

TRANSFORMACIÓN DE SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL CLÁSICA

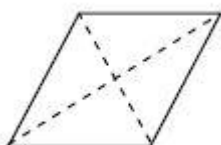


Vimos que a cosmoxía aristotélica estaba baseada nunha Terra inmóbil ao redor da cal se movían todos os astros en esferas circulares (xeocentrismo).

No século IV a. C. apareceu unha alternativa ao sistema xeocéntrico de Aristóteles:

Heráclito estableceu que o xiro conxunto das estrelas ao redor da Terra era debido a que a Terra rotaba unha volta completa ao redor do seu eixe cada día, e Aristarco (que calculara por triangulación que o Sol era polo menos 300 veces maior que a Terra), propuxo que a Terra e todos os demais planetas viraban ao redor do Sol no centro dunha “bóveda estelar” de tamaño moito maior (heliocentrismo).

Esta nova proposta, con todo, non explicaba como era que uns movementos tan velozes como os que supoñía (duns 1000 km/h para a rotación e moito maiores para a translación) non se notaban nos obxectos da superficie terrestre. Estas e outras razóns fixeron que o heliocentrismo caese en descrédito durante moitos séculos, ata que foi recuperado por Copérnico.



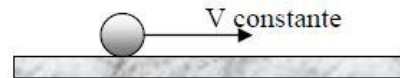
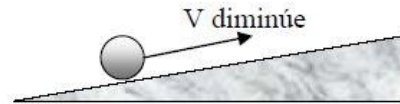
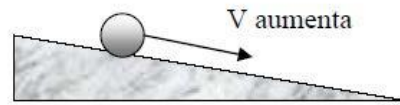
O científico italiano Galileo estaba convencido da validez do sistema heliocéntrico copernicano, mais tamén era consciente de que dificilmente sería aceptado se non se conseguía explicar por que non se notaban estes movementos terrestres.

Dedicou por iso grandes esforzos a determinar as leis do movementos dos corpos usando unha metodoloxía dedutivo-experimental.

A partir dos seus experimentos con planos inclinados chegou á conclusión de que a velocidade dun corpo abandonado nun plano inclinado aumentaba en proporción ao tempo.

Aplicou despois o razoamento dedutivo seguinte:

Se a velocidade aumenta cando o obxecto se move cara abaixo polo plano inclinado, e diminúe na mesma proporción cando se move polo plano cara arriba, a velocidade deberá necesariamente manterse constante cando o plano é horizontal.



A partir deste tipo de experiencias e consideracións, estableceu os dous principios en que se basea a teoría da relatividade:

O principio de inercia e o principio de relatividade.

Polo ***principio de inercia***, todo corpo que se mova nunha superficie horizontal sen outra causa que o free manterá a súa velocidade.

Polo ***principio de relatividade***, as leis mecánicas non cambiarán polo feito de que esteamos nun compartimento que se mova uniformemente.

Deste xeito, conseguiu superar as obxeccións á teoría heliocéntrica de carácter mecánico (aínda que non as de carácter teolóxico, como é ben coñecido):

A Terra é un ***compartimento que se move uniformemente*** a través do espazo, tanto rotando sobre si mesma como circulando ao redor do Sol. Polo tanto, de acordo co principio de relatividade, non se notará ningún efecto de carácter mecánico debido ás velocidades que poidan ter estes movementos.

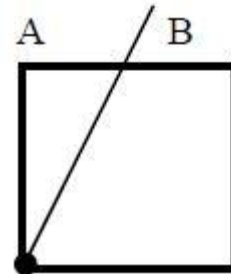
Aplicaremos a continuación estes principios aos sistemas de referencia espazotemporais vistos no apartado anterior. Dado que tanto o principio de inercia como o de Relatividade se enuncian en relación con movementos uniformes, analizaremos soamente Sistemas de Referencia Inerciais (SRI), é dicir, aqueles SR que se moven uniformemente entre si (con Movemento Rectilíneo Uniforme, MRU, nos termos de Newton). Convén ter claro que o repouso non é máis que unha clase particular de MRU con velocidade $v = 0$.

Partimos dun determinado sistema de referencia, caracterizado polo seu correspondente “cadrado unitario”, que denominaremos “Sistema de Referencia A” (SRA).

Consideremos un segundo Sistema de Referencia, o SRB, cuxa orixe se move de xeito uniforme con respecto ao SRA.

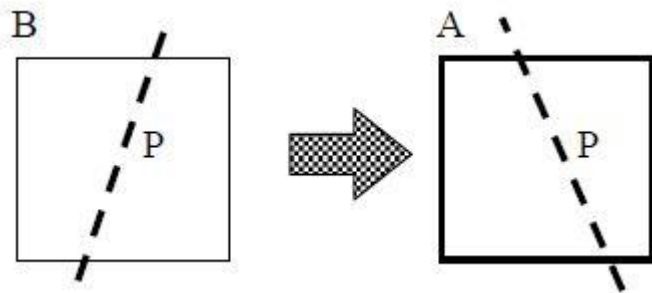
Podemos representar a situación na seguinte figura:

En ausencia de forzas, calquera obxecto P que se mova no SRB farao con MRU (polo principio de inercia), e farao tamén con MRU no SRA (polo principio de relatividade, posto que en caso contrario os dous sistemas terían propiedades mecánicas diferentes).



Isto, traducido a linguaxe gráfica, quere dicir que as liñas rectas do SRB se transforman en liñas rectas ao representalas no SRA. Dito doutro xeito:

A linearidade consérvase nas transformacións de SRI.



Pensemos agora en dous obxectos que se moven coa mesma velocidade no SRB (é dicir, que nunca se chegarán a atopar, pois as súas liñas espazotemporais son rectas paralelas).

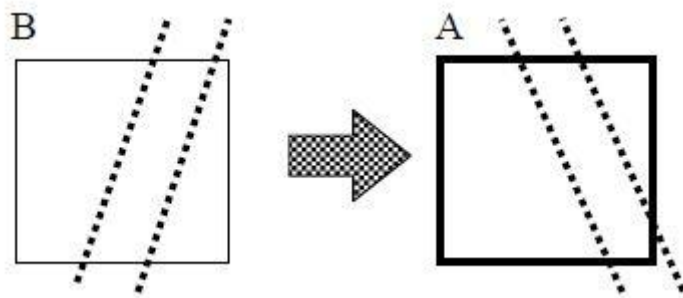
Aplicando novamente o principio de relatividade, os devanditos obxectos tampouco se poderán atopar ao representalos no SRA (posto que o feito de que dous móbiles cheguen a atoparse nun mesmo punto é unha propiedade mecánica, a colisión, e se non colisionan no SRB tampouco o farán no SRA).

Traducido á linguaxe xeométrica das gráficas espazotemporais:

A transformación do SRB ao SRA debe transformar as rectas paralelas en rectas que tamén sexan paralelas.

Expresado en termos de conservación:

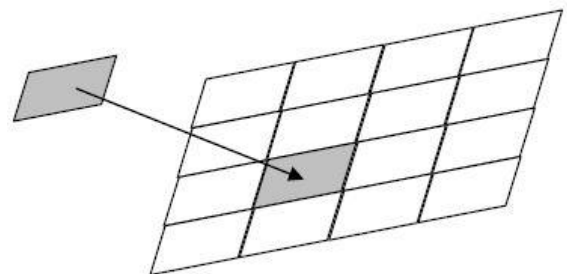
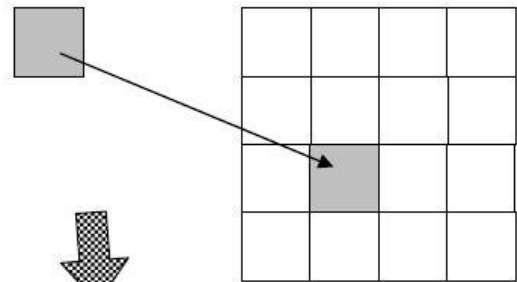
As transformacións de SRI conservan o paralelismo.



As transformacións xeométricas que conservan o paralelismo denomínanse transformacións lineais, e pódense caracterizar totalmente a partir da figura resultante de transformar o cadrado unitario.

A devandita figura será en xeral un paralelogramo.

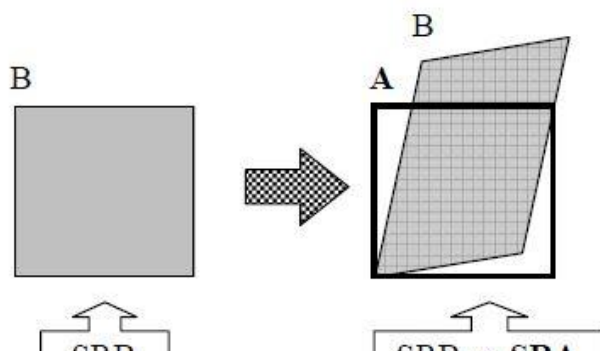
Dado que o espazo inicial pode ser recuberto dunha infinidade de “cadrados base”, da mesma forma o espazo transformado pode ser cuberto por unha infinidade dos devanditos paralelogramos transformados. Como se conservan o paralelismo e a proporción entre as distancias dos segmentos, podemos reconstruír todos os puntos do espazo inicial no novo espazo resultante da transformación a partir de dita figura base.



Agora non só estamos en condicións de representar as liñas de diversos obxectos do SRB no SRA, senón que podemos dar un paso máis:

Podemos representar “o sistema de referencia B con todas as súas propiedades” no SRA, e isto será o que permita realizar as análises posteriores.

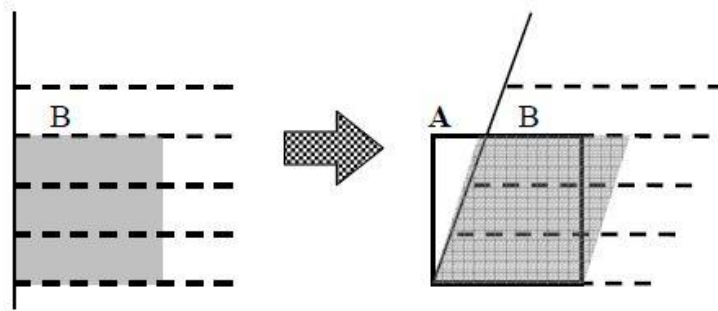
Sabemos xa que esta representación do SRB no SRA se realizará, en xeral, mediante un paralelogramo. A forma deste paralelogramo determina as propiedades xeométricas da transformación lineal e a partir das mesmas as propiedades físicas da transformación de SRI, que son as que nos interesan.



A1.2.1. Transformación de Galileo

Para poder establecer a forma definitiva da transformación de SRI necesitamos saber algo máis sobre este paralelogramo, e para iso deberemos aplicar algún principio físico adicional. Isto fíxoo Galileo apelando á intuición (ou ao sentido común):

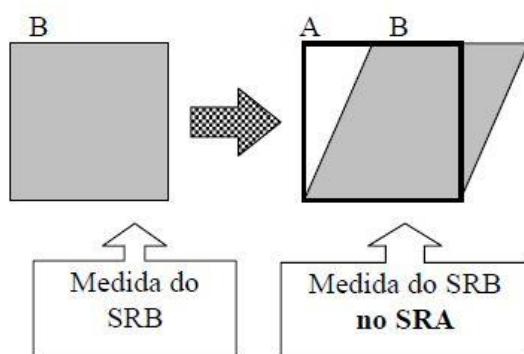
O tempo é un referente de carácter absoluto, que non cambia ao pasar dun SRI a outro.



En linguaxe xeométrica, isto quere dicir que as liñas horizontais no SRB (que representaban os puntos en que a hora era a mesma) continuarán sendo horizontais e marcando a mesma hora. Na figura da dereita, podemos ver como as liñas horizontais de puntos non cambian de posición, senón que simplemente esvaran horizontalmente (e isto, sobre unha liña recta horizontal, non cambia nada na mesma).

Aínda que non é estritamente necesario, este principio se complementa con outro semellante:

A escala espacial non varía ao cambiar de SRI.



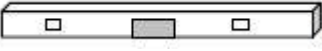
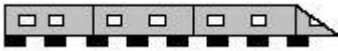
Na figura, isto equivale a manter inalterada a base do paralelogramo.

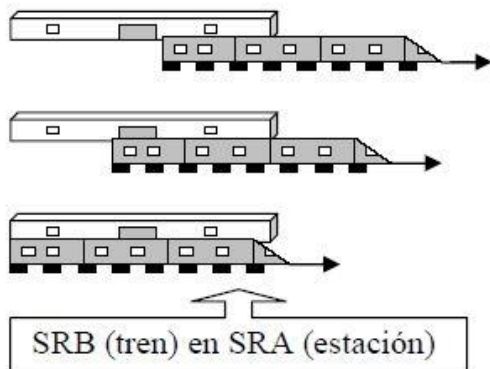
Temos así a forma definitiva da transformación de SRI para Galileo:

Podemos ver que equivale a un “esvaramento” das liñas horizontais seguindo a inclinación dada pola velocidade de B no SRA (esta velocidade denomínase *velocidade relativa*, e determina completamente a transformación de SRI para Galileo. Para diferentes velocidades, haberá diferentes inclinacións, e a figura será distinta, aínda que manterá sempre a base e as horizontais inalteradas.

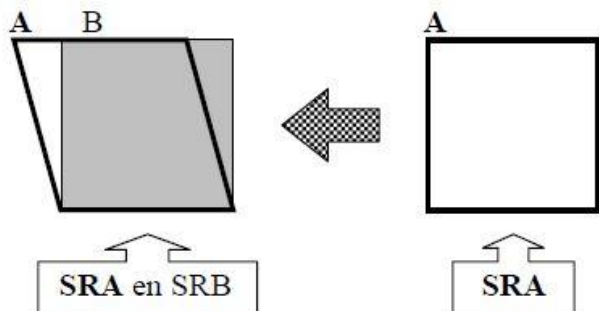
Podemos visualizar tamén esta transformación coma se o espazotempo se comportase igual que unha baralla de naipes que esvaran uns sobre os outros.

Podemos visualizar esta transformación mediante unha imaxe máis realista:

Supoñamos que o SRA é unha estación , e que o SRB é un tren  que pasa pola vía diante da mesma a gran velocidade cara á dereita. Entón, a figura móstranos que cando representamos o SRB (tren) no SRA (estación), estamos dicindo que o tren se move a gran velocidade cara á dereita pasando por diante dunha estación que non se move.

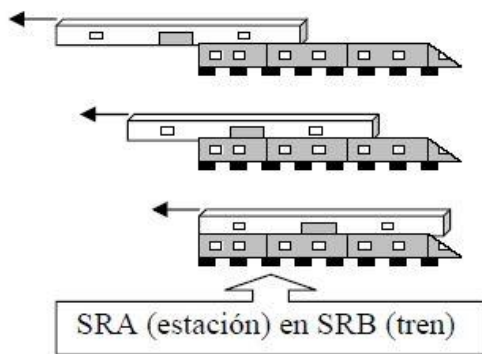


É importante recoñecer tamén a posibilidade (totalmente equivalente desde o principio de relatividade) de representar A no sistema de referencia B (posto que xa non hai distinción entre movemento uniforme e repouso).



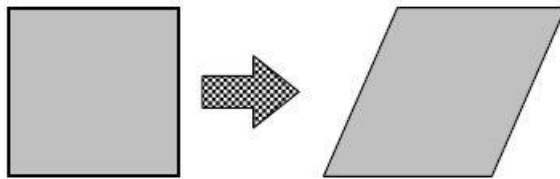
A figura sería a seguinte:

Acudindo á mesma analoxía do tren e a estación, neste caso estaríamos describindo o que se observa desde o tren:



Que a estación se despraza a gran velocidade cara á esquerda, e con ela tamén as árbores, as montañas e os demais obxectos que están “fixos” sobre a superficie terrestre.

Desde o punto de vista relativista, esta descrición do SRA (a estación) desde o SRB (o tren) é tan válida como a anterior, aínda que nos poida parecer o contrario.



Dunha forma sintética, tamén podemos

representar a transformación simplemente pola figura do paralelogramo transformado. Con todo, non debemos esquecer que non se transforma o espazotempo, como parece suxerir a figura, senón tan só a súa representación ao cambiar de sistema de referencia inercial. É dicir, o que cambia non é o sistema de referencia “en si”, senón só cómo se observa e mide desde outro sistema de referencia.

O importante é que ao cambiar as medidas do espazo e do tempo, non só cambia o “aspecto” das cousas, senón a súa “esencia”, posto que todas as propiedades mecánicas dos obxectos dependen en última instancia do espazo e do tempo.

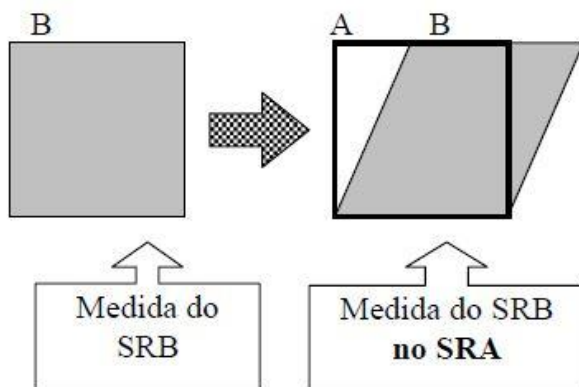
Dito doutra forma: Se temos unha variña sólida dun metro, é porque o espazo entre todas as partículas que a compoñen (átomos, compostos á súa vez de núcleos e electróns que se moven no espazo e o tempo) mide un metro en total. Se por algunha razón, desde un sistema de referencia diferente, o espazo se acurtase, acurtaríanse tamén todas as distancias entre as súas partículas, co que a variña, para esoutro sistema de referencia, xa non mediría un metro, senón menos.

Esa sería a medida REAL (e non aparente) da variña no novo sistema de referencia.

A1.2.2. Medición de magnitudes físicas na Transformación de Galileo.

Acudiremos ás figuras presentadas na parte “A” (Aristóteles) para explicar o establecemento de escalas de medida de tempo, lonxitude, velocidade e masa, e aplicarémoslas ao caso particular da transformación de Galileo:

Concretando máis: Procederemos a establecer unha medida M no SRB (gris) para posteriormente comprobar como se modifica dita medida do SRB ao ser realizada



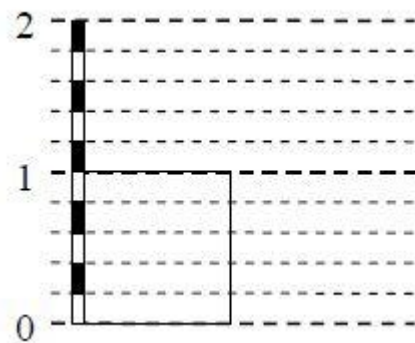
desde o SRA.

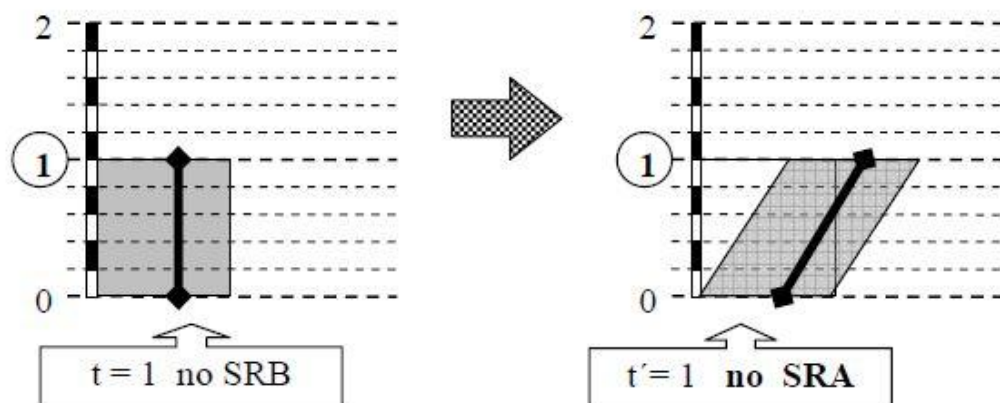
Denotaremos esta medida realizada nun sistema de referencia diferente por M' , para distinguila da medida realizada no sistema de referencia orixinal (M).

1: Medida de tempos

Xa vimos que a medición de tempos nun sistema de referencia se realizaba usando a escala vertical da figura. Aplicaremos esta escala á seguinte situación:

Un intervalo temporal de duración $1 U_t$ no SRA. Pode ser, por exemplo, unha lampadiña en repouso que se acende durante 1 hora (se esta fose a unidade de medida)





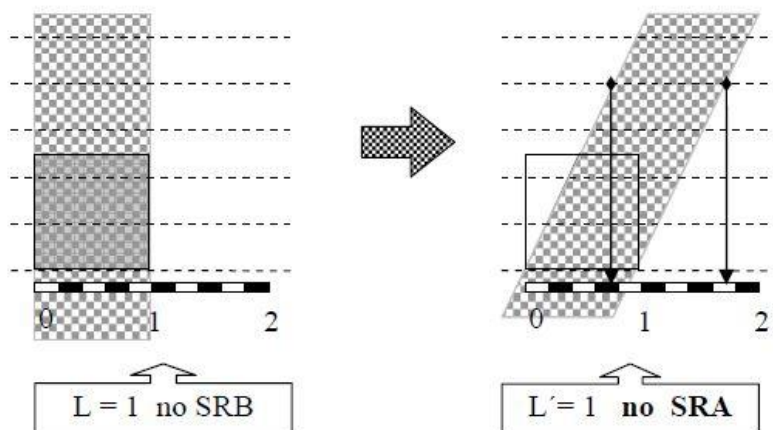
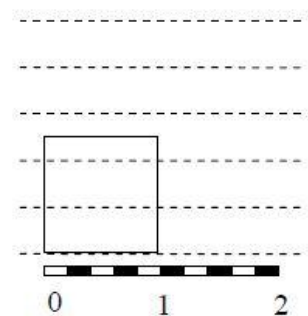
Podemos ver que nas transformacións de Galileo o tempo non varía. Isto era de esperar, posto que xa vimos que Galileo incorporou precisamente o carácter absoluto do tempo para establecer a forma definitiva da transformación de SRI que leva o seu nome.

Nota: non confundir o “tempo” (altura) coa lonxitude da liña negra, que carece de significado no espazotempo.

2: Medida de lonxitudes

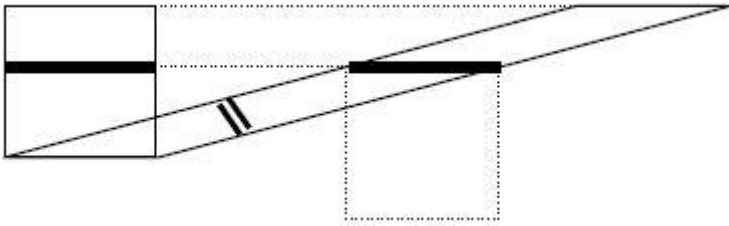
Vimos anteriormente que para medir lonxitudes é necesario utilizar unha escala horizontal combinada cunha serie de liñas de simultaneidade (liñas de puntos da figura).

Aplicaremos esta escala á seguinte situación: Unha varíña que, estando en repouso no SRB, mide 1 Ue de lonxitude (vemos que no SRB está situada permanentemente entre os puntos de coordenadas espaciais 0 e 1)



Ao realizar a medida de lonxitude da variña no SRA, vemos que esta se move. Con todo, ao medir a lonxitude cando $t = 0$ (primeira liña horizontal de puntos)), vemos que mide 1 Ue, e ao realizar novamente a medida en calquera outro instante (por exemplo, na quinta liña horizontal de puntos), vemos que agora os seus extremos están nas posicións de coordenada espacial 0'75 e 1'75, co que a lonxitude da variña segue sendo de 1 Ue.

Novamente atopámonos cun resultado esperado, posto que xa dixemos que Galileo supuxo que as escalas de lonxitude non variaban ao pasar dun SRI a outro.

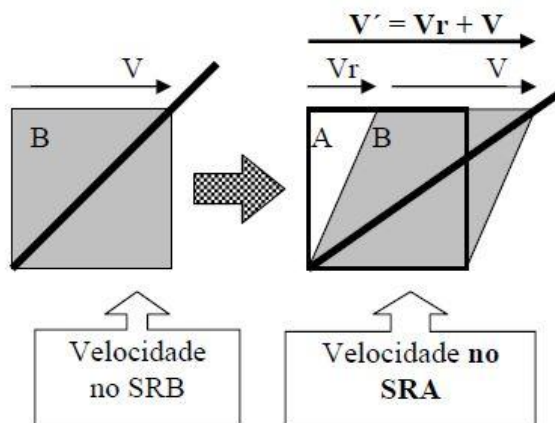


Do mesmo xeito que a nota anterior en relación á medida do tempo, non debemos confundir tampouco agora a idea de “lonxitude espacial” (visión espazotemporal) coa de “largura da faixa gris” (visión plana espacial).

A “simple vista”, a faixa inclinada parece ser máis estreita que a faixa vertical, mais isto provén de considerar a “largura” como unha medida transversal (perpendicular) á lonxitude da faixa, non en horizontal.

Na figura, esaxerando o efecto á mantenta, vemos que, aínda que a faixa parece máis delgada que o cadrado orixinal (liña dobre), a súa “largura espacial” no espazotempo é a mesma (liña negra grosa). Debemos, polo tanto, ter coidado ao usar a nosa “visión espacial” para analizar gráficos “espazotemporais”.

3: Medida de velocidades



Neste caso, supoñemos coñecida a velocidade dun obxecto no SRB (V), e queremos establecer cal será a súa velocidade no SRA, sabendo a velocidade relativa coa que se move SRB respecto do SRA (V_r).

Podemos dicir que na transformación de Galileo a velocidade relativa se sumara ás velocidades do SR inicial:

$$V' = V + V_r$$

Pódese chegar á devandita conclusión directamente a partir desta figura, posto que, como vemos, as velocidades se miden directamente na liña horizontal

$t = 1$, e na transformación de Galileo o único que fai esta liña é desprazarse cara á dereita unha distancia V_r .

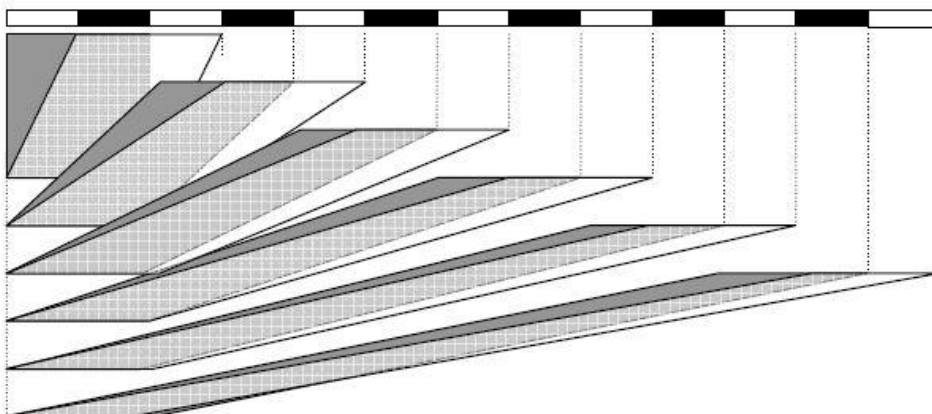
Unha consecuencia do anterior é que, de acordo á transformación de Galileo, non haberá ningunha limitación para a velocidade máxima que se poida chegar a alcanzar mediante transformacións de SRI sucesivas (é dicir, superpoñendo unha serie ilimitada de sistemas de referencia inerciais nos que cada un ten a mesma velocidade respecto do outro (isto equivale ao concepto de aceleración, aínda que non imos entrar no mesmo)).

Podemos observar na figura unha serie de sistemas de referencia nos que cada un ten unha velocidade de $\frac{1}{2}$ con respecto ao anterior, como sucede co sistema branco respecto do gris na seguinte figura:

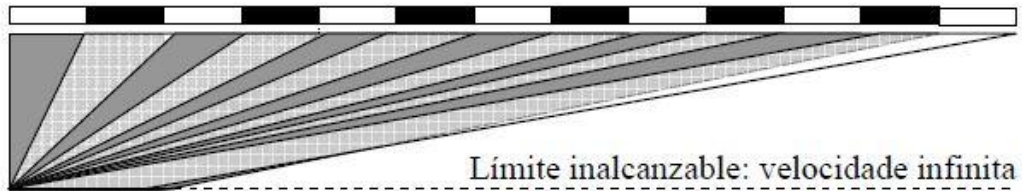


Se imos incorporando cada vez un sistema de referencia novo, cuxa velocidade é de $\frac{1}{2}$ con respecto ao último, a serie vai tendo o aspecto seguinte (amósanse os diferentes sistemas separados entre si, para observar a súa forma):

A serie de todos os sistemas incorporados sucesivamente no mesmo sistema inicial presenta a seguinte forma.



Podemos ver que dita serie pode continuar indefinidamente. Os paralelogramos van adquirindo cada vez unha inclinación maior, mais sempre chegando ata a liña horizontal superior (escala branca e negra). Existe un límite para a inclinación máxima que se pode chegar a alcanzar nesta serie, que sería a liña base horizontal. Esta liña corresponde cunha velocidade infinita.



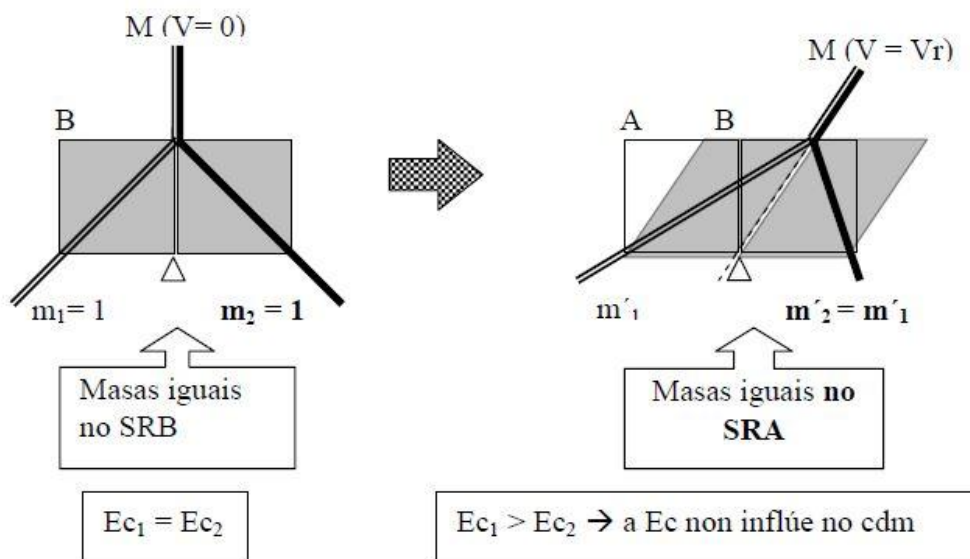
4: Medida de masas

Vimos que nun sistema de referencia poden medirse masas por comparación cunha masa patrón unidade nun choque inelástico

Na figura seguinte podemos ver, á esquerda, un choque inelástico totalmente simétrico, no que a masa de proba e a masa patrón son iguais no SRB.

Intentaremos ver se esta igualdade se conserva nun sistema de referencia distinto, SRA. (figura da dereita)

Do mesmo xeito que no caso anterior, polas características particulares da transformación de Galileo non fai falla usar o instrumento de medida de masas para decatarnos de que o centro de masas (triángulo) segue estando no centro da liña horizontal que une ambas masas, polo que se no SRB se cumpre que $m_1 = m_2$, a mesma igualdade hase cumprir no SRA: $m'_1 = m'_2$



Podemos ver tamén que a enerxía cinética de ambas as partículas (que depende da masa e a velocidade) é igual na figura esquerda mais non na dereita, mais que esta variación non inflúe para nada na posición do cdm: Masa e Enerxía cinética son magnitudes distintas.

O resultado que obtivemos permítenos dicir que nunha transformación de Galileo non se alteran as relacións entre masas. Dito doutra forma, as masas non se ven modificadas nunha transformación de Galileo, algo que tampouco nos sorprende demasiado, posto que a transformación de Galileo resulta de aplicar consideracións de “sentido común” ao concepto xeral de transformación de SRI. Deste xeito, obtemos tamén resultados de “sentido común” como este e os anteriores.

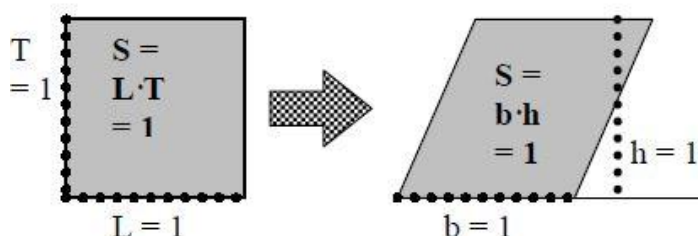
A1.2.3. Conservación da *superficie espazotemporal* (Set)

Unha propiedade da transformación de Galileo é que ao transformar o cadrado unitario a área do paralelogramo continúa sendo a unidade, é dicir, a superficie do espazotempo non cambia ao realizar unha transformación de Galileo.

Isto pódese comprobar directamente nas figuras da dereita, nas que se aplica a fórmula da área dun paralelogramo ($S = b \cdot h$)

Aínda que neste caso deducimos a conservación da Set a partir da forma xeométrica particular da transformación de Galileo, en realidade tense que cumprir para calquera transformación se queremos que o espazo siga sendo isótropo, é dicir, coas mesmas propiedades en calquera dirección. De non ser así, ao variar a Set para un SRI que se move nunha dirección (supoñamos que aumentase), tería que diminuír ao moverse no sentido contrario. Deste xeito, as propiedades do espazo xa non serían as mesmas en calquera dirección, e o espazo xa non sería isótropo.

Veremos máis adiante que esta é unha propiedade moi importante e interesante das transformacións de SRI.



De momento, bástenos con saber que dita conservación é unha consecuencia directa dos principios de Relatividade e isotropía, é dicir, non depende do tipo de consideracións adicionais que fagamos para establecer a forma definitiva da transformación de SRI. Calquera que sexa a forma do paralelogramo resultante, a superficie do mesmo ten que seguir sendo a unidade.