

はむこの解答

概要

人*i*と人*j*が戦うと必ず($w[i][j] \geq i:j$)が勝つという情報が与えられる。 $n=16$ 人の人がトーナメント戦を行う。トーナメント戦は完全二分木の構造をしており、葉から勝負していき、勝者勝ち抜きである。葉に人を割り当てる方法は $16!$ 通りあるが、そのうち人*i*が勝利する場合の数を全列挙せよ。

勉強したこと

・なし

方針

コンビネーションの全探索で遷移を集めてくるbitDP。

計算量はよくわからないが、遷移の本数を見ると

$16^*(16C16*16C8+16C8*16C4+16C4*16C2+16C2*16C1)=1.6e7$ くらいなのでまあ通る。

状態

$DP[mask][h] = mask$ の人集合がトーナメントで戦って人*h*が勝つ場合の数、ただし $count(mask)$ は2幕が保証される

遷移

$DP[mask][h]$ を集めるDPする。

$mask$ を2分割する方法($s1, s2$)であって、 $s1$ に*h*が入っているような分割を一つ固定する。ここで*s1*から勝ち抜いて来た*h*が、*s2*から勝ち抜いてきた人*x*に勝てれば、 $DP[mask][h]$ が $DP[s1][h]*DP[s2][x]$ 分だけ増える。このような*x* in *s2*を全探索してやれば、この分割から集められる場合の数はなんとなる。あとは分割*s1, s2*も動かしてやればよい。

式でいうと、

$$\text{sum}_{\{(s1, s2)=mask\text{の分割, } k \text{ in } s2\}} \text{sum}_{\{x \text{ in } s2, k \text{ wins } x\}} DP[s1][h]*DP[s2][x]$$

初期条件

$DP[1<<h][h] = 1$

求めるもの

$DP[(1<<n)-1][*]$

感想