

E3A PS1 2009

Parties 1-2

A1a) le système est en élection soumis uniquement à la force électrostatique $F = -eE$ entre 2 corps, étu dies dans un référentiel galiléen.

Pfd $m_e \frac{dv}{dt} = -eE_0$

donc $\vec{v}(t) = -\frac{eE_0}{m_e} t + \vec{v}_0$

A1b) A pù la cha la direction de la vitesse étant aléatoire $\langle \vec{v}_0 \rangle = \vec{0}$

donc $\langle \vec{v}(t) \rangle = \vec{v} = -\frac{eE_0}{m_e} \langle t \rangle + \langle \vec{v}_0 \rangle$

$\vec{v} = -\frac{eE_0}{m_e} \delta$ d'après l'inverse.

et $\mu = -\frac{eE_0}{m_e}$ $[\mu] = C.s.Ag^{-1}$

A1c) $\vec{J}$ est la charge qui traverse une surface unité S par unité de temps

$\vec{J} = N(-e)\vec{v}$

$\vec{J}$ stoppe au vecteur $\vec{v}$

loi d'Ohm locale $\vec{J} = \sigma \vec{E}_0 = N(-e)(-e)\frac{\delta}{m_e} \vec{E}_0$

donc $\sigma = \frac{N e^2 \delta}{m_e}$

A2a) A la fois pù il agit au point la force de frottement visqueux exercé sur l'électron donc :

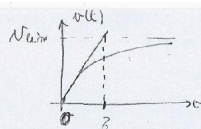
$m_e \frac{dv}{dt} = -eE_0 - m_e \gamma \vec{v}$

A2b) $\frac{dv}{dt} + \frac{\vec{v}}{\delta} = -\frac{eE_0}{m_e}$ donc $\vec{v}(t) = \vec{A} e^{-t/\delta} - \frac{eE_0}{m_e}$

à $t=0$ $\vec{v} = \vec{0}$ donc $\vec{v}(t) = \frac{eE_0}{m_e} (1 - e^{-t/\delta})$

lim $\vec{v}(t) = \vec{v}_{\text{lim}} = -\frac{eE_0}{m_e}$ le régime permanent est atteint en quelques δ .

1/11



A2c) En régime stationnaire $\vec{v} = \vec{v}_{\text{lim}}$ et $\vec{J} = -N_e e \vec{v}_{\text{lim}}$

donc $\vec{J} = +\frac{N e^2 \delta}{m_e} \vec{E}_0$ on obtient $\sigma = \frac{N e^2 \delta}{m_e}$

A2d) AN $\sigma = \frac{m_e \sigma}{N e^2} = \frac{9.10^{-31} \times 10^3}{10^{22} \times 10^6 \times (1.6.10^{-19})^2}$

$\sigma = 3.5.10^{-14} S$ valeur très faible, on peut supposer que la vitesse limite est atteinte instantanément.

A3] SW($\vec{F}_{el}$) = $\vec{F}_{el} \cdot d\vec{r} = -e \vec{E}_0 \cdot d\vec{r} = -e dV$

$W(\vec{F}_{el}) = e(V_B - V_A)$ ($\vec{E}_0 = -\text{grad } V = dV = -\vec{E}_0 \cdot d\vec{r}$)

donc $S = \frac{dW}{dt} = \vec{F}_{el} \cdot \vec{v}_{\text{lim}} = -e \vec{E}_0 \cdot \vec{v}_{\text{lim}}$ sur l'électron

et $\frac{dQ}{dt} = \frac{P}{\text{volume}} = -N e \vec{E}_0 \cdot \vec{v}_{\text{lim}} = \sigma E_0^2$

A4a) $\vec{E}_0 = \vec{J} / \sigma$ la loi d'Ohm locale s'écrit $\vec{J} = \sigma \vec{E}_0$

et $i = j \cdot S = \sigma E_0 \cdot S$

avec $E_0 = \frac{V_A - V_B}{l} = \frac{U_{AB}}{l}$

donc $i = \frac{\sigma S}{l} (V_A - V_B) = \frac{U_{AB}}{R}$

donc $R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S}$

A4b) La puissance totale dissipée par effet Joule est $P = P_J$ si

$P = \sigma E_0^2 S l = \sigma \frac{U_{AB}^2}{l^2} S l = \frac{\sigma S}{l} U_{AB}^2 = \frac{U_{AB}^2}{R}$

donc pour identification on retrouve

$R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S}$

2/11

A5] la loi d'Ohm est mise en défaut si la durée d'établissement du régime stationnaire δ n'est pas négligeable devant la période de variation du champ électrique $T = \frac{1}{f}$

$\delta \sim \frac{1}{f}$ $f \sim \frac{1}{\delta} \sim 3.10^{13} \text{ Hz}$

la fréquence des ondes lumineuses $f_{\text{lum}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3.10^8}{0.6.10^{-6}} = 5.10^{14} \text{ Hz}$

on trouve $f < f_{\text{lum}}$ donc $\lambda > \lambda_{\text{lim}}^{\text{max}}$ (800 nm = rouge)

donc cette fréquence est dans l'infrarouge.

B1a) $N_V = \frac{n_0 \text{ atomes}}{V} = \frac{N_A \rho}{M}$ car $\rho = \frac{m}{V} = \frac{M}{V}$ $\frac{N_A}{M} \frac{m}{V} = \frac{N_A}{M} \frac{M}{V}$

$N_V = \frac{6.02.10^{23} \times 8960}{63.5.10^{-3}} = 8.5.10^{28} \text{ atomes/m}^3$

(correspond à l'ordre de grandeur précédent)

B1b) $\nu = \frac{J}{N e} = \frac{10^{-2} \times 10^4}{8.5.10^{28} \times 1.6.10^{-19}} = 7.4.10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$

on remarque que $\nu \ll v^*$ vitesse d'agitation thermique e^-

et $\nu^* \ll c$ (vitesse de la lumière) donc ces électrons sont bien loin d'être relativistes.

B1c) $\sigma = \frac{N e^2 \delta}{m_e} = \frac{8.5.10^{28} \times (1.6.10^{-19})^2 \times 2.4.10^{-14}}{9.1.10^{-31}}$

$\sigma = 5.7.10^3 \text{ S.m}^{-1}$ $\rho = \frac{1}{\sigma} = 1.7.10^{-8} \Omega.m$

B1d) L'aluminium a une conductivité proche de celle du cuivre. L'Argent et l'or ont une conductivité supérieure.

Un métal est dit supraconducteur lorsque sa résistivité tend vers zéro pour une température inférieure à une température critique, assez faible. (quelques K)

B2a) $\rho = \rho_0 [1 + \alpha(\theta - \theta_0)]$ et $R = \rho \frac{l}{S}$ $R(\theta_0) = \rho_0 \frac{l}{S}$

donc $R(\theta) = R_0(\theta_0) [1 + \alpha(\theta - \theta_0)]$

3/11

B2b] par définition $\alpha = \frac{1}{R_0} \left(\frac{dR}{d\theta} \right)$ donc $\frac{dR}{d\theta} = \alpha R_0 \left(1 + \frac{dR}{d\theta} \right)$

et $\frac{dR}{d\theta} = \frac{R_0}{\alpha} \left[\frac{dR}{d\theta} + \frac{dR}{d\theta} \right] = R_0 (\alpha + 1) \Rightarrow \frac{dR}{d\theta} = \frac{R_0}{\alpha}$

Sous dilatation pour une élévation $\Delta\theta = 100^\circ C$

$\frac{\Delta R}{R_0} = \Delta\theta \alpha = 0.41$

Avec dilatation $\frac{\Delta R}{R_0} = \Delta\theta (\alpha + 1) = 100 (4.1 + 0.41) . 10^{-3} = 0.4119 = 0.42$

→ On peut négliger la variation relative des résistances dues au phénomène de dilatation car $\alpha \ll 1$

C1] Pour les conducteurs à forte section la répartition du courant n'est pas uniforme. Les porteurs sont soumis à l'utilisation de la loi d'Ohm.

C2a] On suppose que sont les lignes de champ électrique qui se font représenter par $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ pour un matériau ohmique.

A l'intérieur dans la matrice on considère un $\frac{1}{2}$ espace infini on suppose que la répartition est uniforme et les lignes de champ électrique sont donc radiales.

les équipotentielles étant des surfaces perpendiculaires aux lignes de champ, il s'agit de surfaces hémisphériques.

C2b] $I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S} = j(r) 2\pi r^2$

surface d'un $\frac{1}{2}$ sphère de rayon r

donc $j(r) = \frac{I}{2\pi r^2}$

C2c] $V_{BC} = V_B - V_C = - \int_B^C \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_{R_0}^C \frac{I}{2\pi r^2} \frac{dr}{\sigma}$

et $\vec{E}(r) = \frac{j(r)}{\sigma}$ $V_{BC} = \frac{I}{2\pi \sigma} \int_{R_0}^C \frac{dr}{r^2}$ $V_{BC} = \frac{I}{4\pi \sigma} \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{C} \right)$

4/11

$$V_{BC4} = \frac{I}{2\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{e_1}^{e_1+e_2} = \frac{I}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{e_1} - \frac{1}{e_1+e_2} \right)$$

$$V_{BC4} = \frac{I}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{e_1} - \frac{1}{e_1+e_2} \right]$$

Pour la sortie en D :

$$V_{BC4} = V_B - V_C = - \int_B^C \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_B^C \frac{I}{2\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}$$

$$= - \frac{I}{2\pi\epsilon_0} \int_{e_2+e_3}^{e_3} \frac{dr}{r^2} = \frac{I}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{e_3} - \frac{1}{e_2+e_3} \right]$$

Par superposition $V_{BC} = V_{BC1} + V_{BC4}$

$$V_{BC} = \frac{I}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{e_1} - \frac{1}{e_1+e_2} + \frac{1}{e_3} - \frac{1}{e_2+e_3} \right]$$

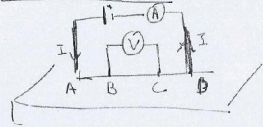
C2d) donc $\rho = \frac{2\pi\epsilon_0 V_{BC}}{I} = \frac{1}{\left[\frac{1}{e_1} - \frac{1}{e_1+e_2} + \frac{1}{e_3} - \frac{1}{e_2+e_3} \right]}$

avec $e \sim e_1 \sim e_2 \sim e_3$

$$\rho = \frac{2\pi\epsilon_0 V_{BC}}{I} \frac{1}{\frac{2}{e} - \frac{2}{2e}} = \frac{1}{\frac{2}{e} - \frac{2}{2e}}$$

$$\rho \sim 2\pi\epsilon_0 \frac{V_{BC}}{I} \quad \text{donc } \rho = 2\pi\epsilon_0$$

C3a)



C3b) En effectuant une régression linéaire sur les données locales et 1

on trouve $\frac{1000 V_{BC}}{I} = 1,73$ avec coefficient de corrélation de 0,9999 ce qui justifie la méthode linéaire.

1000 V_{BC} donc $\frac{V_{BC}}{I} = 1,73 \cdot 10^{-3} \text{ (}\mu\text{V/mA)} = 1,73 \cdot 10^{-6} \Omega$

5/11

$$\text{donc } \rho = 2\pi \times 1,6 \cdot 10^{-3} \times 1,73 \cdot 10^{-6}$$

$$\rho = 1,8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m \quad \text{conforme à la valeur précédente}$$

C3c) pour la formule de propagation des erreurs

$$\frac{\delta \rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\delta V_{BC}}{V_{BC}} \right)^2 + \left(\frac{\delta I}{I} \right)^2 + \left(\frac{\delta e}{e} \right)^2}$$

en prenant une valeur moyenne du tableau :

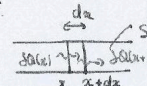
$$\frac{\delta \rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{0,010}{0,03} \right)^2 + \left(\frac{0,01}{5,10} \right)^2 + \left(\frac{0,01}{1,6} \right)^2}$$

$$\frac{\delta \rho}{\rho} = 6,6 \cdot 10^{-3} \approx 0,7\%$$

(Le donné de e à 2 C.S. n'est pas suffisamment précis par rapport à la précision sur ρ)

2^e partie :

A1a)



On réalise un bilan énergétique sur le système fermé, d'enthalpie de longueur dx de section S .

$$dE = E(t+dt) - E(t) = U(t+dt) - U(t)$$

car l'énergie E de ce système est $E = U + E_c + E_p$

et E_c et E_p ne varient pas car le système est immobile.

D'autre part l'énergie d'un solide $U = m C_p T + \text{const}$

$$\text{donc } U(t+dt) - U(t) = \rho_n S dx C_p (T(t+dt) - T(t))$$

$$dE = \rho_n S dx C_p \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dt$$

D'autre part d'après le 1^{er} principe de la thermodynamique

$$dE = \delta Q + \delta W \quad \delta W = 0 \quad \text{car le système est rigide et fixe}$$

$\delta Q =$ transfert thermique par conduction

$$\delta Q = \delta Q(x) - \delta Q(x+dx)$$

6/11

$\delta Q(x)$: transfert thermique entrant dans le système à l'abscisse x pendant dt

$\delta Q(x+dx)$: transfert thermique sortant du système à l'abscisse $x+dx$ pendant dt

les transferts thermiques étant uniquement de type conduction

$$\delta Q = j(x,t) S dt$$

$$\text{donc } \delta Q = (j(x,t) - j(x+dx,t)) S dt$$

$$\delta Q = - \frac{\partial j}{\partial x} dx S dt$$

$$\text{d'où } \rho_n S dx C_p \frac{\partial T}{\partial t} dt = - \frac{\partial j}{\partial x} S dx dt$$

$$\text{valable pour tout } dx, dt \quad \left[- \frac{\partial j}{\partial x} = \rho_n C_p \frac{\partial T}{\partial t} \right] \quad \text{c'est-à-dire}$$

A1b) loi de Fourier $\vec{j} = - \lambda \text{ grad } T$
avec $[\vec{j}] = W \cdot m^{-2}$ $[\lambda] = \frac{[j] \cdot m}{[T]} = \frac{W \cdot m^{-2} \cdot m}{K} = \frac{W}{K \cdot m}$

$$\text{donc } [\lambda] = W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$$

λ : coefficient de conductivité thermique.

A2a) on remplace $\vec{j} = - \lambda \frac{\partial T}{\partial x}$ dans l'expression

$$\text{précédente } - \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \rho_n C_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\text{d'où } \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho_n C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \text{équation de la chaleur.}$$

A2b) Par identification $D_{th} = \frac{\lambda}{\rho_n C_p}$

$$\text{et } [D_{th}] = \frac{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}{kg \cdot m^{-3} \cdot J \cdot K^{-1} \cdot s^{-1}} \quad \text{avec } W = 1 J \cdot s^{-1}$$

$$[D_{th}] = m^2 \cdot s^{-1} \quad \text{comme tous les coefficients de diffusion.}$$

A2c) Par homogénéité $D_{th} = \frac{\ell^2}{\tau}$ d'où $\tau = \frac{\ell^2}{D_{th}}$

soit $\tau = 10^{-4} s \rightarrow$ ce qui justifie que le phénomène de conduction thermique est un phénomène lent.

7/11

B1) Les transformations concernent des solides à pression constante, la fonction d'état adaptée aux isobares est l'enthalpie car d'après le 1^{er} principe

$$dU = \delta W + \delta Q = -P dV + \delta Q$$

$$\text{et } H = U + PV \quad dH = dU + P dV + V dP = -P dV + P dV + V dP + \delta Q$$

$$\text{et si } P = \text{constante } \delta Q_P = dH$$

(pour 1 solide $V = \text{const}$ donc $dU = dH = \delta Q_P = \delta W$)

B2) Si on applique le 1^{er} principe au calorimètre et ses accessoires et à l'eau qui y est contenue

$$dH = dH_{calo} + dH_{eau} = \delta Q_P \quad \text{effet Joule}$$

$$= (C_c + m_c c_c) (\theta_f - \theta_i) = \frac{V}{r} \Delta \theta$$

$$\text{d'où } C_c = \frac{V^2 \Delta \theta}{r (\theta_f - \theta_i)} - m_c c_c$$

$$= \frac{120^2 \times 9 \times 60}{230 \times (39,1 - 23,2)} - 0,6 \times 4185$$

$$C_c \approx 110 J \cdot K^{-1}$$

B3a) On applique cette fois-ci le 1^{er} principe au système eau + calorimètre + cuivre qui constitue un système isolé

$$dH_{eau} + dH_{calo} + dH_{cu} = 0$$

$$\left[(m_{eau} c_{eau} + C_c) (\theta_f - \theta_i) + m_{cu} c_{cu} (\theta_f - \theta_i) \right] = 0$$

Equation calorimétrique.

$$\text{soit } C_{cu} = \frac{-(m_{eau} c_{eau} + C_c) (\theta_f - \theta_i)}{S_{cal} S_c (\theta_f - \theta_i)}$$

$$C_{cu} = - \frac{0,6 \times 4185 + 110}{8960 \times 0,03 \times 23,10^{-4} \times (43,3 - 25,0)}$$

$$C_{cu} = 390 J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$$

8/11

B3b) Toujours par la formule de propagation des erreurs

$$\left(\frac{\Delta C_{cu}}{C_{cu}}\right)^2 = \left(\frac{\Delta m_c}{m_c}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\rho_f - \rho_s)}{\rho_f - \rho_s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\rho_f - \rho_s)}{\rho_f - \rho_s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_{cu}}{m_{cu}}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{600}\right)^2 + \left(\frac{0,2}{1,1}\right)^2 + \left(\frac{0,2}{206,2}\right)^2 + \left(\frac{1}{61,2}\right)^2$$

$$\approx 9 \cdot 10^{-4}$$

$$\text{donc } \frac{\Delta C_{cu}}{C_{cu}} \approx 0,03 \approx 3\%$$

$$\Delta C_{cu} \approx 12 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$C_{cu} = (0,39 \pm 0,01) \text{ kJ kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

C1a) entre t_1 et t_2 on suppose que $T_A(0,t) - T_0$

et $T_B(l,t) - T_0$ sont des fonctions linéaires de t

$$\text{donc } T_A(0,t) - T_0 = \alpha t \quad T_B(l,t) - T_0 = \beta t$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{T_A(0,t_2) - T_0}{t_2} \quad \beta = \frac{T_B(l,t_2) - T_0}{t_2}$$

C1b) Plaçons nous en $x=0$

$$1^{\text{er}} \text{ terme de la série : } -1 \exp\left(-\frac{\pi^2 D h t}{L^2}\right) = -\exp\left(-\frac{\pi^2 \times 10^{-4} \times 10}{0,03^2}\right)$$

$$= -1,73 \cdot 10^{-5} \text{ pour } t = 10 \text{ s}$$

$$2^{\text{e}} \text{ terme de la série : } \frac{1}{4} \exp\left(-\frac{4\pi^2 D h t}{L^2}\right) = \frac{1}{4} \exp\left(-\frac{4\pi^2 \times 10^{-4} \times 10}{0,03^2}\right)$$

$$= 2,22 \cdot 10^{-20}$$

$$\text{donc } \frac{q_0 L}{k_2} \left[-\frac{1}{6} + \frac{0}{\pi^2} \times 1,73 \cdot 10^{-5} - \frac{2}{\pi^2} \times 2,22 \cdot 10^{-20} \right]$$

$$\approx -\frac{q_0 L}{k_2} \left[-\frac{1}{6} \right] \text{ en } x=0 \text{ ce qui montre bien que la série est négligeable pour } t > 10 \text{ s}$$

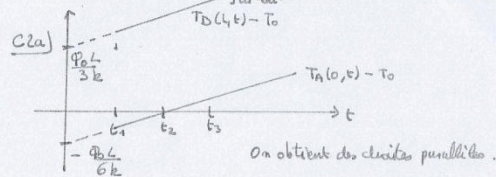
3/11

$$C1c) \text{ donc } T_A(0,t) = T_0 + \frac{q_0 t}{\rho_{cu} C_{cu} L} - \frac{q_0 L}{6 k_2}$$

$$\text{et } T_B(l,t) = T_0 + \frac{q_0 t}{\rho_{cu} C_{cu} L} + \frac{q_0 L}{3 k_2}$$

$$\text{soit } T_A(0,t) - T_0 = \frac{q_0 t}{\rho_{cu} C_{cu} L} - \frac{q_0 L}{6 k_2} \quad \left. \begin{array}{l} \text{fonctions affines} \\ \text{de } t \end{array} \right\}$$

$$T_B(l,t) - T_0 = \frac{q_0 t}{\rho_{cu} C_{cu} L} + \frac{q_0 L}{3 k_2}$$



$$C2b) [T_B(l,t_2) - T_0] - [T_A(0,t_2) - T_0] = \frac{q_0 L}{2 k_2} = \text{const}$$

$$\text{donc } k_2 = \frac{q_0 L}{2 [T_B(l,t_2) - T_A(0,t_2)]}$$

$$C2c) k_2 = \frac{60 \cdot 10^4 \times 0,03}{2 (299,7 - 270)} \quad [k_2 = 396 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}]$$

$$C3a) [T_B(l,t_2) - T_0] + 2[T_A(0,t_2) - T_0] = \frac{3 q_0 L}{\rho_{cu} C_{cu} L}$$

$$\text{d'où pour } t = t_2 \quad C_{cu} = \frac{3 q_0 t_2}{\rho_{cu} L} \cdot \frac{1}{T_B(l,t_2) + 2 T_A(0,t_2) - 3 T_0}$$

$$C_{cu} = \frac{3 \times 60 \times 10^4 \times 45}{8960 \times 0,03} \cdot \frac{1}{299,7 + 2 \times 270 - 3 \times 20}$$

$$[C_{cu} = 390 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \text{ on retrouve bien le même résultat que précédemment.}]$$

10/11

$$C3b) D h = \frac{k_2}{\rho_{cu} C_{cu}} = \frac{396}{8960 \times 390} = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

on retrouve bien le résultat précédent.

$$\text{sur } L = 3 \text{ cm} \quad \tau_{\text{diff}} = \frac{L^2}{D h} = \frac{0,03^2}{1,1 \cdot 10^{-4}} \approx 8 \text{ s}$$

Pour les applications numériques précédentes on a pris $t > 10 \text{ s}$, donc le régime transitoire de diffusion était bien terminé.

$$C4) \left(\frac{\Delta k}{k}\right)^2 = \left(\frac{\Delta q_0}{q_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(T_B - T_A)}{T_B - T_A}\right)^2$$

$$= 0,01^2 + \left(\frac{0,1}{30}\right)^2 + \left(\frac{0,2}{22,7}\right)^2$$

$$= 1,9 \cdot 10^{-4}$$

$$\text{donc } \frac{\Delta k}{k} \approx 0,014 = 1,4\%$$

$$\text{soit } \Delta k \approx 5 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$[k = (396 \pm 5) \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}]$$

11/11