

"Standardní metoda částečné pivotace zmíněná v části 2.6.1 požaduje, aby byl při řešení soustavy lineárních rovnic s reálnými koeficienty vždy z možných pivotů vybrán ten, který je v absolutní hodnotě největší. Takto použitá Gaussova eliminace má lepší numerickou stabilitu než jiné volby pivotů." Čo znamená numerická stabilita?

Numericky stabilní znamená, že malé zaokrouhlovací chyby nevedou k velkým chybám ve výsledku. V části 2.6.1 je příklad numericky nestabilní soustavy.

1)prečo pri LU rozklade by sme chceli prehadzovat riadky? samozrejme, ak $a_{11}=0$ je to zjavné, ale inak prečo chceme dostať na pozíciu a_{11} najväčšie číslo z a_{i1} ? počet operácií to nezmení (práve naopak zväčší keďže niečo navyše musíme spraviť)

Někdy je to dobré dělat při numerických výpočtech, viz 2.6.1

2)Pri nekonečnej množine v telese T , aký je príklad zobrazenia ktoré je na ale nie je prosté? pri obyčajnom zobrazení a množine N je to napr dolná celá časť z $x/2$, ale ako takéto niečo môžeme použiť pri maticovom zobrazení? tam sa mi skor zdá že tam môžeme tie čísla len násobiť a sčítať, neviem si predstaviť ako by sa dalo s maticovým zobrazením robiť niečo iné

Zobrazení $f_A: R^2 \rightarrow R$, kde A je reálná nenulová matice typu 1×2 , je na a není prosté. Pro každou čtvercovou matici A platí, že f_A je na právě když je prosté, viz větu 4.65.

Ak hovoríme o maticiach, ku ktorým existuje inverzná matica zľava a tiež inverzná matica sprava, odlíšime ich od matíc, ktorým prislúcha matica inverzná iba z jednej strany, nejakým názvom? Tvorí tento typ matíc nejakú skupinu, ktorú vieme odlíšiť nejakým špeciálnym názvom?

Pro čtvercové matice zleva inverzní matice existuje právě když zprava inverzní existuje právě když (oboustranně) inverzní existuje (věta 4.65), takže není potřeba nijak rozlišovat. Pro nečtvercové matice nemůže zároveň existovat zleva inverzní a zprava inverzní. Když existuje zleva inverzní, můžeme třeba matici nazývat zleva invertovatelná.

Ako sme na strane 123 dostali do matice f_1 koeficient $-L_{21}$ a $-L_{31}$ a čo vlastne označujú (znamenajú)?

Při eliminaci prvního sloupce přičítáme $-a_{21}/a_{11}$ násobek 1. řádku k 2. řádku, $-a_{31}/a_{11}$ násobek 1. řádku k 3. řádku. Jak je napsáno pod maticí, L_{21} je definováno jako a_{21}/a_{11} , takže $-L_{21}$ je přesně to číslo, kterým násobíme první řádek při nulování prvku na místě 21, apod.

Ako v LU rozklade zistím tú maticu L ? Chápem, že U je matica v odstupňovanom tvare, ale netuším ako sme dostali tú L .

Když při eliminaci nulujeme prvek na místě (i,j) , přičítáme $-a_{ij}/a_{ii}$ násobek i -tého řádku k j -tému. Prvek na místě (i,j) v matici L je $L_{ij} = a_{ij}/a_{ii}$, tedy opačný prvek k prvku, kterým násobíme i -tý řádek při eliminaci prvku na místě (i,j) .

Dělá mi trochu problém pochopit příklad 4.68 ve skriptech na straně 113, kde se počítá inverzní matice k reálné matici A . Dalo by se to prosím vysvětlit trochu jinak, nebo co bych měl případně znát, abych to pochopil? Nevím totiž, co mi uniká, ale nějak v tom pořád postup nevidím. Děkuji

Je třeba chápat řádkový pohled na násobení. Příklad se nesnaží vysvětlit algoritmus, jen na příkladě ukazuje, že inverzní matice můžeme někdy určit jednodušším způsobem než algoritmem $(A | I) \dots (I | A^{-1})$

Dobrý den,

jakým způsobem získám matice úprav? Ze skript mi to není jasné.

Matice úprav (tzv. elementární matice) jsou podrobně vypsány v tvrzení 4.25

A ještě by mě zajímalo, jestli bude příklad podobný příkladu 4.68 ze skript předvedený na přednášce, nebo se mám spíše zeptat na cvičení.

Děkuji.

Uvidíte. Pokud nebude, zeptejte se na přednášce nebo cvičení

Dobrý den,

nerozumím důkazu ekvivalence ve větě 4.65 ve skriptech, konkrétně že matici A lze převést elementárními řádkovými úpravami do jednotkové matice I_n , právě když matice A je invertovatelná. Samotnému tvrzení rozumím, přijde mi intuitivní, důkaz ale nechápu.

Ekvivalence (1) až (6) je snazší, že (7) implikuje tyto podmínky je také docela jednoduchý (jeden je v tvrzení 4.60, druhý v důkazu věty 4.65), těžší je dokázat, že z (1) až (6) plyne 7. Tomu se věnují oddíly 4.4.2 a 4.4.3. V důkazu věty 4.65 je už argument jen stručně shrnut.

Dobrý deň,

spôsob nájdenia inverznej matice k regulárnej matici $(A|I_n)$ prevedieme elementárnymi riadkovými úpravami na $(I_n|X)$ je Jordanova eliminácia? Alebo Jordanova eliminácia je niečo iné? :)

Já to znám pod název Gaussova-Jordanova eliminace. Je možné, že někdo používá termín Jordanova eliminace

Dobrý den,

jak získat elementární matice úprav?

V tvrzení 4.25 jsou podrobně popsány

Lze to i jinak než jako součin původní matice s inverzní maticí po určitém kroku?

Viz příklad 4.73, je $E_{-1} = A \cdot (\text{matice } A \text{ po prvních elementárních úpravách})^{-1}$?

(1) Takto to jde jen někdy (A musí být čtvercová, regulární)

(2) I když by A byla regulární, správně by výraz byl $E_{-1} = (\text{matice } A \text{ po úpravě}) \cdot A^{-1}$

(3) Takto se to rozhodně nepočítá

Děkuji.

Dobrý deň, chcela by som sa spýtať, či môžeme diagonálnu maticu považovať za špeciálny prípad permutačnej (čiže diagonálna je zároveň aj vždy permutačná?)

Jednotková matice je permutační. Jediná diagonální permutační matice je jednotková.

A ako by vyzerala matice, ku ktorej existuje inverzná matice zprava a zľava nie?

Musela by byť typu $m \times n$, kde $m < n$. K takej matici nikdy neexistuje inverzná zľava a někdy existuje inverzná zprava.

Takú maticu by sme nazvali singulárna? Ďakujem.

Ne, pojem singulární matice používame jen pro čtvercové matice. Tam je invertovatelnost zprava totéž co zľava (věta 4.65)

Dobrý den, chtěla bych se zeptat jak jsme přišli na řešení příkladu 4.62. Děkuji

V příkladu jsou jen 2 tvrzení: $B^2 = I_n$ (výpočet), inverzní zobrazení k osově symetrii je tatáž osová symetrie (mělo by být jasné). Co z toho je nejasného? Nebo se ptáte na něco jiného?

Dobrý den, jaké typy příkladů můžeme očekávat v průběžných písemkách? Budou to úlohy podobné těm v DÚ nebo se můžou objevit i důkazy vět?

Struktura písemky je popsána na stránkách (důkazy se objeví). Úlohy v DÚ jsou spíše těžší nebo pracnější než budou v písemkách.

Dobrý deň, mám 2 dotazy. Pri hľadaní matice inverznej zprava bola popísaná modifikácia, kedy sme pravé strany napísali vedľa matice sústavy vedľa seba, upravili maticu vľavo na jednotkovú maticu a získali maticu inverznú. Existuje ešte nejaká takáto modifikácia - "trik" (v tomto prípade nahradenie 2 súčínov matice A s vektormi x_1, x_2 za pravú stranu zloženú z 2 stĺpcov)?

Asi nerozumím otázce. Jaký jiný "trik" máte na mysli?

Po druhé, ak máme dolnú trojuholníkovú maticu E_i s jednotkami na hlavnej diagonále, tak k nej sa inverzná matice vždy vytvorila len zmenením znamienka čísel pod hlavnou diagonálou. Je na to nejaký dôkaz prečo to tak vždy platí alebo to len berieme ako dôsledok počítania?

Pokud součin dvou čtvercových matic je jednotková, jsou navzájem inverzní - a inverzní matice je určená jednoznačně. Ověření výpočtem tedy v tomto případě zcela dostačuje.

Dobrý den, příklad 4.57 na straně 105 ve Vašich skriptech je $\cos(-a)$ ($a = \alpha$), což jste asi mysleli $\cos(a)$. A ze stejného příkladu: Jak se dojde k matici B? Máte starou verzi skript, nevím o jakém příkladu mluvíte. (Matice B z příkladu 4.62 byla spočtena v příkladu 4.50)
Dobrý deň. 1. Ako presne funguje značenie v maticiach elementárnych úprav ? Na pozícii i,j, kde nastala zmena, je i riadok, ktorý sa mení a j číslo riadka, podľa ktorého sa riadok i mení? První větě moc nerozumím, elementární matice nějak speciálně neznačíme. Druhá věta - ano, přesvědčte se o tom užitím řádkového pohledu na násobení. 2. Je inverzná matice zľava taká istá ako inverzná matica zprava, keď hovoríme o regulárnych invertovateľných maticiach ? Otázce nerozumím. Možná se odpověď skrývá v pozorování 4.64. Ďakujem .
Dobrý večer, mňa by zaujímalo, prečo neexistuje k singularnej matici inverzná matica ? Ako to dokazujeme ? Ptáte se, jinými slovy, proč pro čtvercovou matici platí $(A \text{ invertovatelná}) \Rightarrow (A \text{ regulární})$. Jeden důkaz je v tvrzení 4.60, jiný důkaz v větě 4.65 (implikace $7 \Rightarrow 1$).
Dobrý večer, prečo sme prosím Vás mohli ku koncu odseku 4.4.3 konštatovať, že $Y=X$ Víme, že $AX = I$ a $YA = I$. Pozorování 4.64 pak říká, že $X=Y$ Ďakujem
Existuje inverzná matica zľava k matici A, ktorá má zobrazenie f_A, ktoré nie je NA ale je iba prosté? (čiže nie je bijekcia) Ano, viz tvrzení 4.76. (Taková matice je nutně nečtvercová, viz větu 4.65.)
Chtěl bych se zeptat zda název determinant má něco společného i s diskriminantem, či zda je to podobnost čistě náhodná. Podobnost v názvech nevidím, kromě toho, že oboje začíná na d a končí na minant. Souvislost ale existuje, diskriminant lze spočítat jako jistý determinant. https://en.wikipedia.org/wiki/Discriminant Zájemcům o záležitosti matematické etymologie doporučujeme stránku http://jeff560.tripod.com/mathword.html
Chtěl bych se zeptat, zda správně chápů, že v případě, že matici lze převést do odstupňovaného tvaru a žádný řádek není nulový, tak potom $Ax=b$ má jedno řešení. $Ax=b$ má právě jedno řešení, pokud po převedení A do odstupňovaného tvaru jsou všechny sloupce báze a sloupec pravých stran báze není.. Pro čtvercovou matici A to je ekvivalentní tomu, že nevznikly nulové řádky. Proto pro $Ax=0$ řešení neexistuje, proto $v =$ prázdná množina, pak tedy $\text{Ker } A = u+v = u+\text{prázdná množina} = u$. (Kdy u je řešením $Ax=b$ a v řešením $Ax=0$). Je to tak? $Ax=0$ má řešení vždycky, a to $x=0$. $\text{Ker } A$ tedy není prázdná množina, obsahuje alespoň jeden prvek, tj. 0.
Implikuje bod (5) z věty 4.65, že každá matice horního trojúhelníkového tvaru je regulární? Pokud je navíc čtvercová a má nenulové prvky na diagonále.
Jak dostanu inverzní matici k matici nad R? Pouze tím, že na pozicích, kde je záporné číslo napíšu kladné? Ne. Inverzní matici k matici nad R najdete stejným postupem jako v příkladu 4.66.
Jak nejrychleji určím elementární matici jedné elementární upravy provedené při Gaussově eliminaci? Předpokládám, že to vyžaduje osvojit si řádkový a sloupcový pohled na násobení matic... Tvrzení 4.25.
Jak přijdu na to, že při LU-rozkladu, když při gaussově eliminaci nemusím prohazovat řádky, tak matice L má na hlavní diagonále samé jedničky?

Je to součin matic, které jsou dolní trojúhelníkové a mají na diagonále jedničky (viz pasáž za důkazem Věty 4.85). Z definice maticového násobení plyne, že součin dvou takových matic je matice stejných vlastností.

U věty 4.85 máme umět důkazy - je tím myšlen důkaz jednoznačnosti, který je přímo u této věty napsán, nebo se to vztahuje i k důkazu existence?

Ano. Je běžné, že se v matematickém textu něco odvodí, pak se to zformuluje jako tvrzení, a pak už se to odvození v důkazu podruhé nezopakuje.

Jak můžu u jistých matic určit z paměti inverzní matici? (při určitých výpočtech ve skriptech)

Asi myslíte matice elementárních úprav - jejich tvar je jednoduchý a tedy mají i uhádnutelnou inverzi (je to matice elementární úpravy, která vrací původní úpravu). Když neuhodnete, vždycky můžete spočítat.

Jak se zjistí postupně při G. eliminaci elementární matice v příkladu 4.73? Z vysvětlení ve skriptech mi to nebylo jasné.

Tvrzení 4.25.

Jakto, že pokud matice A má LU rozklad, pak matice PA LU rozklad nemá?

Ne že nemá, jen nemusí mít. Elementární příklad je na začátku oddílu 4.5.3

Jaktože stačí, aby zobrazení f_A bylo prosté k tomu, aby existovala matice inverzní zleva k matici A?

Tvrzení 4.76, druhý odstavec důkazu.

Je možné aby obdelniková matice A typu $(m \times n)$ měla pravou nebo levou inverzní matici? Tj. matici B typu $(n \times m)$ tak, že $AB=I(m \times m)$ nebo matici C typu $(n \times m)$ tak, že $CA=I(n \times n)$.

Nemusí mít žádnou nebo může mít jednu z nich. Nemůže mít obě (pokud m není rovno n).

Dekuji

Je rozdíl mezi inverzní maticí k A zprava a zleva?

Pokud je A čtvercová, pak buď obě neexistují nebo se obě rovnají. Pokud A není čtvercová, pak může existovat nejvýše jedna z nich.

Je rozdíl mezi maticemi $E_1, E_2 \dots E_n$ a $F_1, F_2 \dots F_{n-1}$?

Matice E_i označují matice elementárních úprav. Matice F_i jsou už matice několika elementárních úprav za sebou, odpovídajících jednomu cyklu Gaussovy eliminace.

Když je zobrazení f_A prosté, existuje matice inverzní zprava k matici A?

Muselo by být zároveň na, tedy bijektivní, plyne to z tvrzení 4.75

Které z implikací použitých v důkaze věty 4.65 platí aj napriek tomu, že by matica nebola štvorcová? (ale vyberali by sme inverznú a element maticu tak, aby operácie boli definované)

1,6,7,8,9,10 nedává pro nečtvercové matice ani smysl. Pro obecné (obdélníkové) matice platí:

f_A je prosté $\Leftrightarrow$ pro každou pravou stranu b má $Ax=b$ nejvýše jedno řešení $\Leftrightarrow A$ lze elementárními řádkovými úpravami převést na horní trojúhelníkovou matici doplněnou nulovými řádky (nebo jednotkovou matici doplněnou nulovými řádky) $\Leftrightarrow$ k A existuje matice inverzní zleva

f_A je na $\Leftrightarrow$ pro každou pravou stranu b má $Ax=b$ alespoň jedno řešení $\Leftrightarrow A$ se elementárními řádkovými úpravami převede na matici v odstupňovaném tvaru bez nulových řádků $\Leftrightarrow$ k A existuje inverzní zprava.

Viete ukázat' nejaký príklad, kde je hľadanie matice inverznej zľava rýchlejšie ako sprava?

Je to to samé, v oddíle 4.4.3 jen ukazujeme, že to, co jsme dostali jako matici inverzní zprava, je i maticí inverzní zleva.

Moc jsem ze skript nepobral důkaz tvrzení 4.60, ukážeme si ho?

Ano.

Co je inverzní matice zprava a zleva?

Viz odstavec pod pozorováním 4.64.

Co to jsou elementární matice? - tvrzení 4.72

Tvrzení 4.25.

Jak funguje nebo jak se tvoří ten LU rozklad?

Je to podrobně popsáno v oddílu 4.5.3, bude to na přednášce i cvičení.

Mohl byste na přednášce ukázat příklad typu 4.68? Po dlouhém přemýšlení jsem nakonec k výsledku dospěla, ale stejně si nejsem v postupu moc jistá. Děkuji.

Pokusíme se.

Mohl byste prosím předvést problém 4.68 na tabuli, kde přesně seberu ty řádky? Já nad tím přemýšlela a vysvětlovala to, až jsem se zamotala.

Viz výše.

Mohl byste předvést příklad LU rozkladu na přednášce? Myslím, že by mi to mohlo hodně pomoci zorientovat se v problému, je to na mě dost pojmenování najednou (R, L, U).

Samozřejmě.

Mohla by být matice U horní trojúhelníková s jednotkami na hlavní diagonále? Ak áno ako by matice vyzerala?

Ano, může mít jednotky na hlavní diagonále. Druhé části otázky nerozumím.

Mohli by ste mi prosím vysvetliť, ako hneď po Gaussovej eliminácii vidíme L (teda dolnú trojúhelníkovú maticu)? Ďakujem.

Příklad 4.83. Rozebereme i na přednášce.

Mohli byste na přednášce (út, čt) prosím vypočítat alespoň jednou nebo dvakrát LU rozklad? Není mi úplně jasný, děkuji.

Ano.

Mohli byste shrnout (pokud to jde) pojem LU rozklad?

Zápis matice jako součinu matice dolní trojúhelníkové a horní trojúhelníkové.

PS: Hledání matice inverzní zprava 4. 4. 2: Nejsem si jist, ale asi jsem Vám našel překlep ve skriptech. Na 18. řádku má být místo $(x_{12} \ x_{22})^T (x_{21} \ x_{22})^T$.

Máte pravdu, bylo tam více překlepů.

Může být matice ekvivalentními úpravami upravena do různých odstupňovaných tvarů, pokud se každý pivot rovná jedné?

Jestli chápu správně, ptáte se, zdal-li můžeme z jedné matice dostat elementárními řádkovými úpravami různé odstupňované tvary s pivoty rovnými jedné. Odpověď je ano, uvažte např. matice s řádky $(1,1), (0,1)$ a jednotkovou matici řádu 2. Pokud ale navíc požadujeme, aby nad pivoty byly 0, pak už je odstupňovaný tvar jednoznačný. Říká se mu redukovaný odstupňovaný tvar, viz oddíl 5.5.3

Je přípouštěno při výpočtech nepsat v matici nulové řádky?

Záleží při jakých výpočtech. Řešíte-li SLR, pak vypouštění nulového řádku v rozšířené matici je samozřejmě ekvivalentní úprava.

Můžete mi prosím vysvětlit tvrzení 4.76?

Matice A má matici inverzní zleva, právě když je zobrazení f_A prosté.

Na cvičení jsme dostali úlohu 4.1 (c) : dokažte v $\mathbb{Z}_p$ pro liché prvočíslo p hodnotu $2^{p-1} \dots$. Je to možné dokázat i pro 3^{p-1} ? zkoušela jsem to, a vycházelo mi to zvláště.

Proberte Vaše řešení se cvičícím.

Na straně 121 je zmíněno že $E_2 E_1$ a E_3 mají jednoduchou strukturu a přímo díky tomu můžeme zjistit jejich inverzní matice. Proč tomu tak je? Platí, že pokud je matice dolní trojúhelníková s jednotkovými prvky na diagonále. tak že její inverzní matice bude také dolní trojúhelníková s jednotkovými prvky na diagonále akorát, že prvky pod diagonálou jsou opačné?

To neplatí, zkuste si to na maticích 3×3 . Nebo si prostudujte rozbor na stranách 123-125.

Načo je dobré rozlišovať invertovateľné a regulárne matice, keď je to ekvivalentné?

Máte pravdu, ale ta ekvivalence není úplně očividná, dá nějakou práci ji dokázat. Jakmile ji máme, jsou pro nás invertovatelná a regulární synonyma. Obě se v literatuře používají.

Názvy matic L, U z LU rozkladu jsou náhodné, nebo mají nějaký význam?

lower triangular, upper triangular

Nechápu, jak získat matici L v LU rozkladu.

Příklad 4.86 říká: "V první úpravě jsme (-2) -násobek prvního řádku přičetli k druhému a 1 -násobek prvního řádku přičetli k třetímu. Ve druhé úpravě jsme 1 -násobek druhého řádku přičetli k třetímu." Ale matice L má znaménka pod hlavní diagonálou opačná tj. $2, -1, -1$.

Jak se na to přišlo?

Je to ilustrace obecného výkladu na stranách 123-125.

Nejsem si úplně jistý, proč platí pozorování 4.59.?

Hledání řešení soustavy $Ax=b$ je totéž jako hledání vzoru prvku b v zobrazení f_A . Tedy pokud pro každé b existuje právě jedno řešení, je to totéž jako že f_A je na (=existuje) a prosté (=právě jedno).

Není mi jasné, proč LU rozklad je definován pouze pro regulární matice. Chápu, že pak má soustava s danou regulární maticí právě jedno řešení, ale proč by to nešlo i pro více řešení? Není to třeba kvůli tomu, že při LU rozkladu operujeme s elementárními maticemi, jejichž součiny jsou invertovatelné, a tedy zaručují jednoznačnost a existenci řešení?

Může být definován i pro singulární matice, ale nemůžete pak požadovat, aby matice U měla nenulové prvky na diagonále a aby byl rozklad jednoznačný. Šel by definovat i pro obdélníkovou. Rozbor všech variant by přesáhl prostor, který pro toto téma v kurzu máme.

Nestačilo by, pro existenci inverzní matice zleva k matici A , aby bylo zobrazení jen prosté?

Ano, to je obsahem tvrzení 4.76.

Nie je mi celkom jasné prečo inverzná matica k matici rotácie o uhol α je práve matica rotácie o uhol $-\alpha$.

Složení rotace o úhel α s rotací o úhel $-\alpha$ je rotace o úhel 0 , čili identita. Její matice je jednotková matice, tedy jsou obě matice rotací vzájemně inverzní.

Pokud je matice A regulární řádu n a matice B a X řádu $n \times p$, pak platí vždy, že když $A \cdot B = X$, pak i $B = A(na - 1) \cdot X$, nebo to nemusí vždy platit?

Platí, dokážete to vynásobením rovnosti maticí A^{-1} zleva..

Pokud máme matice A a B (obě invertovatelné), jaký je rozdíl mezi tím, když je 1. matice B inverzní ZLEVA k matici A a 2. matice B inverzní ZPRAVA k matici A (jestli vůbec existuje)?

Je to totéž.

Pokud tedy najdeme inverzní matici zleva k matici A , dojdeme ke stejnému výsledku jako je inverzní matice zprava?

Pokud je A čtvercová.

Prečo pri funkciách existuje inverzná funkcia ku každej prostej funkcii, ale zobrazenie má inverzné zobrazenie len ak je aj prosté aj na?

Součástí definice funkce je nejen předpis, ale i její definiční obor. Inverzní funkce k f existuje pouze na oboru hodnot funkce f . Funkce f je ale vždy "na" svůj obor hodnot. Je pravda, že typicky se říká jen "inverzní funkce k $\sin$ ", či "inverzní funkce k $\sin$ na intervalu $[-\pi/2, \pi/2]$ ", ačkoli formálně správně by mělo být "inverzní funkce k zobrazení $\sin: [-\pi/2, \pi/2] \rightarrow [-1, 1]$ ".

Tvrdenie 4.76, implikácia $ii \rightarrow i$:

Prečo platí, že ak z matice $E_k \dots E_1$ zoberieme len prvých n -riadkov vyjde nám inverzná matica (teda jej súčin s maticou A bude rovný I_n bez nulových riadkov)?

k -tý řádek součinu BA závisí jen na matici A a k -tém řádku matice B .

Dá sa nejak všeobecne popísať spôsob rýchleho nájdenia inverzných matic k maticiam s jednoduchou štruktúrou (použitý v príklade 4.83)?

Je to spíš ilustrace toho, že je vhodné využívat i řádkový a sloupcový pohled na maticové násobení.

Prečo sú invertovateľné iba štvorcové matice ?

Pokud by A byla typu $m \times n$, pak XA i AX budou zároveň existovat jen pokud X bude $n \times m$. Pokud m nerovná se n , pak ale budou XA a AX různého typu, nemohou se tedy ani rovnat. Definice 4.57 by nedávala smysl. Invertováním z jedné strany se zabývají tvrzení 4.75 a 4.76.

pri odpovedi cislo 2 som si nebol isty. Musi byt zobrazenie f_A bijektivne aby inverzna matica zlava existovala? Alebo staci, aby bolo proste? dalujem za objasnenie

Prosté, tvrzení 4.76.

Príklad 4.68.

Ako sme dopočítali tretí riadok X? Ďakujem za objasnenie.

$(1, 0, \frac{1}{3}) \cdot X = (0, 0, 1)$, tedy $1 \cdot (1. \text{ řádek } X) + \frac{1}{3} \cdot (3. \text{ řádek } X) = (0, 0, 1)$. 1. řádek X známe, 3. tedy můžeme dopočítat.

Proč je větě 4.85 předpoklad, že při Gaussově eliminaci nemusíme prohazovat řádky? Regulární matice u které bychom je museli přehazovat při Gaussově eliminaci nemá LU rozklad?

Nemá, zamyslete se nad maticí na začátku oddílu 4.5.3.

Proč matice typu $m \times n$ nemohou být regulární?

Bud' vzniknou při GE nulové řádky (a pak není příslušné zobrazení na), nebo nebázové sloupce (a pak není prosté).

Proč u LU rozkladu násobím elementárními maticemi odzadu? (např: $E_3 \times E_2 \times E_1$)

Protože provést součin matic $ABCD = A(B(CD))$ znamená vynásobil matici D zleva maticí C, pak výsledný součin zleva maticí B, pak výsledný součin zleva maticí A.

Při vytváření LU rozkladu matice PA je matice určená jednoznačně volbou permutační matice P. Má otázka zní, existuje nějaký náhled, jak zvolit vhodně P, aby LU rozklad splňoval další kritéria, např. co nejmenší výpočetní složitost při velké matici A ?

Pro výpočetní složitost je nejlepší prohodit jen, když je to nutné (ale prohození je velmi nenáročná operace, když se správně implementuje, takže to je víceméně jedno). Pro numerickou stabilitu je dobré mít prvek na pozici pivota co největší.

rad bych na prednasce nebo na cviceni pracoval s postupem k nalezeni inverzni matice, nejak mi to nejde :(Samozřejmě budeme.

U příkladu 4.67: Když je matice A regulární nad tělesem Z_5 , tak jednotlivé inverzní matice k elementárním maticím použitým k úpravám matice A jsou také regulární jen nad tělesem Z_5 ?

Matice nad Z_5 , která je regulární, bude regulární i pokud začneme čísla interpretovat jako prvky R .

U vytváření L matice, tak do první sloupečku dávám čísla, kterým musím násobit první řádek, aby se vynulovali ostatní, pak do druhého to samé pro druhý řádek atd?

S opačným znaménkem.

V domácím úkolu 3.1 je možné výsledek nechat koeficient například -delta nebo je správným řešením pouze 0-delta, tedy delta? Jde o to, jestli ve výsledku může zůstat něco mimo těleso, co má v tělese stejnou hodnotu, například -1 místo 4 v Z_5 .

Řešení by mělo být vždy co nejjednodušší, tedy v tomto případě delta. Výraz -1 není něco mimo těleso, je to výraz "opačný prvek k 1". Jde zjednodušit na 4.

V tvrzení 4.84 je v definici matice R bráná ako dolná resp. aj horná trojuholníková matica, ale ak berieme R, ktoré nám môže vyjsť pri Gausovej eliminácii tak to bude vždy nutne dolná trojuholníková matica nie?

Ano, ale proč nedokázat silnější tvrzení, když to nedá žádnou práci navíc.

Pri LU rozklade s čiastočnou pivotací keďže matica P nie je určená jednoznačne, tak môže sa stať, že k matici A vyberieme nejaké dve rôzne matice P1 a P2, kde sa pri oboch budeme už potom vedieť dostať k LU rozkladom, ktoré teda budú rôzne aj keď sa obe odvíjajú od matice A? Ano.
V tvrzení 4.71 nerozumím části důkazu. Bude mu na přednášce věnován čas? Snad bude.
Ve 4.67 Musi být úpravy tak, že násobím Eeckem matici A zleva nebo lze i zprava? Násobení zprava by byla sloupcová úprava. Ta by nezachovávala prostor řešení soustavy rovnic.
Ve skriptech je tato věta. Derivace je lineárním zobrazením (např.) z prostoru reálných diferencovatelných funkcí do prostoru všech reálných funkcí. Známena to tedy že se v maticích dá využít nějak diferenciálního počtu ? Spíše naopak, že lineární algebra má zásadní aplikace i v matematické analýze. Funkcionální analýza, diferenciální rovnice apod.
Věta 4.65, bod (8) a (9): Chápu dobře, že $X=Y$? Jestli ano, tak proč je to zapsáno ve dvou různých bodech? Děkuji Ano, ale pokud chcete napsat větu ve formátu "následující tvrzení jsou ekvivalentní", pak je ve vašem zájmu, aby každé z těchto tvrzení bylo co nejslabší, aby toho při využití příslušné ekvivalence bylo třeba ověřit co nejméně.
Vím, že to na co se ptám bylo už v minulé kapitole, ale nějak jsem stále nepochopila na jakém principu vytváříme matici sousednosti. Neboli jaký je systém uspořádání 1 a 0 do matice tak, aby mi popsala daný graf? Očísľujete si vrcholy grafu a na pozici ij v matici dáte 1 pakliže jsou vrcholy i a j spojeny hranou. Na ostatní pozice dáte nuly.
Ze skript jsem usoudila, že správná odpověď na druhou otázku je "prosté". Zároveň mi ale, podle věty 4.65 přijde, že musí být i na, a tedy i bijektivní. Proč tomu tak není? Věta 4.65 hovoří pouze o čtvercových maticích.
Budeme na cvicenich nebo ve zkousce počítat LU-rozklad s castecnou pivotaci? A k čemu je LU-rozklad v praxi? Budeme počítat LU rozklad, bez pivotace. LU rozklad má smysl jako metoda řešení několika soustav rovnic, u kterých se nemění matice soustavy, ale mění se pravá strana. To je třeba u soustav rovnic objevujících se při numerickém řešení diferenciálních rovnic dost typické. Koeficienty matice odpovídají vlastnostem materiálu, prostředí, modelu, pravé strany okrajovým podmínkám či vnějšímu signálu.
Celkom som neporozumel tej časti v skriptách kde sa vysvetľoval pohľad z geometrického pohľadu. Mohli by ste to prosím nejak vysvetliť na prednáške? Zkuste být příště konkrétnější.
Dobrý den, chtěl bych poprosit o dovysvětlení pojmu "invertovatelná matice" a ukázání nějakého příkladu. Děkuji, Je to matice, která má inverzní matici.
Existuje operace násobení matic o stejných rozměrech, kde by se násobilo po prvcích stejně jako u sčítání? Má taková operace smysl? Ano, měla by smysl, pokud by s maticí bylo zacházeno jako se souborem dat, například bitmapa+filtr.
Horní(dolní)trojúhelníkovmatice se bere i s hlavní diagonálou, či pouze s čísly, která jsou nad(pod) ní? Horní trojúhelníková matice má nuly pod diagonálou, na diagonále může být cokoliv.

Chcem sa spýtať, či existujú aj iné druhy matíc ako regulárna a singulárna? Ak áno, kde sa s nimi dá stretnúť? Každá čtvercová matice je buď regulární nebo singulární. Pro ostatní matice tyto pojmy definovány nejsou.
Jak vypada ta permutacní matice? Ma nejaky obecne popsateľny "tvar" nebo muze byt takrka jakakoliv? Permutační matice má v každém řádku a sloupci právě jednu jedničku, zbytek nuly.
Jak zjistíme matici L pro LU rozklad? L je záznamem provedených úprav, na pozici (i,j) v matici L je -t, pokud jsme k při úpravách matice A k vynulování prvku na této pozici přičítali t-násobek j-tého řádku k i-tému, viz strany 123-125.
Je možné nějakým způsobem použít LU rozklad i pokud jsem prohodil řádky? Pak je to LU rozklad z částečnou pivotací, viz věta 4.87.
K čemu se v praxi využívá LU-rozklad? Chápu, kolik práce ušetří, jen si neumím představit, kdy je třeba řešit větší množství soustav rovnic s různými pravými stranami. Viz výše.
Musí permutačná matica vždy spĺňať podmienku, že zmení poradie riadkov v matici? Mohla by sa aj jednotková matica nazývať permutačná? Ano, jednotková je také permutační.
Může být matice inverzní zprava i zleva (a existovat bijekce)? Pozorování 4.64.
Můžete mi, prosím, vysvětlit, jak se doberu správného výsledku ve 3. otázce tohoto domácího úkolu? Tvrzení 4.71, bod 2. Má slovo regulární něco společného s pojmem "pravidelná", nebo co to znamená? Regulární 1x1 matice je každá nenulová, singulární je pouze 0. Z toho je vidět, že regulárních je více než singulárních, nad R vlastně "nekonečně" více. Podobné je to pro obecnou nxn matici. Tedy slovo regulární by česky znamenalo něco jako "běžná", singulární pak "neobvyklá".
Nechápem akým spôsobom zapisujeme matice úprav. Mohli by ste to predviesť na prednáške na nejakom konkrétnom príklade? Ano, viz též tvrzení 4.25.
Nerozumím celkom aký je rozdiel medzi regulárnou a invertovateľnou maticou. Môže byť matica invertovateľná ale nie regulárna, alebo naopak? Je to totéž, viz výše.
Prečo nemôžu byť všetky matice regulárne? Protože všechna zobrazení nejsou bijekce. Třeba nulové zobrazení, projekce apod.
Probíhá kompromitování fotografií též pomocí změny informace zabudované v maticích, tak jako to probíhá při pořízení fotky? Komprimování fotografií musí informaci někde "ušetřit". Jednou z cest je překódovat data uložená v bitmapě pomocí jiné matice, v níž je lépe patrné, zahození které části informace vadí nejméně. Jednou z takových metod je tzv. SVD (singular value decomposition). O ní se budeme schopni bavit na konci letního semestru.
Proč je označení LU rozkladu zrovna písmeny L a U? Viz výše.
Ukážete LU-rozklad pomocí Gaussovy eliminační metody na hodině? Ano.
Ve skriptech je uvedeno, že pojmy invertovatelná matice a regulární matice splývají, jaký je mezi nimi tedy rozdíl? Viz výše.

Aké mají inverzní matice využití? Inverzní matice je způsob, jak na maticích zavést operaci dělení, je to tedy základní pojem celého maticového počtu.
Aký je rozdíl mezi regulární maticí a invertovanou? Pojmy regulární a invertovatelná matice jsou ekvivalentní.
Co je singulární matice ? Čtvercová, která není regulární.
Co jsou bonusové problémy? Mají se jejich řešení psát na odevzdávaný papír? Můžete, jsou to pro vás problémy k dalšímu zamyšlení. Pište prosím podobné organizační dotazy do druhého pole, první slouží k matematickým dotazům k aktuální kapitole.
Co přesně je $\text{Ker} A$ a jak se s tím počítá? Definice 4.80.
Co znamená částečná pivotace? Odstavec 2.6.1
Jak se dá dokázat, že je matice invertovatelná? Třeba využitím některé z ekvivalentních podmínek z věty 4.65 Mají permutační matice nějaké speciální využití? V LU rozkladu s částečnou pivotací je používáme. Také se pomocí nich dá dokázat, že každá konečná grupa se dá realizovat pomocí maticového násobení.
Jak se dá ještě v praxi využít dělení na regulární a singulární matice? K čemu nám je permutační matice přesnější? Zkuste být příště konkrétnější. Permutační matice umožňují maticově popsat permutaci sloupců nebo řádků matice.
Jak si spočítám jednotlivé prvky elementární matice při počítání soustavy rovnic. Tvrzení 4.25.
Jaké mají LU a PA-rozkłady využití v praxi ? O LU rozkladu viz výše, PA rozklad nic není.
Jaké označení má singulární matice, prosím? Není to jedna matice, ale vlastnost matic. Nemá žádné speciální označení.
Je potřeba používat kanonické báze, nebo o nich stačí pouze vědět a rozumět, co se jimi myslí? Kanonické báze jsou velmi užitečná věc, potkáme se s nimi ještě mnohokrát. Jaké pravidlo má zápis elementárních matic? Nerozumím.
Kdy se používá LU-rozklad? Viz výše.
Kdy se oplatí počítat pomocí LU rozkladu? Viz výše.
Má permutační matice něco společného s permutací? Ano, když zapíšete postupně pro každý řádek index sloupce, ve kterém je na daném řádku jednička, dostanete n vzájemně různých čísel (tj. permutaci), z nichž můžete permutační matici zase zpětně zrekonstruovat.
Má regulární matice nějakou zvláštní geometrickou představu? Je to matice bijektivního zobrazení, tedy vlastně něco jako "vratného pohybu".
Mají singulární matice nějaké další speciální vlastnosti, když je definujeme pouze u čtvercových matic? Mají, ještě se o nich mnoho dozvíme.

Mohl byste věnovat čas a vysvětlit LU rozklad, nebyl jsem schopen to plně pochopit.
Ano.
Mohl byste znovu projít LU rozklad na přednášce?
Ano.
Může se pomocí matice vytvořit zobrazení zobrazující z x-dimenziálního prostoru do y-dimenziálního prostoru, pro libovolné x a y?
Ano.
Používá se LU rozklad pouze k urychlení výpočtů, nebo i k něčemu jinému?
Primárně má uplatnění při výpočtech.
Proč nás zajímá výpočet inverzní matice?
Viz výše.
Další otázky
Ako vieme, že zobrazenie T_n do T_m nám dáva maticu A typu $m \times n$, prečo nie $n \times m$?
Vyplyvá to z definície 4.41
budu sa domáce ulohy vracat?
Ano.
Jak se násobí matice ?
Od strany 82 dále.
Ještě bych se chtěla zeptat, jak jsme na minulé přednášce na konci dělali ten poslední příklad (už docela v rychlosti), tak jsem moc nepochopila to dosazování a vůbec, jak se došlo k výsledku, tak jestli byste to ještě trochu nevysvětlil, prosím.
Jednalo se o matici $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ / $\begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}$.
Budeme to opakovaně dělat na cvičení.
Ještě bych se chtěla zeptat, jak se k nám dostanou zpět naše domácí úkoly? Myslela jsem, že je budeme dostávat na cvičení, ale zatím se tak nestalo. Děkuji
Budete je dostávat.
Když jsem počítal matici nad nějakým tělesem (např. v Z_7), tak mi vyšel jistý výsledek. Když jsem stejnou matici počítal nad R a až úplně nakonec (v poslední úpravě) použil pravidla tělesa (všechny prvky upravil na prvky Z_7), tak mi řešení vyšlo naprosto stejně. Je to náhoda nebo jak je to možné?
Leckdy to tak bude, to je důsledek Lemmatu 3.6, tedy pokud v úpravách "nad R " neděláte ničím, co je v Z_7 nula.
Kolik příkladů bude na 1. midtermu? Bude tam i teoretická část, nebo budeme počítat jenom zadané příklady? Kolik času budeme mít na vypracování midtermu?
Struktura midtermu ne popsána na webových stránkách.
Musíme znát všechny důkazy, které jsou ve skriptech, nebo jen ty z přednášek?
Primární studijní zdroj jsou skripta (doplňná o požadavky ke zkoušce, které jsou na webu a specifikují, co se nezkouší). Smyslem přednášek je vysvětlovat souvislosti, naučit vás přemýšlet, ne opsat důkazy ze skript na tabuli.
Násobenie rovnice maticou berieme ako základnú úpravu alebo bolo niekde skôr v skriptách spomenuté?
Násobení rovnice maticí nic není. Násobení matice elementární maticí zleva (viz tvrzení 4.25) má stejný efekt jako elementární úprava.
Aká je geometrická interpretácia transponovania matice (ak nejaká existuje)?
Něco je nařknuto v příkladu 4.56. Ještě se k tomu vrátíme, především v letním semestru.

Několikrát se ve skriptech objevilo "Gaussovo eliminací", správně by to mělo být "Gaussovou eliminací" (příp. jiné pády).
Ano.
Neměl by na str. 109 být v řešení druhé soustavy u prvního x dolní index 21 namísto 12?
Ano.
Nepochopil jsem jak funguje matice jako zobrazení... Je to se mnou hodně zlý?
Je to velmi důležité, projděte si ještě jednou stránky 102-106, využijte možnosti konzultací.
Nepochopil jsem zadání druhého bonusu u úkolu na tento týden
To je překlep, má tam být 3.2
Omlouvám se, tento kvíz odesílám po druhé, protože jsem zapomněla napsat otázku. Dělán Vám v tom takto nepořádek nebo se automaticky moje předchozí odpověď přepíše?
Počítá se vždy poslední odpověď.
Pokud udělám bonusové úkoly v domácím úkolu přidá mi to nějaké body?
Ne, ale kvůli bodům přece nestudujete, ne?
Prosím Vás, je možné dostat zpět zkontrolovaný dů, abych věděla jaké chyby tam mám a případně to reklamovat?
Ano, budou na cvičení.
Moc jsem Vám vděčná.
Prosím, nemohli byste se pokusit okomentovat příklad 4.54? Není mi jasné jak se došlo k obrazům e_1 , e_2 , e_3 . Děkuji.
Rotujete okolo osy x_1 o 90 stupňů. Tedy vektor e_1 jde sám na sebe, e_2 jde na e_3 a e_3 na $-e_2$.
Překlep na str. 119 - 3. odstavec odspodu "nesjpiš"
Díky.
Překlep na straně 109 dole, při určení $-2/3$ je dolní index u x 12 a měl by být 21 pokud se nepletu.
Díky.
Sú prosím Vás prednášky nahrané na internete z minulého ZS obsahovo rovnaké k tohto ročným?
Ďakujem
Přibližně ano, ale 1) dochází i ke změnám ve skriptech, něco jsme se rozhodli vykládat nebo značit jinak 2) přednáška je živé vystoupení, z logiky věci nemůže být s odstupem jednoho roku totožná.
U věty 4.71 je, alespoň myslím, chybný zápis rozkladu vektoru F_2 .
Nemáte jinou verzi skript?
V časti 4.4.2. str. 109 v riešení sústav by nemalo byť $(x_{21} \ x_{22})=(-1 \ 1/3)$ namiesto $(x_{12} \ x_{22})$... ?
Ano.