0$, $V(M,t) \rightarrow p_0 \cos(\theta)/(4\pi\epsilon_0 r^2)$ càd le potentiel du dipôle statique.

3. Champ électromagnétique($\mathbf{E}(M,t)$; $\mathbf{B}(M,t)$)

- a. $\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$ dc $B_r = B_\theta = 0$ et $B_\phi = K'(j\omega p_0/r^2)\sin(\theta)(1+j\omega r/c)\exp[j\omega(t-r/c)]$ qui $\rightarrow 0$ si $\omega \rightarrow 0$ (il n'y a plus de courant).
- b. $\mathbf{E} = -\operatorname{grad} V - \partial \mathbf{A}/\partial t$ dc $E_r = 2p_0 \cos(\theta)/(4\pi\epsilon_0 r^3)(1+j\omega r/c)\exp[j\omega(t-r/c)]$;
 $E_\theta = p_0 \sin(\theta)/(4\pi\epsilon_0 r^3)(1+j\omega r/c + (j\omega r/c)^2)\exp[j\omega(t-r/c)]$; $E_\phi = 0$. Si $\omega \rightarrow 0$, on retrouve le champ du dipôle statique.

4. Rayonnement du dipôle à grandes distances

- a. $\mathbf{E} \approx (j\omega/c)^2 p_0 \sin(\theta)/(4\pi\epsilon_0 r) \exp[j\omega(t-r/c)] \mathbf{e}_\theta$ et $\mathbf{B} \approx (j\omega/c)^2 p_0 \sin(\theta)/(4\pi\epsilon_0 rc) \exp[j\omega(t-r/c)] \mathbf{e}_\phi$
 Structure locale d'onde plane
- b. $\mathbf{S} = c\epsilon_0(\omega/c)^4(p_0 \sin(\theta)/(4\pi\epsilon_0 r))^2 \cos^2[j\omega(t-r/c)] \mathbf{e}_r$ et $\langle \mathbf{S} \rangle = (1/2)c\epsilon_0(\omega/c)^4(p_0 \sin(\theta)/(4\pi\epsilon_0 r))^2 \mathbf{e}_r$
- c. $P_m = (1/2)c\epsilon_0(\omega/c)^4(p_0/(4\pi\epsilon_0))^2 2\pi \int_0^\pi \sin^3(\theta) d\theta = i_0^2 (a/\lambda)^2 \pi/(3c\epsilon_0)$
- d. $k_4 = 2\pi\mu_0 c/3 \approx 80\pi^2 \approx 789,6 \Omega$