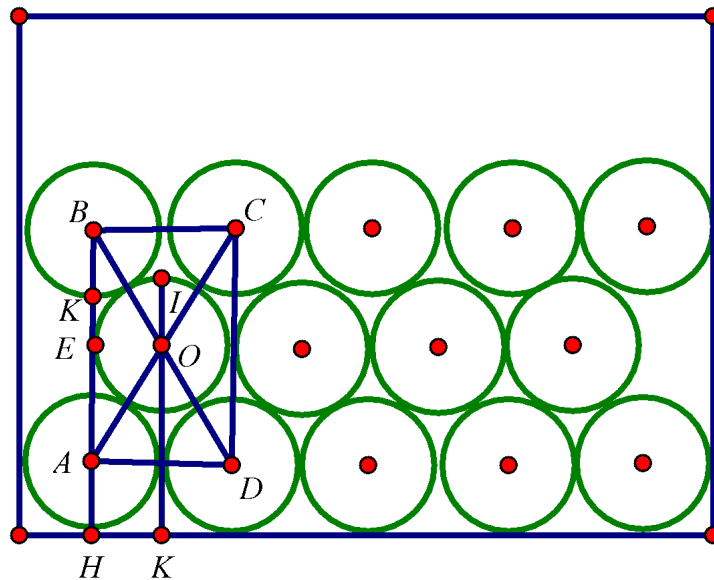


Câu 45: [2H2-1.4-4] (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Một hộp đựng phần hình hộp chữ nhật có chiều dài $30cm$, chiều rộng $5cm$ và chiều cao $6cm$. Người ta xếp thẳng đứng vào đó các viên phần giống nhau, mỗi viên phần là một khối trụ có chiều cao $h = 6cm$ và bán kính đáy $r = \frac{1}{2}cm$. Hỏi có thể xếp được tối đa bao nhiêu viên phần?

- A. 150 viên. B. 153 viên. C. 151 viên. D. 154 viên.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Vì nếu xếp toàn bộ các hàng 5 viên thì chỉ xếp được 30 hàng nên số viên phần xếp được là $5.30 = 150$ (viên).

Còn nếu xếp toàn bộ các hàng 4 viên thì cũng chỉ xếp được 30 hàng nên số viên phần xếp được là $4.30 = 120$ (viên).

Do đó để xếp được nhiều nhất ta xếp tối đa các viên phần vào một cạnh chiều rộng của hộp thì được 5 viên, để xếp nhiều nhất có thể thì hàng tiếp theo ta xếp xen kẽ 4 viên, rồi lại xen kẽ hàng tiếp theo 5 viên như trên hình vẽ (xét góc nhìn từ phía trên hộp xuống).

Khi đó ta có: $AB = \sqrt{BD^2 - AD^2} = \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{3}$ nên $HK = AB + AH - BK = \sqrt{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \sqrt{3}$.

Ta qui ước xếp hàng 5 viên và hàng 4 viên liên tiếp từ đầu là một cặp.

Do đó ta xếp 16 cặp trước thì diện tích khoảng trống còn lại sau khi xếp 16 cặp này là:

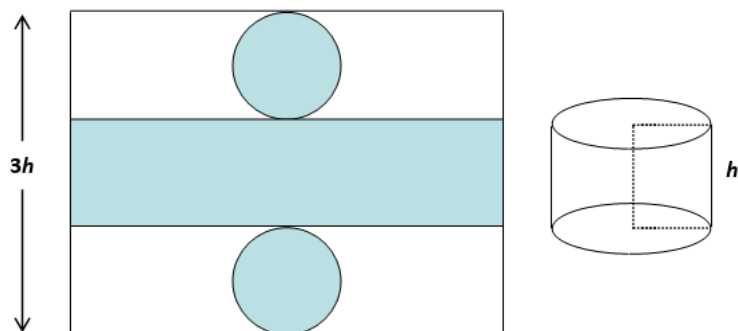
$$30 - 16\sqrt{3} \approx 2,287$$

Vì $KI = OK + OI = HE + OI = \sqrt{3} + \frac{1}{2} \approx 2,23 < 2,287$ nên khoảng trống còn lại sau khi xếp 16 cặp vừa đủ xếp cặp 17.

Vậy số phần nhiều nhất là $17.9 = 153$ (viên).

Câu 44: [2H2-1.4-4] (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Từ một tấm thép phẳng hình chữ nhật, người ta muốn làm một chiếc thùng đựng dầu hình trụ bằng cách cắt ra hai hình tròn bằng nhau

và một hình chữ nhật (phần tô đậm) sau đó hàn kín lại, như trong hình vẽ dưới đây. Hai hình tròn làm hai mặt đáy, hình chữ nhật làm thành xung quanh của thùng đựng dầu (vừa đủ). Biết thùng đựng dầu có thể tích bằng $50,24$ lít (các mối ghép nối khi gò hàn chiếm diện tích không đáng kể. Lấy $\pi = 3,14$). Tính diện tích của tấm thép hình chữ nhật ban đầu.



- A. $1,8 \text{ (m}^2\text{)}$ B. $2,2 \text{ (m}^2\text{)}$ C. $1,5 \text{ (m}^2\text{)}$ D. $1,2 \text{ (m}^2\text{)}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đổi: $50,24 = 50,24 \text{ (dm}^3\text{)} = 0,05024 \text{ (m}^3\text{)}$

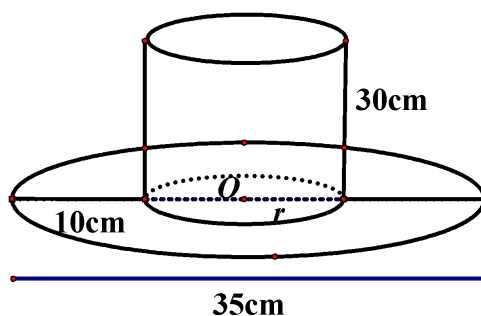
Dựa vào hình vẽ ta thấy, bán kính đường tròn đáy của thùng đựng dầu là $R = \frac{1}{2}h$.

Thể tích thùng đựng dầu là: $V = \pi R^2 h \Leftrightarrow 0,05024 = \frac{\pi h^3}{4} \Rightarrow h = 0,4$ (với $\pi = 3,14$).

Diện tích hình chữ nhật ban đầu gấp 3 lần diện tích xung quanh của hình trụ.

Vậy $S = 3 \cdot 2\pi Rh = 6 \cdot 3,14 \cdot \frac{h^2}{2} = 6 \cdot 3,14 \cdot \frac{0,4^2}{2} = 1,5072 \text{ (m}^2\text{)}$

Câu 50: [2H2-1.4-4] (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018) Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với các kích thước như hình vẽ dưới đây. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không kể viền, mép, phần thừa).



- A. $750,25\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ B. $700\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ C. $756,25\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ D. $754,25\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

Lời giải

Chọn C.

Ta có tổng diện tích vải cần để làm nên cái mũ là tổng diện tích xung quanh hình trụ và diện tích hình tròn vành nón.

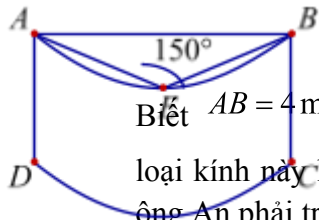
Ta có $r = \frac{15}{2} \text{ cm} \Rightarrow S_{xq} = 2\pi r h = 2 \cdot \frac{15}{2} \cdot 30\pi = 450\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

$$\text{Diện tích vành nón là } \pi \left(\frac{35}{2} \right)^2 = \frac{1225\pi}{4} (\text{cm}^2)$$

$$\text{Vậy diện tích vải cần dùng là } 450\pi + \frac{1225\pi}{4} = \frac{3025}{4}\pi \approx 756,25\pi (\text{cm}^2)$$

Câu 47. [2H2-1.4-4] (THPT

Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Ông An làm lan can công của ngôi nhà bằng một miếng kính cường lực. Miếng kính này là một phần của mặt xung quanh một hình trụ như hình bên dưới.

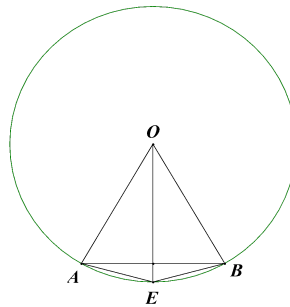


Biết $AB = 4\text{ m}$, $\angle AEB = 150^\circ$ (E là điểm chính giữa cung $\widehat{AB}$) và $DA = 1,4\text{ m}$. Biết giá tiền loại kính này là 500.000 đồng cho mỗi mét vuông. Số tiền (làm tròn đến hàng chục nghìn) mà ông An phải trả là

- A. 5.820.000 đồng. B. 2.840.000 đồng. C. 3.200.000 đồng. D. 2.930.000 đồng.

Lời giải

Chọn D.



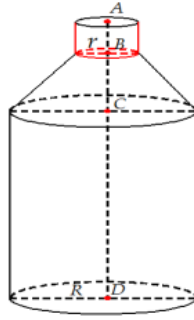
Gọi O là tâm đường tròn đáy của hình trụ. Do $\angle AEB = 150^\circ \Rightarrow \angle OEA = 75^\circ \Rightarrow \angle AOE = 30^\circ \Rightarrow \angle AOB = 60^\circ$. Khi đó $r = OA = AB = 4$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 4 \cdot 1,4 = 11,2\pi$.

Mặt kính làm lan can có diện tích là $S = \frac{1}{6} S_{xq} = \frac{28\pi}{15}$.

Vậy số tiền ông An phải trả là $500.000 \cdot S = \frac{2800.000\pi}{3} \approx 2.930.000$ đồng.

Câu 42: [2H2-1.4-4] (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018) Ông An đặt hàng cho một cơ sở sản xuất chai lọ thủy tinh chất lượng cao X để làm loại chai nước có kích thước phần không gian bên trong của chai như hình vẽ, đáy dưới có bán kính $R = 5\text{ cm}$, bán kính cổ chai $r = 2\text{ cm}$, $AB = 3\text{ cm}$, $BC = 6\text{ cm}$, $CD = 16\text{ cm}$. Tính thể tích V phần không gian bên trong của chai nước.



A. $V = 490\pi \text{ cm}^3$

B. $V = 412\pi \text{ cm}^3$

C. $V = 464\pi \text{ cm}^3$

D. $V = 494\pi \text{ cm}^3$

Lời giải

Chọn A.

Thể tích khối trụ bán kính đáy là R chiều cao CD là:

$$V_1 = \pi R^2 \cdot CD = 400\pi \text{ cm}^3$$

Thể tích khối nón cụt có chiều cao BC là:

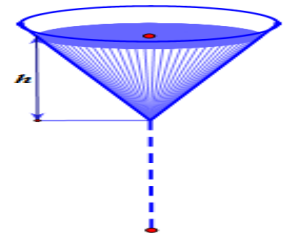
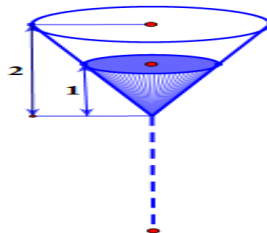
$$V_2 = \frac{1}{3} BC \left(\pi R^2 + \sqrt{\pi R^2 \cdot \pi r^2} + \pi r^2 \right) = \frac{1}{2} \cdot 6 \left(\pi \cdot 25 + \sqrt{\pi \cdot 25 \cdot \pi \cdot 4} + \pi \cdot 4 \right) = 78\pi \text{ cm}^3$$

Thể tích khối trụ bán kính đáy là r chiều cao AB (khối cổ chai) là:

$$V_3 = \pi r^2 \cdot AB = 12\pi \text{ cm}^3$$

Thể tích phần không gian bên trong của chai nước là: $V = V_1 + V_2 + V_3 = 490\pi \text{ cm}^3$

Câu 42. [2H2-1.4-4] (CHUYÊN LAM SƠN - LẦN 3-2018) Hai chiếc ly đựng chất lỏng giống hệt nhau, mỗi chiếc có phần chứa chất lỏng là một khối nón có chiều cao 2 dm (mô tả như hình vẽ). Ban đầu chiếc ly thứ nhất chứa đầy chất lỏng, chiếc ly thứ hai để rỗng. Người ta chuyển chất lỏng từ ly thứ nhất sang ly thứ hai sao cho độ cao của cột chất lỏng trong ly thứ nhất còn 1dm. Tính chiều cao h của cột chất lỏng trong ly thứ hai sau khi chuyển (độ cao của cột chất lỏng tính từ đỉnh của khối nón đến mặt chất lỏng - lượng chất lỏng coi như không hao hụt khi chuyển. Tính gần đúng h với sai số không quá 0,01dm).



A. $h \approx 1,73 \text{ dm}$

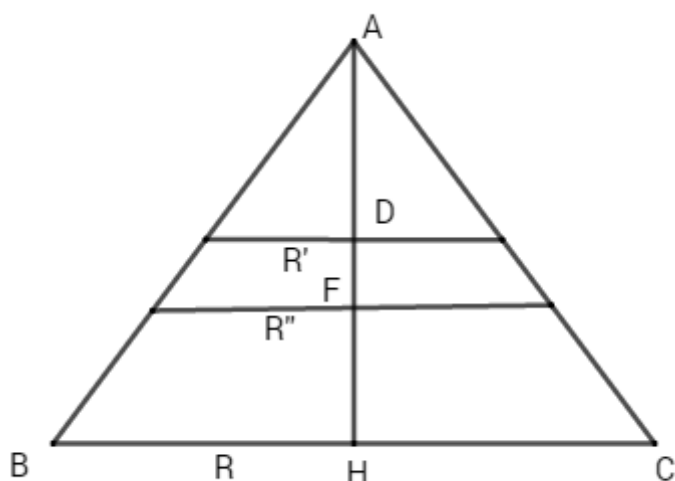
B. $h \approx 1,89 \text{ dm}$

C. $h \approx 1,91 \text{ dm}$

D. $h \approx 1,41 \text{ dm}$

Lời giải

Chọn C.



Có chiều cao hình nón khi đựng đầy nước ở ly thứ nhất: $AH = 2$.

Chiều cao phần nước ở ly thứ nhất sau khi đổ sang ly thứ hai: $AD = 1$.

Chiều cao phần nước ở ly thứ hai sau khi đổ sang ly thứ hai: $AF = h$.

Theo Ta let ta có: $\frac{R'}{R} = \frac{AD}{AH} = \frac{1}{2}$, $\frac{R''}{R} = \frac{AF}{AH} = \frac{h}{2}$ suy ra $R' = \frac{R}{2}$, $R'' = \frac{Rh}{2}$.

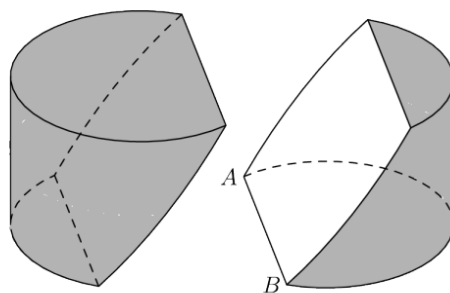
Thể tích phần nước ban đầu ở ly thứ nhất: $V = 2\pi R^2$.

Thể tích phần nước ở ly thứ hai: $V_1 = \pi R'^2 h = \frac{\pi R^2 h^3}{4}$.

Thể tích phần nước còn lại ở ly thứ nhất: $V_2 = \frac{\pi R^2}{4}$.

Mà: $V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow \frac{\pi R^2 h^3}{4} + \frac{\pi R^2}{4} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow \frac{h^3}{4} + \frac{1}{4} = 2 \Leftrightarrow h = \sqrt[3]{7} \approx 1,91$.

Câu 49: [2H2-1.4-4] (CHUYÊN VĨNH PHÚC-LẦN 5-2018) Một khối gỗ có hình trụ với bán kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 8. Trên một đường tròn đáy nào đó ta lấy hai điểm A, B sao cho cung AB có số đo 120° . Người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua A, B và tâm của hình trụ (tâm của hình trụ là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy) để được thiết diện như hình vẽ. Biết diện tích S của thiết diện thu được có dạng $S = a\pi + b\sqrt{3}$. Tính $P = a + b$.



A. $P = 60$.

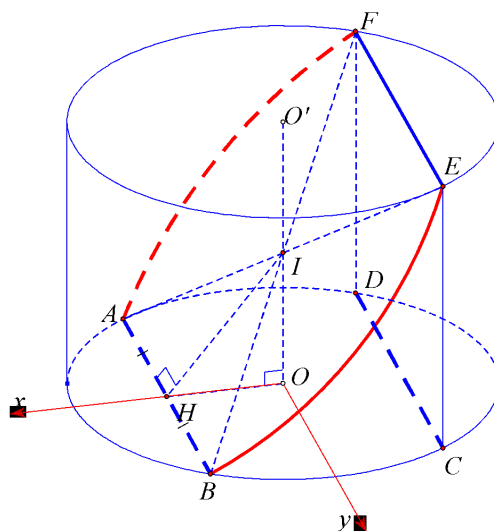
B. $P = 30$.

C. $P = 50$.

D. $P = 45$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Gọi I là trung điểm của OO' , với O, O' là tâm của hai đáy; H là trung điểm của AB ; α là góc tạo bởi thiết diện với mặt đáy.

Ta có $AB = 6\sqrt{3}$; $OH = \sqrt{R^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 3$; $\tan \alpha = \frac{IO}{OH} = \frac{4}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$.

Đưa hệ trục tọa độ Oxy vào mặt phẳng đáy, gốc trùng với tâm O , trục Ox vuông góc với AB , trục Oy song song với AB .

Ta có $S_{ABCD} = 2 \int_{-3}^3 \sqrt{36 - x^2} dx = 18\sqrt{3} + 12$.

Mặt khác, ta lại có $\cos \alpha = \frac{S_{ABCD}}{S_{ABEF}} \Rightarrow S_{ABEF} = \frac{S_{ABCD}}{\cos \alpha} = 10\sqrt{3} + 20$. Do đó $a = 20$, $b = 30$.

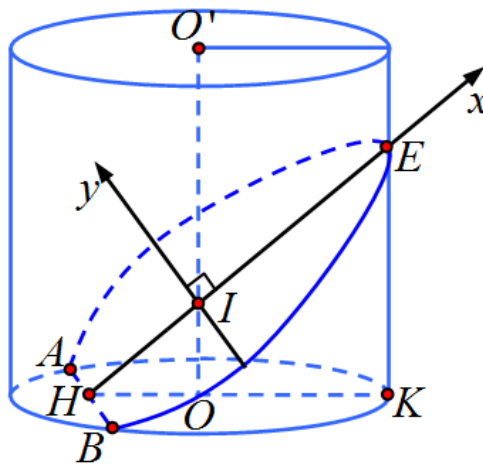
Vậy $P = a + b = 50$.

Câu 47: [2H2-1.4-4] (SỞ GD-ĐT HÀ NỘI -2018) Cho khối trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$, $OO' = 4R$. Trên đường tròn $(O; R)$ lấy hai điểm A, B sao cho $AB = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B cắt đoạn OO' và tạo với đáy một góc 60° , (P) cắt khối trụ theo thiết diện là một phần của elip. Diện tích thiết diện đó bằng

A. $\left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$ B. $\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$ C. $\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$ D. $\left(\frac{4\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Cách 1:

Gọi I, H, K, E là các điểm như hình vẽ.

* Ta có: $\angle HIO = 60^\circ$

$$OH^2 = OB^2 - BH^2 = R^2 - \frac{3R^2}{4} = \frac{R^2}{4} \Rightarrow OH = \frac{R}{2} \Rightarrow OI = OH \cdot \tan 60^\circ = \frac{R\sqrt{3}}{2},$$

$$IH = \frac{OH}{\cos 60^\circ} = R, \quad \Delta IOH \sim \Delta EKH \text{ nên ta có: } \frac{IE}{IH} = \frac{OK}{OH} = 2 \Rightarrow IE = 2R.$$

* Chọn hệ trục tọa độ Ixy như hình vẽ ta có elip (E) có bán trục lớn là $a = IE = 2R$ và (E)

đi qua $A\left(-R; \frac{R\sqrt{3}}{2}\right)$ nên (E) có phương trình là: $(E): \frac{x^2}{4R^2} + \frac{y^2}{R^2} = 1$.

$$S = 2 \int_{-R}^{2R} R \sqrt{1 - \frac{x^2}{4R^2}} dx = 2R \int_{-R}^{2R} \sqrt{1 - \frac{x^2}{4R^2}} dx$$

* Diện tích của thiết diện là:

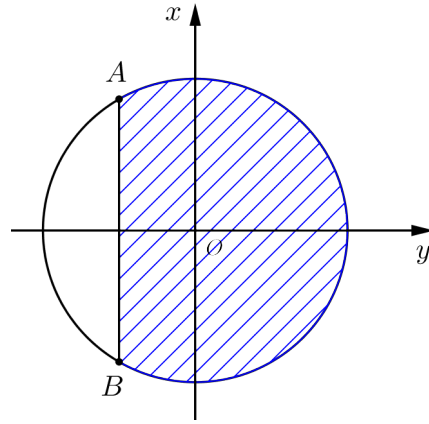
* Xét tích phân: $I = \int_{-R}^{2R} \sqrt{1 - \frac{x^2}{4R^2}} dx$, đặt $x = 2R \cdot \sin t; t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ta được

$$I = \frac{R}{2} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt = \frac{R}{2} \left(t + \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{8} \right) R \Rightarrow S = \left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right) R^2.$$

Cách 2:

$$\cos \angle AOB = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2 \cdot OA \cdot OB} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \angle AOB = 120^\circ \Rightarrow OH = \frac{R}{2}.$$

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



$\Rightarrow$ Phương trình đường tròn đầy là:

$$x^2 + y^2 = R^2 \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{R^2 - x^2}.$$

Hình chiếu của phần elip xuống đáy là miền sọc xanh như hình vẽ.

$$S = 2 \int_{-\frac{R}{2}}^R \sqrt{R^2 - x^2} \, dx. \quad \Rightarrow S = \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right) R^2.$$

Ta có

$$\text{Đặt } x = R \cdot \sin t$$

Gọi diện tích phần elip cần tính là S' .

$$S' = \frac{S}{\cos 60^\circ} = 2S = \left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) R^2.$$

Theo công thức hình chiếu, ta có