Розв'язки завдань III етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії. 21 січня 2022 року
10 клас

1.1 так, ні, так, ні, ні. (кожна правильна відповідь 0,2 бала)

1.2 1 – в; 2 – а; 3 – б; 4 – а. (кожна правильна відповідність 0,2 бала)

1.3 Відповідь **б. 3 год**. На зображенні чітко видно шляхи деяких яскравих зір. За добу вони б зробили повний оберт, а на фотографії видно приблизно 1/8 повного кола, тобто 3 год.

1.4. б, д, е . Місячні затемнення відбуваються тоді, коли місяць повний, а сонячні під час новомісяччя. Визначаємо на які дати не приходиться новомісяччя. Якщо 19 листопада був повний місяць, то найближчі новомісяччя відрізнялися від цієї дати на 29,5/2=14,25 діб (тобто на 14 або 15 діб). 4 листопада і 4 грудня могло бути сонячне затемнення. 20 жовтня був повний місяць, сонячного затемнення не могло бути, 6 жовтня відстає від цієї дати на 14 діб, отже було новомісяччя і могло бути сонячне затемнення. 18 грудня повний місяць, сонячного затемнення бути не може. 25 грудня випереджає 4 грудня на 21 день. Це і не новомісяччя, і не повний місяць, ніякого затемнення не може бути. (за кожну правильну відповідь 0,2 бала, за кожну неправильну -0,2 бала. Мінімум – 0 балів)

1.5 вабг Для точного обчислення кутових відстаней потрібно застосовувати формули сферичної геометрії, але тут пари підібрані таким чином, що можна оцінити відстані без обчислень. Зорі першої пари мають майже однакове схилення і різницю прямих сходжень 2^h (30^0). Подібну різницю мають зорі пари № 3, але схилення зір набагато більше, вони знаходяться ближче до північного полюса і видима кутова відстань між ними менша. Зорі 2 –ї пари мають майже однакове пряме сходження, а їх схилення відрізняється на 40^0, отже і кут між ними близько 40^0. Одна із зір четвертої пари знаходиться біля полюса світу, а інша майже на екваторі, кут між ними біля 90^0. (дається таблиця з розрахунками кількості балів за різні варіанти послідовностей)

1.6 [0:00 – 0:04] Тривалість сонячної доби 24 год. Тривалість зоряної доби 23 год. 56 хв. Отже, щоб за середню сонячну добу двічі міг відбутися схід, потрібно, щоб перший схід був між 00:00 год і 00:04 год, тоді другий буде між 23:56 год і 24:00 год. (1б якщо повністю співпадає, 0,5 бала, якщо довжина проміжку 0,04 год. і входить у проміжок [23:56 – 0:08], 0,2 бала якщо довжина проміжку інша, але частково попадає у правильний проміжок.

2. Записавши другий закон Ньютона для космонавта маси *m,* який знаходиться в кораблі на висоті *h*, отримаємо: $N - mg_h = ma$ (1), на Землі $N=mg$, де N – реакція опори, g_h – прискорення вільного падіння на висоті *h*. *g*– прискорення вільного падіння на Землі. За третім законом Ньютона реакція опори *N* чисельно дорівнює вазі космонавта *P*.

Прискорення вільного падіння на Землі $g = G\frac{M}{R^2}$, *M* та *R* – маса та радіус Землі. Прискорення вільного падіння на висоті *h:* $g_h = G\frac{M}{(R+h)^2}$.

За умовою $a = 0{,}5\ g$. Підставимо в (1): $mG\frac{M}{R^2} - mG\frac{M}{(R+h)^2} = 0{,}5mG\frac{M}{R^2}$, або $\frac{1}{2R^2} = \frac{1}{(R+h)^2}$. Отримуємо квадратне рівняння $R^2 + 2Rh + h^2 = 2R^2$, або $h^2 + 2Rh - R^2 = 0$. Розв'язавши його, отримуємо $h = R\left(\sqrt{2} - 1\right)$. $h = 6378 \cdot 0{,}414 = 2642$ км.

За умовою задачі корабель рухається рівноприсорено, то $h=\frac{at^2}{2}$. Звідси $t=\sqrt{\frac{2h}{a}}$.

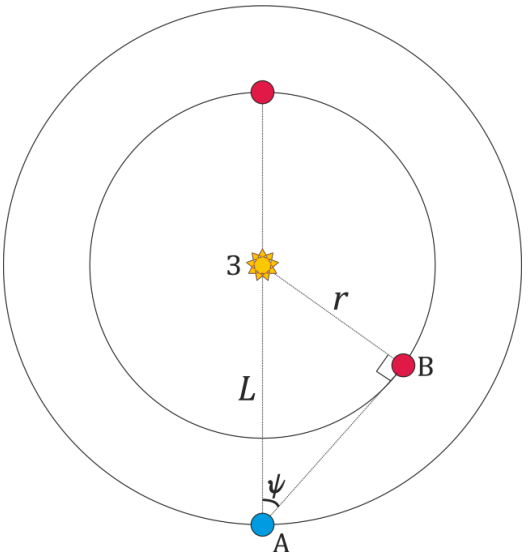
$t=\sqrt{\frac{2\cdot 2642000}{4{,}905}}=1038$ с=17 хв 18 с.

3.

Шукану максимальну кутову відстань (максимальну елонгацію) позначимо ψ. Радіус орбіти планети А позначимо L, радіус орбіти планети В позначимо r.

$AB=L\cos\psi$; $r=L\sin\psi$. За умовою задачі

$r+L=\sqrt{3}AB=\sqrt{3}L\cos\psi$.



Отримуємо рівняння $L\sin\psi+L=\sqrt{3}L\cos\psi$ або

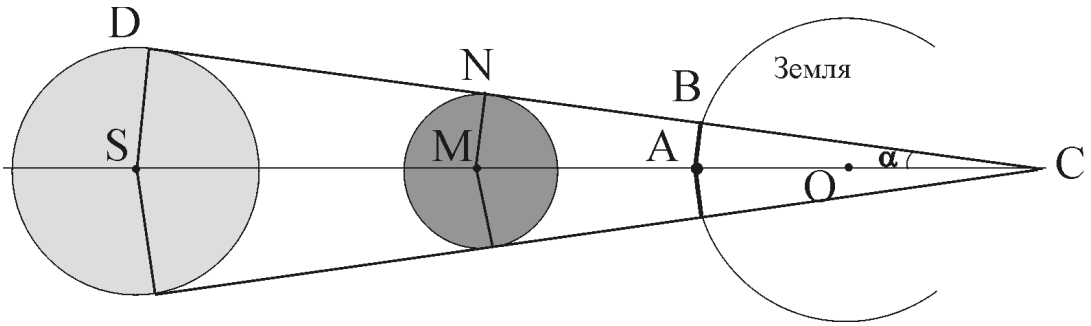
$\sin\psi+1=\sqrt{3}\cos\psi$

За законами тригонометрії $\cos\psi=\sqrt{1-\sin^2\psi}$. Тоді

$\sin\psi+1=\sqrt{3}\sqrt{1-\sin^2\psi}$. Піднесемо ліву і праву частини до квадрату $\sin^2\psi+2\sin\psi+1=3-3\sin^2\psi$

$2\sin^2\psi+\sin\psi-1=0$. Розв'язавши це рівняння, отримаємо $\sin\psi=\frac{1}{2}$; $\psi=30^0$.

4.



На даному малюнку AB = x – це радіус області на поверхні Землі, де спостерігатиметься повне сонячне затемнення. Введемо позначення: OA = $R_З$ – радіус Землі, MN = $R_М$ – радіус Місяця, SD = $R_С$ – радіус Сонця, OM = l – відстань від Землі до Місяця, OS≈CS=a – відстань від Землі до Сонця. (Аналогічні наближення для відстані до Місяця робити не можна, тому що відстань до Сонця набагато більша за відстань до Місяця)

З прямокутного трикутника ABC $AB=x=AC\cdot\sin\alpha$. З прямокутного трикутника SDC

$\sin\alpha=\frac{SD}{SC}=\frac{R_C}{a}$. $AC=CM-OM+OA=CM-l+R_З$. З подібних трикутників SDC і MNC можна записати $\frac{CM}{MN}=\frac{CS}{SD}$. Звідси $CM=\frac{MN\cdot CS}{SD}=\frac{R_M\cdot a}{R_C}$. (Обчисливши відстань CM, а вона становить ≈374569 км, бачимо, що вона більша за OM – відстань від Землі до Місяця,

отже вибір точки С на малюнку правильний).

Остаточно $AB = \left(\frac{R_M \cdot a}{R_C} - l + R_З\right) \cdot \frac{R_C}{a}$; або $AB = R_M + \frac{R_C}{a}(R_З - l)$. Підставляємо дані:

$$AB = 1738 + \frac{696000}{150000000}(6370 - 356500) \approx 113{,}4$$ км.

5. Вимірюючи лінійкою, знайдемо довжину хорди, якою «рухалась» Венера за диском Місяця — 42 мм. Виміряна довжина діаметра диска Місяця — 55 мм. Видимий кутовий діаметр Місяця $0{,}5^0$, тому кутова довжина хорди $\varphi = \frac{42\ мм}{55\ мм} \cdot 0{,}5^0$ = $0{,}38^0$. Зоряний (сидеричний) період обертання Місяця 27,32 доби, тому шлях $0{,}38^0$ зайняв $\frac{0{,}38^0}{360^0} \cdot 27{,}32\ доби$ = 0,028 діб = 41,5 хвилин.

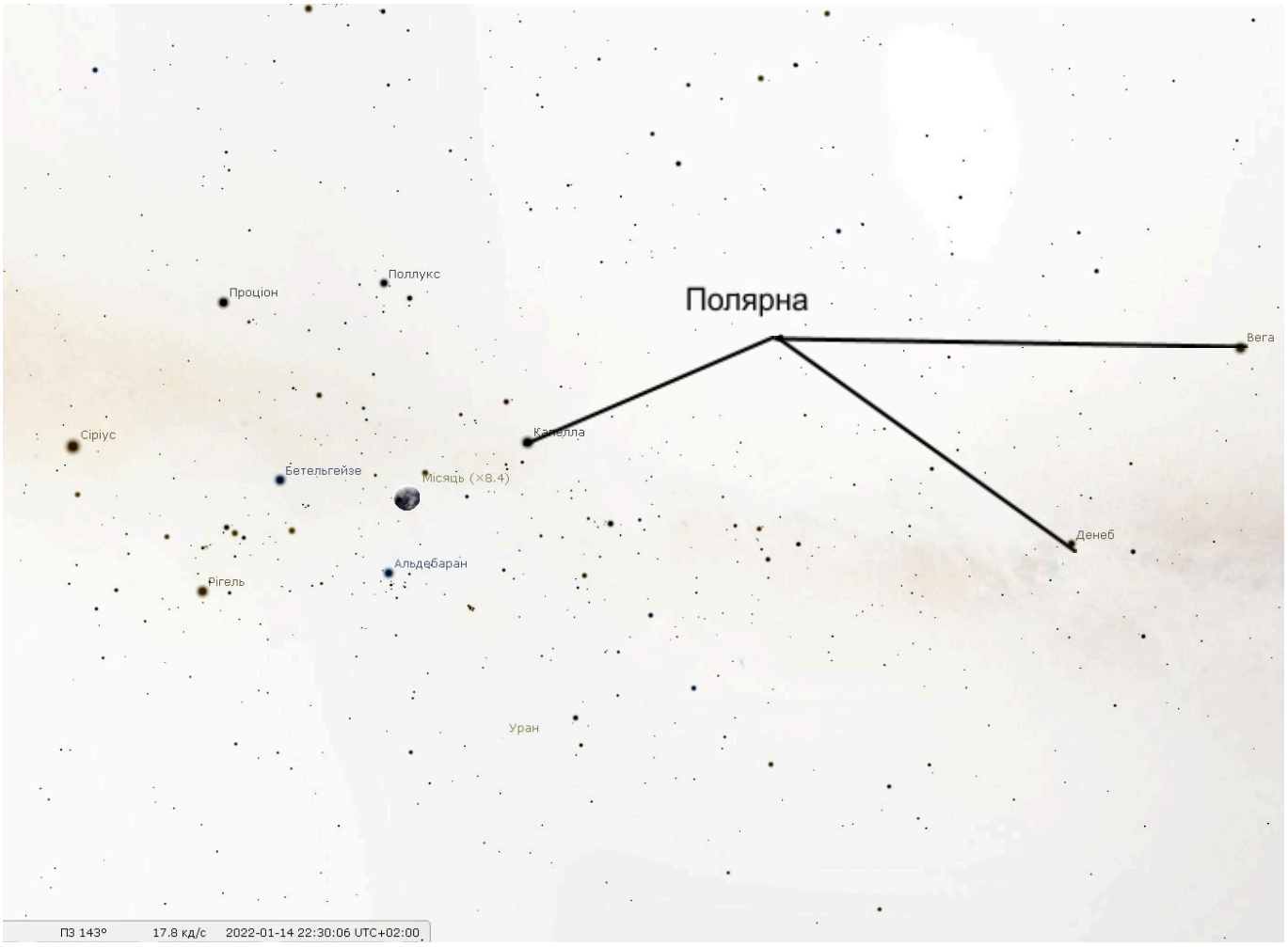
6. 1 Поллукс – Близнюки, Сіріус – Великий Пес, Рігель – Оріон, Бетельгейзе – Оріон, Денеб – Лебідь.

2. Переведемо градусну міру довготи в годинну. ($360^0 \rightarrow$ 24 год; $1^0 \rightarrow 4$ хв). 26^0 = 104 хв. Отже, довгота Рівного $\lambda = 1^h44^m$. $T_п = T_м + n - \lambda$; $T_п = 22^h30^m + 2^h - 1^h44^m = 22^h46^m$. Годинник показуватиме 22:46.

3. На малюнку знаходимо Полярну зорю. (Добре видно Велику Ведмедицю, а на продовженні лінії, що проходить через дві зорі ковша видно трохи зміщену завдяки проекції на площину Полярну зорю)

Вимірюємо лінійкою відстань від Капелли до Полярної зорі. Оскільки вона становить ≈4 см, а різниця схилень $90^0 - 46^0 = 44^0$, то на один сантиметр припадає 11 градусів. Відстань до Місяця ≈5,8 см, тому його «кутова» відстань від Полярної зірки складає $\approx 64^0$. Це означає, що схилення Місяця приблизно дорівнює $90^0 - 64^0 = 26^0$. Зорі Полярна, Капелла і Місяць лежать на одній прямій, а це означає що пряме сходження Капелли і Місяця однакові, отже $\alpha = 05^h20^m$.

4. Щоб знайти пряме сходження зорі Денеб Проводимо промені з Полярної зорі до Веги, Капелли, прямі сходження яких відомі, і до Денеба. Транспортиром вимірюємо кут Капелла-Полярна-Вега Він становить 155^0. Різниця прямих сходжень Капелли і Веги $18^h40^m - 05^h20^m = 13^h20^m \approx 13{,}33^h$. Вимірюємо кут Капелла-Полярна-Денеб. Він становить 124^0. Складаємо пропорцію $\frac{155^0}{13{,}33^h} = \frac{124^0}{\Delta\alpha}$. Звідси $\Delta\alpha \approx 10{,}67^h = 10^h40^m$. Тоді пряме сходження зорі Денеб $05^h20^m + 10^h40^m = 16^h$.

5. Пряме сходження Сонця в цей день $\alpha = 19^h\ 40^m$. Таким чином, кутова відстань між Сонцем і Місяцем вздовж місячного шляху становить $\sim 14^h\ 20^m$, що становить 215^0.

Оскільки за добу відносно Сонця Місяць зміщується на $\frac{360^0}{29{,}5\ \text{діб}} \approx 12{,}2^0$, то до моменту нового Місяця залишилося приблизно $\frac{215^0}{12{,}2^0} \approx 17{,}6\ \text{доби}$. Тобто «новомісяччя» настане 31 січня.