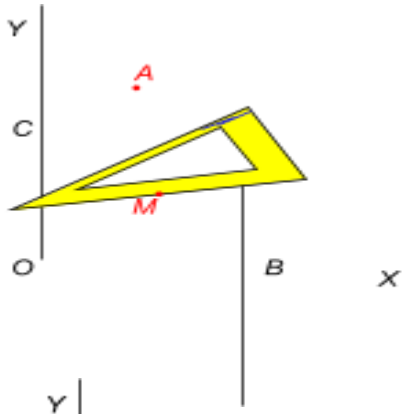


$[OX]$ و $[OY]$ نصفا مستقيمين متعامدان في النقطة O ،
نفترض ABC كوسا ونحركه بحيث تتحرك B على $[OX]$
وتتحرك C على $[OY]$.

1) ما هو المسار الذي تتحرك عليه النقطة M منتصف $[BC]$ ؟

2) ما هو المسار الذي تتحرك عليه النقطة A ؟

(إرشاد : بين أن الزاوية $\widehat{AOB}$ ثابتة)

الحل :

1) تعيين المسار الذي تتحرك عليه النقطة M منتصف $[BC]$:

نرمز بـ (e) مجموعة النقط (المسار) المطلوبة ،
نرسم عدة نقط ونستغلها لتخمين النتيجة :

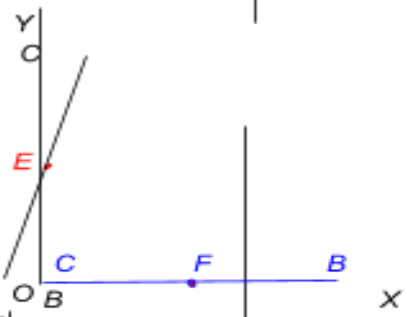
نلاحظ في هذه الحالة أن المسار هو عبارة عن ربع دائرة مركزها O
ونصف قطرها $\frac{BC}{2}$.نرمز له بالرمز EF

لنبرهن أن $(e) = \overset{\frown}{EF}$: **ولهذا نتبع المراحل التالية :**

1) نبين أن (e) مجموعة غير خالية

2) نبين أن كل نقطة M من (e) تنتمي إلى $\overset{\frown}{EF}$ أي (e) محتواة في $\overset{\frown}{EF}$

3) نبين أن كل نقطة M من $\overset{\frown}{EF}$ تنتمي إلى (e) أي $\overset{\frown}{EF}$ محتواة في (e)



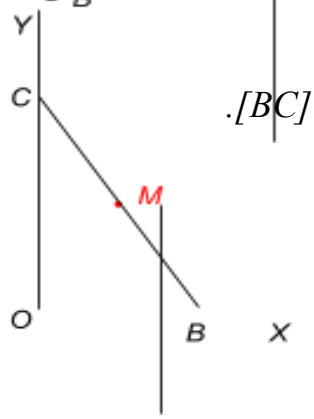
- لنبين أن (E) مجموعة غير خالية

إذا أخذنا B منطبقة على O فإن النقطة C تكون في $[OY]$
والنقطة E منتصف $[BC]$ توجد في $[OY]$ وهي تنتمي إلى (e)
إذن : $(e) \neq \Phi$

إذا أخذنا C منطبقة على O فإن النقطة B تكون في $[OX]$
والنقطة F منتصف $[BC]$ توجد في $[OX]$ وهي تنتمي إلى (e)

- لنبين أن كل نقطة M من (e) تنتمي إلى $\overset{\frown}{EF}$

لتكن M نقطة تنتمي إلى المجموعة (e) .



توجد نقطة B من $[OX]$ وتوجد نقطة C من $[OY]$ بحيث : M تكون منتصف القطعة $[BC]$.

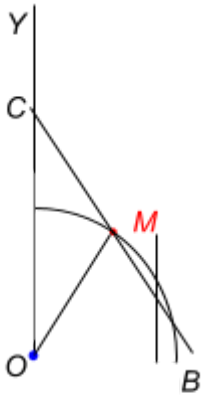
المثلث COB قائم في B و النقطة M منتصف القطعة $[BC]$ ، إذن : $OM = \frac{1}{2}BC$

ومنه النقطة M تنتمي إلى $\overset{\frown}{EF}$ ربع الدائرة ذات المركز O و نصف القطر $\frac{BC}{2}$

وبالتالي : $(e) \subset \overset{\frown}{EF}$ . . . *(1)*

- لنبين أن كل نقطة M من $\overset{\frown}{EF}$ تنتمي إلى (e)

لتكن M نقطة تنتمي إلى المجموعة $\overset{\frown}{EF}$



نعين نقطة B من $[OX]$ و نعين نقطة C من $[OY]$ حيث : $OB = OC = OM$

لنبرهن أن النقط C ، M ، B في استقامية.

لدينا النقط C ، O ، B تنتمي إلى الدائرة ذات المركز M

ومنه : $B\widehat{M}C = 2B\widehat{O}C = 180°$ لأن : $B\widehat{O}C$ زاوية محيطية

و $B\widehat{M}C$ زاوية مركزية وتحصران نفس القوس.

ومنه : النقط C ، M ، B في استقامية.

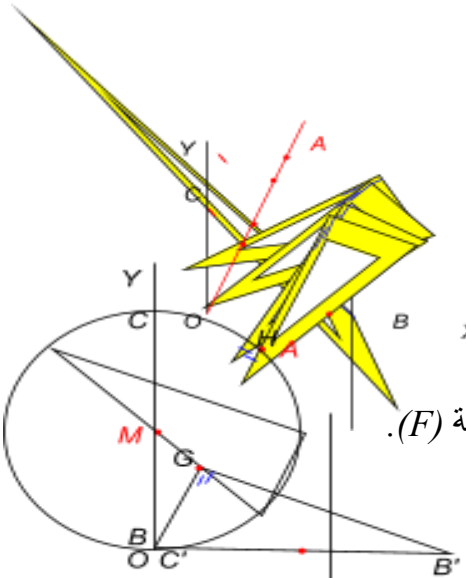
إذن : النقطة M منتصف القطعة $[BC]$ وبالتالي : النقطة M تنتمي إلى المجموعة (e) .

أي : $\overset{\frown}{EF} \subset (e)$ . . . (2)

خلاصة : من (1) و (2) نستنتج أن : $(e) = \overset{\frown}{EF}$

2) تعيين المسار الذي تتحرك عليه النقطة A :

نسمي (F) المسار المطلوب ، وهي مجموعة النقط A بحيث
تكون النقطة B من $[OX)$ والنقطة C من $[OY)$ و ABC يمثل كوسا

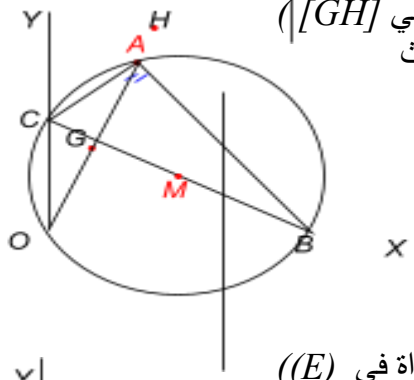


أي مثلثا قائما في A . نضع الزاوية $\widehat{ACB}$ للكوس هي α
نلاحظ أن النقطة A هي نقطة من قطعة مستقيمة $[GH]$.
حيث O ، G ، H في استقامية و $\widehat{GOB} = \widehat{ACB} = \alpha$

- لنبرهن أن (F) غير خالية :

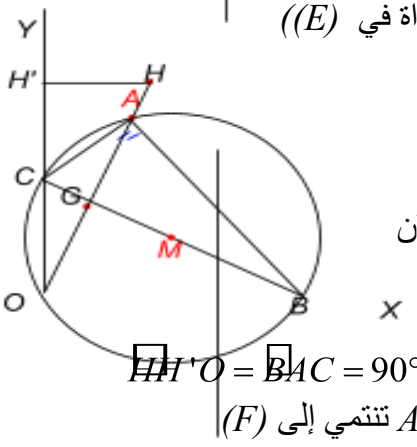
إذا أخذنا B منطبقة على O فإن النقطة C تكون في $[OY)$.
نرسم الدائرة ذات المركز M منتصف $[BC]$ ونعين النقطة H منها حيث:
$\widehat{BCH} = \alpha$ ومنه المثلث القائم يعين كوسا إذن النقطة H تنتمي إلى المجموعة (F).
نأخذ C' منطبقة على B و O ونعين النقطة B' من $[OX)$ حيث $OB' = BC$
نعتبر النقطة G المسقط العمودي للنقطة B' على (OH) .

لدينا : $\widehat{GC'B'} = \widehat{BCH} = \alpha$ إذن المثلث القائم $GB'C'$ يمثل كوسا
إذن النقطة G تنتمي إلى المجموعة (F). وبالتالي المجموعة (F) غير خالية :



- لنبين أن كل نقطة A من (F) تنتمي إلى $[GH]$ (أي (E) محتواة في $[GH]$)

لتكن A نقطة من (F) أي : توجد النقطة B من $[OX)$ والنقطة C من $[OY)$ حيث
ABC مثلثا قائما في A و $\widehat{ACB} = \alpha$
لدينا $ACOB$ رباعي دائري في الدائرة ذات القطر $[AB]$
ومنه $\widehat{AOB} = \widehat{ACB} = \alpha$ تحصران نفس القوس إذن A تنتمي إلى $[GH]$.
ومنه : $(F) \subset [GH]$



- لنبين أن كل نقطة A من $[GH]$ تنتمي إلى(F) (أي $[GH]$ محتواة في (E))

لتكن A نقطة من $[H$ ، $GH']$ المسقط العمودي للنقطة H على (OY)
ولدينا : $HH' = OG'$ نعين نقطة C من $[OH']$ حيث $AC = OG$.
نعين نقطة B من $[OX)$ حيث $\widehat{AOB} = \widehat{ACB} = \alpha$
إذن الرباعي $ACOB$ دائري ومنه الزاويتان المتقابلتان $\widehat{COB}$ و $\widehat{CAB}$ متكاملتان
إذن المثلث ACB قائم في A .
لدينا المثلث القائم OHH' يمثل كوسا
وبمقارنته مع المثلث BAC لدينا : $HH' = AC$ و $\widehat{HOH'} = \widehat{ACB} = \alpha$ و $\widehat{HH'O} = \widehat{BAC} = 90°$
إذن المثلثان OHH' و BAC متقايسان ومنه BAC يمثل كذلك كوسا إذن النقطة A تنتمي إلى (F)
وبالتالي : $[GH] \subset (F)$

خلاصة : لدينا $(F) \subset [GH]$ و $[GH] \subset (F)$ إذن : $(F) = [GH]$.

خلاصة : لدينا $(F) \subset [GH]$ و $[GH] \subset (F)$ إذن : $(F) = [GH]$.