

Câu 1. (1.0 điểm)

a) Trục căn thức ở mẫu của biểu thức: $\frac{18}{\sqrt{3}}$.

b) Tìm x biết: $\sqrt{4x} + \sqrt{9x} = 15$.

Câu 2. (1.0 điểm)

Cho hàm số bậc nhất $y = (7 - \sqrt{18})x + 2020$.

a) Hàm số trên đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Vì sao?

b) Tính giá trị của y khi $x = 7 + \sqrt{18}$.

Câu 3. (1.0 điểm)

Cho hàm số: $y = 2x^2$ có đồ thị (P).

a) Vẽ (P).

b) Tìm tọa độ của các điểm thuộc (P) có tung độ bằng 2.

Câu 4. (2.5 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 + 5x - 7 = 0$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 7x - y = 18 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$.

c) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình: $x^2 - 2(m+5)x + m^2 + 3m - 6 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 5. (1.0 điểm)

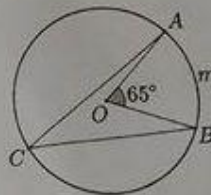
Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị của hai hàm số $y = x + (5 + m)$ và $y = 2x + (7 - m)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành?

Câu 6. (0.75 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại B có đường cao BH ($H \in AC$), biết $AB = 6$ cm, $AC = 10$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng BC , BH .

Câu 7. (0.75 điểm)

Trên đường tròn (O) lấy hai điểm A, B sao cho $\widehat{AOB} = 65^\circ$ và điểm C như hình vẽ. Tính số đo $\widehat{AmB}$, $\widehat{ACB}$ và số đo $\widehat{ACB}$.



Câu 8. (2.0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) và có các đường cao BE, CF cắt nhau tại H ($E \in AC, F \in AB$).

a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp.

b) Chứng minh $AH \perp BC$.

c) Gọi P, G là hai giao điểm của đường thẳng EF và đường tròn (O) sao cho điểm E nằm giữa điểm P và điểm F . Chứng minh AO là đường trung trực của đoạn thẳng PG .

-- HẾT --

Đáp án tham khảo:

Câu 1 (1 điểm)

Cách giải:

a) *Trục căn thức ở mẫu của biểu thức $\frac{18}{\sqrt{3}}$*

Ta có: $\frac{18}{\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3}$

b) *Tìm x biết $\sqrt{4x} + \sqrt{9x} = 15$*

Điều kiện: $x \geq 0$

Ta có:

$$\sqrt{4x} + \sqrt{9x} = 15$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4} \cdot \sqrt{x} + \sqrt{9} \cdot \sqrt{x} = 15$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} = 15$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{x} = 15$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 3$$

$$\Leftrightarrow x = 9(tm)$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 9$.

Câu 2 (1 điểm)**Cách giải:**

Cho hàm số bậc nhất $y = (7 - \sqrt{18})x + 2020$

a) Hàm số trên đồng biến hay nghịch biến trên R ? Vì sao?

Hàm số $y = (7 - \sqrt{18})x + 2020$ có $a = 7 - \sqrt{18}$

Ta có: $7 = \sqrt{49} > \sqrt{18} \Leftrightarrow 7 - \sqrt{18} > 0 \Leftrightarrow a > 0$ nên hàm số đã cho đồng biến trên R .

b) Tính giá trị của y khi $x = 7 + \sqrt{18}$

Thay $x = 7 + \sqrt{18}$ vào hàm số $y = (7 - \sqrt{18})x + 2020$ ta được:

$$y = (7 - \sqrt{18})(7 + \sqrt{18}) + 2020 = 7^2 - 18 + 2020 = 2051$$

Vậy với $x = 7 + \sqrt{18}$ thì $y = 2051$.

Câu 3 (1 điểm)**Cách giải:**

Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị (P)

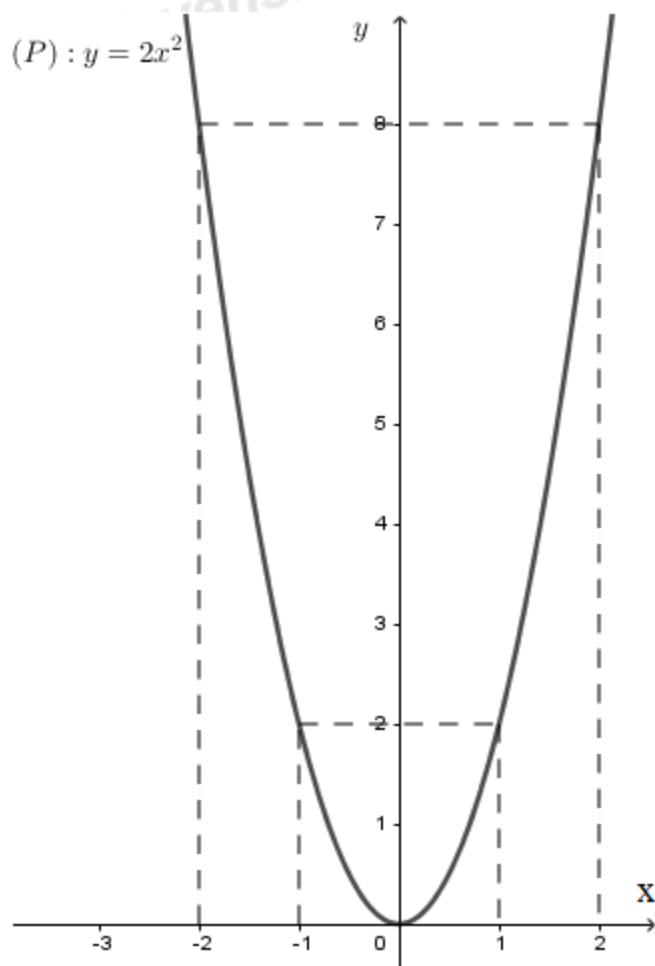
a) Vẽ (P)

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị hàm số $y = 2x^2$ là parabol (P) đi qua các điểm $(-2; 8), (-1; 2), (0; 0), (1; 2), (2; 8)$

Hình vẽ:



b) Tìm tọa độ của các điểm thuộc (P) có tung độ bằng 2.

Gọi điểm $N(x; 2)$ thuộc $(P): y = 2x^2$

Ta có: $2 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Vậy ta có hai điểm thỏa mãn đề bài là $(1; 2), (-1; 2)$

Câu 4 (2,5 điểm)

Cách giải:

a) Giải phương trình: $x^2 + 5x - 7 = 0$

Ta có: $\Delta = 5^2 - 4.1.(-7) = 53 > 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x = \frac{-5 + \sqrt{53}}{2} \\ x = \frac{-5 - \sqrt{53}}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x = \frac{-5 + \sqrt{53}}{2}; x = \frac{-5 - \sqrt{53}}{2}$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 7x - y = 18 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$

Ta có:

$$\begin{cases} 7x - y = 18 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x = 27 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 2.3 + y = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (3; 3)$

c) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m+5)x + m^2 + 3m - 6 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Xét phương trình $x^2 - 2(m+5)x + m^2 + 3m - 6 = 0$ có $a = 1; b' = -(m+5); c = m^2 + 3m - 6$

$$\Delta' = [-(m+5)]^2 - (m^2 + 3m - 6)$$

$$= m^2 + 10m + 25 - m^2 - 3m + 6$$

$$= 7m + 31$$

$$\text{Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thì } \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 (Id) \\ 7m + 31 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 7m > -31 \Leftrightarrow m > -\frac{31}{7}$$

Vậy với $m > -\frac{31}{7}$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Câu 5 (1 điểm)

Cách giải:

Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị của hai hàm số $y = x + (5 + m)$ và $y = 2x + (7 - m)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

Xét đường thẳng $(d): y = x + (5 + m)$ có $a = 1$ và đường thẳng $(d'): y = 2x + (7 - m)$ có $a' = 2$

Vì $a \neq a' (1 \neq 2)$ nên hai đường thẳng (d) và (d') cắt nhau.

Gọi $M(x; y)$ là giao điểm của hai đường thẳng (d) và (d')

Vì $M(x; y)$ thuộc trục hoành nên $M(x; 0)$

Lại có $M(x; 0)$ thuộc $(d): y = x + (5 + m)$ nên ta có $x + 5 + m = 0 \Leftrightarrow x = -5 - m$

Và $M(x; 0)$ thuộc $(d'): y = 2x + (7 - m)$ nên ta có $2x + 7 - m = 0 \Leftrightarrow x = \frac{m - 7}{2}$

Suy ra

$$-5 - m = \frac{m - 7}{2}$$

$$\Leftrightarrow m - 7 = -2m - 10$$

$$\Leftrightarrow 3m = -3$$

$$\Leftrightarrow m = -1$$

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.

Câu 6 (0,75 điểm)

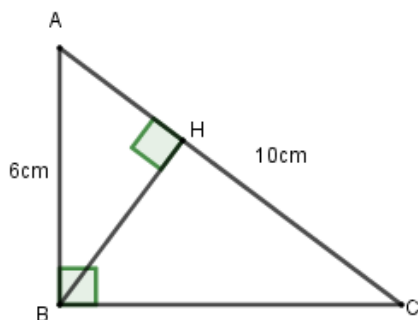
Cách giải:

Cho tam giác ABC vuông tại B có đường cao BH ($H \in AC$), biết $AB = 6\text{cm}, AC = 10\text{cm}$. Tính độ dài các đoạn thẳng BC, BH .

Câu 6 (0,75 điểm)

Cách giải:

Cho tam giác ABC vuông tại B có đường cao BH ($H \in AC$), biết $AB = 6cm, AC = 10cm$. Tính độ dài các đoạn thẳng BC, BH .



Xét tam giác ABC vuông tại B , theo định lý Pytago ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = AC^2 - AB^2 = 10^2 - 6^2 = 64$$

$$\Rightarrow BC = 8cm$$

Xét tam giác ABC vuông tại B có chiều cao BH , theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$BH \cdot AC = AB \cdot BC$$

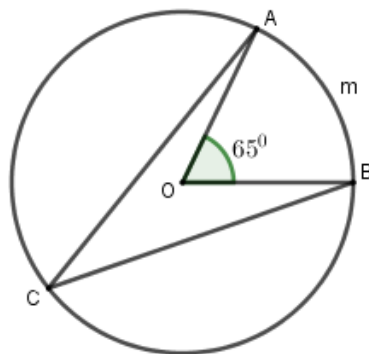
$$\Leftrightarrow BH = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8cm$$

Vậy $BC = 8cm, BH = 4,8cm$.

Câu 7 (0,75 điểm)

Cách giải:

Trên đường tròn (O) lấy hai điểm A, B sao cho $\angle AOB = 65^\circ$ và điểm C như hình vẽ. Tính số đo cung $\widehat{AmB}$, $\widehat{ACB}$ và số đo $\angle ACB$.



Ta có $\angle AOB$ là góc ở tâm chắn cung $\widehat{AmB}$ nên

$$sđ\text{ cung } \widehat{AmB} = \angle AOB = 65^\circ \text{ (tính chất)}$$

Lại có

$$sđ\widehat{ACB} + sđ\widehat{AmB} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow sđ\widehat{ACB} = 360^\circ - sđ\widehat{AmB}$$

$$= 360^\circ - 65^\circ$$

$$= 295^\circ$$

$\angle ACB$ là góc nội tiếp chắn cung $\widehat{AmB}$ nên

$$\angle ACB = \frac{1}{2} sđ\text{ cung } \widehat{AmB} = \frac{1}{2} \cdot 65^\circ = 32,5^\circ$$

Vậy

$$sđ\text{ cung } \widehat{AmB} = 65^\circ$$

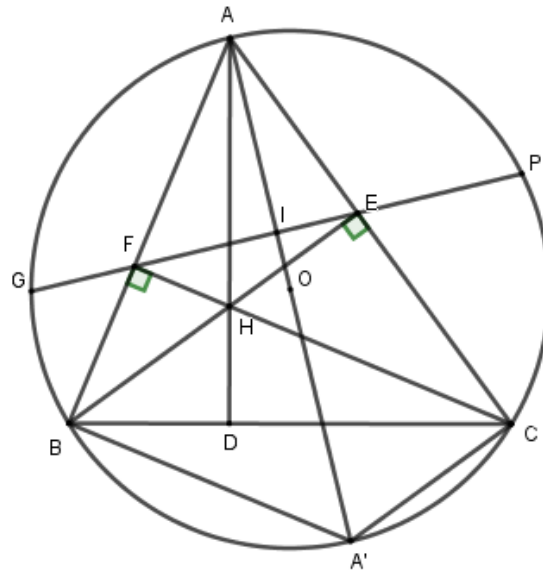
$$sđ\text{ cung } \widehat{ACB} = 295^\circ$$

$$\angle ACB = 32,5^\circ$$

Câu 8 (2,0 điểm)

Cách giải:

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) và có các đường cao BE , CF cắt nhau tại H ($E \in AC$, $F \in AB$)



a) Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp.

Ta có:

$$CF \perp AB \Rightarrow \angle AFC = 90^\circ$$

$$BE \perp AC \Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$$

Tứ giác AFHE có $\angle AFH + \angle AEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°) (đpcm).

b) Chứng minh $AH \perp BC$.

Kéo dài AH cắt BC tại D .

Do BE, CF là các đường cao trong tam giác và $BE \cap CF = \{H\}$ nên H là trực tâm của $\triangle ABC$

$\Rightarrow AD$ là đường cao trong $\triangle ABC \Rightarrow AD \perp BC$.

$\Rightarrow AH \perp BC$ (đpcm)

c) Gọi P, G là hai giao điểm của đường thẳng EF và đường tròn (O) sao cho điểm E nằm giữa điểm P và điểm F . Chứng minh AO là đường trung trực của đoạn thẳng PG .

Xét tứ giác $BFEC$ có $\angle BFC = \angle BEC = 90^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh đối diện các góc bằng nhau)

$\Rightarrow \angle AFE = \angle ACB$ (cùng bù với $\angle BFE$) (1)

Kẻ đường kính AA' , gọi I là giao điểm của AO và PG .

Tứ giác $BACA'$ nội tiếp nên $\angle BAA' = \angle BCA'$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BA') (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$\Rightarrow \angle AFE + \angle BAA' = \angle ACB + \angle BCA'$

Mà $\angle ACB + \angle BCA' = \angle A'CA = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Nên $\angle AFE + \angle BAA' = 90^\circ$ hay $\angle AFI + \angle FAI = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle AIF = 90^\circ \Rightarrow AO \perp PG$ tại I

$\Rightarrow I$ là trung điểm của PG (đường kính vuông góc với dây thì đi qua trung điểm của dây ấy)

$\Rightarrow AO$ là đường trung trực của PG . (đpcm)