

Розв'язки завдань III етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії. 21 січня 2022 року
10 клас

1.1 так, ні, так, ні, ні. (кожна правильна відповідь 0,2 бала)

1.2 1 – в; 2 – а; 3 – б; 4 – а. (кожна правильна відповідність 0,2 бала)

1.3 Відповідь **б. 3 год**. На зображенні чітко видно шляхи деяких яскравих зір. За добу вони б зробили повний оберт, а на фотографії видно приблизно 1/8 повного кола, тобто 3 год.

1.4. б, д, е. Місячні затемнення відбуваються тоді, коли місяць повний, а сонячні під час новомісяччя. Визначаємо на які дати не припадає новомісяччя. Якщо 19 листопада був повний місяць, то найближчі новомісяччя відрізнялися від цієї дати на $29,5/2=14,75$ діб (тобто на 14 або 15 діб). 4 листопада і 4 грудня могло бути сонячне затемнення. 20 жовтня був повний місяць, сонячного затемнення не могло бути, 6 жовтня відстає від цієї дати на 14 діб, отже було новомісяччя і могло бути сонячне затемнення. 18 грудня повний місяць, сонячного затемнення бути не може. 25 грудня випереджає 4 грудня на 21 день. Це і не новомісяччя, і не повний місяць, ніякого затемнення не може бути. (за кожну правильну відповідь 0,2 бала, за кожну неправильну -0,2 бала. Мінімум – 0 балів)

1.5 **вабг** Для точного обчислення кутових відстаней потрібно застосовувати формули сферичної геометрії, але тут пари підібрані таким чином, що можна оцінити відстані без обчислень. Зорі першої пари мають майже однакове схилення і різницю прямих сходжень 2^h (30^0). Подібну різницю мають зорі пари № 3, але схилення зір набагато більше, вони знаходяться ближче до північного полюса і видима кутова відстань між ними менша. Зорі 2 –ї пари мають майже однакове пряме сходження, а їх схилення відрізняється на 40^0 , отже і кут між ними близько 40^0 . Одна із зір четвертої пари знаходиться біля полюса світу, а інша майже на екваторі, кут між ними біля 90^0 . (дається таблиця з розрахунками кількості балів за різні варіанти послідовностей)

1.6 [0:00 – 0:04] Тривалість сонячної доби 24 год. Тривалість зоряної доби 23 год. 56 хв. Отже, щоб за середню сонячну добу двічі міг відбутися схід, потрібно, щоб перший схід був між 00:00 год і 00:04 год, тоді другий буде між 23:56 год і 24:00 год. (1б якщо повністю співпадає, 0,5 бала, якщо довжина проміжку 0,04 год. і входить у проміжок [23:56 – 0:08], 0,2 бала якщо довжина проміжку інша, але частково попадає у правильний проміжок.

2. Записавши другий закон Ньютона для космонавта маси m , який знаходиться в кораблі на висоті h , отримаємо: $N - mg_h = ma$ (1), на Землі $N=mg$, де N – реакція опори, g_h – прискорення вільного падіння на висоті h . g – прискорення вільного падіння на Землі. За третім законом Ньютона реакція опори N чисельно дорівнює вазі космонавта P .

Прискорення вільного падіння на Землі $g = G \frac{M}{R^2}$, M та R – маса та радіус Землі.

Прискорення вільного падіння на висоті h : $g_h = G \frac{M}{(R+h)^2}$.

За умовою $a = 0,5 g$. Підставимо в (1): $mG \frac{M}{R^2} - mG \frac{M}{(R+h)^2} = 0,5mG \frac{M}{R^2}$, або

$\frac{1}{2R^2} = \frac{1}{(R+h)^2}$. Отримуємо квадратне рівняння $R^2 + 2Rh + h^2 = 2R^2$, або $h^2 + 2Rh - R^2 = 0$. Розв'язавши його, отримуємо $h = R(\sqrt{2} - 1)$. $h = 6378 \cdot 0,414 = 2642$ км.

За умовою задачі корабель рухається рівноприсорено, то $h = \frac{at^2}{2}$. Звідси $t = \sqrt{\frac{2h}{a}}$.

$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 2642000}{4,905}} = 1038$
 $c = 17 \text{ хв } 18 \text{ с.}$

3.

Шукану максимальну кутову відстань (максимальну елонгацію) позначимо ψ . Радіус орбіти планети А позначимо L , радіус орбіти планети В позначимо r .

$AB = L \cos \psi$; $r = L \sin \psi$. За умовою задачі

$$r + L = \sqrt{3} AB = \sqrt{3} L \cos \psi$$

Отримуємо рівняння $L \sin \psi + L = \sqrt{3} L \cos \psi$ або

$$\sin \psi + 1 = \sqrt{3} \cos \psi$$

За законами тригонометрії $\cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \psi}$. Тоді

$$\sin \psi + 1 = \sqrt{3} \sqrt{1 - \sin^2 \psi}$$

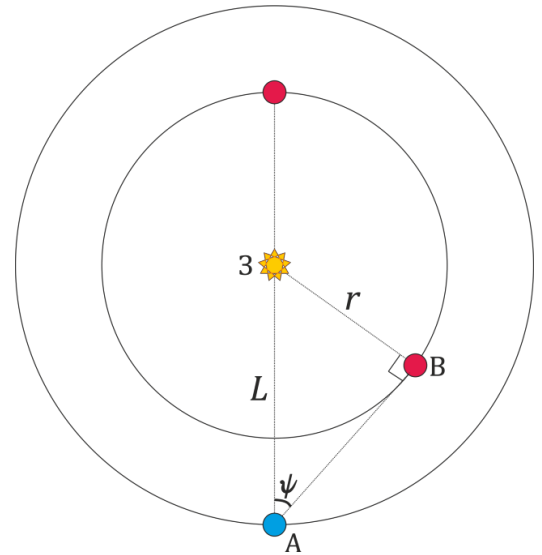
Піднесемо ліву і праву частини до квадрату $\sin^2 \psi + 2 \sin \psi + 1 = 3 - 3 \sin^2 \psi$

$$2 \sin^2 \psi + \sin \psi - 1 = 0$$

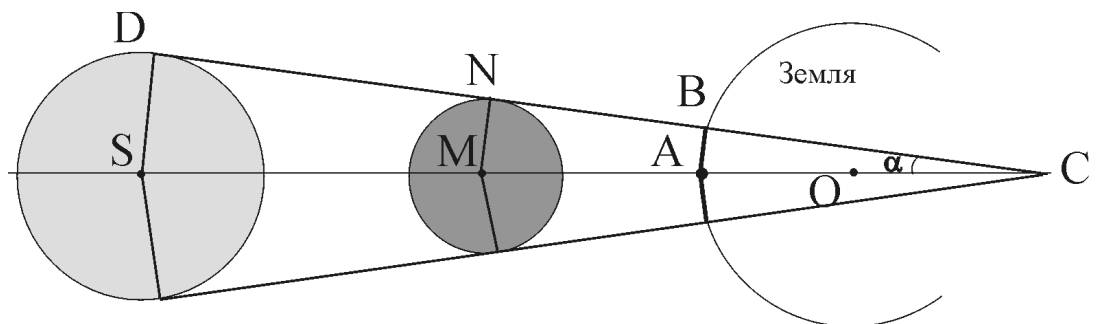
Розв'язавши це рівняння,

$$\sin \psi = \frac{1}{2}; \quad \psi = 30^\circ$$

отримаємо



4.



На даному малюнку $AB = x$ – це радіус області на поверхні Землі, де спостерігатиметься повне сонячне затемнення. Введемо позначення: $OA = R_3$ – радіус Землі, $MN = R_M$ – радіус Місяця, $SD = R_C$ – радіус Сонця, $OM = l$ – відстань від Землі до Місяця, $OS \approx CS = a$ – відстань від Землі до Сонця. (Аналогічні наближення для відстані до Місяця робити не можна, тому що відстань до Сонця набагато більша за відстань до Місяця)

З прямокутного трикутника ABC $AB = x = AC \cdot \sin \alpha$. З прямокутного трикутника SDC

$$\sin \alpha = \frac{SD}{SC} = \frac{R_C}{a}, \quad AC = CM - OM + OA = CM - l + R_3$$

З подібних трикутників SDC і MNC

$$\frac{CM}{MN} = \frac{CS}{SD}, \quad CM = \frac{MN \cdot CS}{SD} = \frac{R_M \cdot a}{R_C}$$

можна записати $\frac{CM}{MN} = \frac{CS}{SD}$. Звідси $CM = \frac{MN \cdot CS}{SD} = \frac{R_M \cdot a}{R_C}$. (Обчисливши відстань CM , а вона становить ≈ 374569 км, бачимо, що вона більша за OM – відстань від Землі до Місяця,

отже вибір точки С на малюнку правильний).

Остаточню $AB = \left(\frac{R_M \cdot a}{R_C} - l + R_3 \right) \cdot \frac{R_C}{a}$; або $AB = R_M + \frac{R_C}{a} (R_3 - l)$. Підставляємо дані:

$$AB = 1738 + \frac{696000}{150000000} (6370 - 356500) \approx 113,4 \text{ км.}$$

5. Вимірюючи лінійкою, знайдемо довжину хорди, якою «рухалась» Венера за диском Місяця — 42 мм. Виміряна довжина діаметра диска Місяця — 55 мм. Видимий кутовий

$$\varphi = \frac{42 \text{ мм}}{55 \text{ мм}} \cdot 0,5^\circ = 0,38^\circ.$$

діаметр Місяця $0,5^\circ$, тому кутова довжина хорди $0,38^\circ$. Зоряний (сидеричний) період обертання Місяця 27,32 доби, тому шлях $0,38^\circ$ зайняв

$$\frac{0,38^\circ}{360^\circ} \cdot 27,32 \text{ доби} = 0,028 \text{ діб} = 41,5 \text{ хвилин.}$$

6. 1 Поллукс – Близнюки, Сіріус – Великий Пес, Рігель – Оріон, Бетельгейзе – Оріон, Денеб – Лебідь.

2. Переведемо градусну міру довготи в годинну. ($360^\circ \rightarrow 24 \text{ год}$; $1^\circ \rightarrow 4 \text{ хв}$). $26^\circ = 104 \text{ хв}$. Отже, довгота Рівного $\lambda = 1^h 44^m$. $T_{\pi} = T_M + n \cdot \lambda$; $T_{\pi} = 22^h 30^m + 2^h - 1^h 44^m = 22^h 46^m$. Годинник показуватиме 22:46.

3. На малюнку знаходимо Полярну зорю. (Добре видно Велику Ведмедицю, а на продовженні лінії, що проходить через дві зорі ковша видно трохи зміщену завдяки проекції на площину Полярну зорю)

Вимірюємо лінійкою відстань від Капелли до Полярної зорі. Оскільки вона становить $\approx 4 \text{ см}$, а різниця схилень $90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$, то на один сантиметр припадає 11 градусів. Відстань до Місяця $\approx 5,8 \text{ см}$, тому його «кутова» відстань від Полярної зірки складає $\approx 64^\circ$. Це означає, що схилення Місяця приблизно дорівнює $90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$. Зорі Полярна, Капелла і Місяць лежать на одній прямій, а це означає що пряме сходження Капелли і Місяця однакові, отже $\alpha = 05^h 20^m$.

4. Щоб знайти пряме сходження зорі Денеб Проводимо промені з Полярної зорі до Веги, Капелли, прямі сходження яких відомі, і до Денеба. Транспортром вимірюємо кут Капелла-Полярна-Вега Він становить 155° . Різниця прямих сходжень Капелли і Веги $18^h 40^m - 05^h 20^m = 13^h 20^m \approx 13,33^h$. Вимірюємо кут Капелла-Полярна-Денеб. Він становить

$$\frac{155^\circ}{13,33^h} = \frac{124^\circ}{\Delta\alpha}$$

124° . Складаємо пропорцію $\frac{155^\circ}{13,33^h} = \frac{124^\circ}{\Delta\alpha}$. Звідси $\Delta\alpha \approx 10,67^h = 10^h 40^m$. Тоді пряме сходження зорі Денеб $05^h 20^m + 10^h 40^m = 16^h$.

5. Пряме сходження Сонця в цей день $\alpha = 19^h 40^m$. Таким чином, кутова відстань між Сонцем і Місяцем вздовж місячного шляху становить $\sim 14^h 20^m$, що становить 215° .

Оскільки за добу відносно Сонця Місяць зміщується на $\frac{360^0}{29,5 \text{ діб}} \approx 12,2^0$, то до моменту

нового Місяця залишилося приблизно $\frac{215^0}{12,2^0} \approx 17,6$ доби . Тобто «новомісяччя» настане 31 січня.

