

Câu 48: [2H3-3.4-4] (CHUYÊN VINH PHÚC-LẦN 5-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,

$$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = m - 1 + t \end{cases}$$

cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$ và đường thẳng d . Gọi T là tập tất cả các giá trị của m để d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho các tiếp diện của (S) tại A và B tạo với nhau góc lớn nhất có thể. Tính tổng các phần tử của tập hợp T .

A. 3.

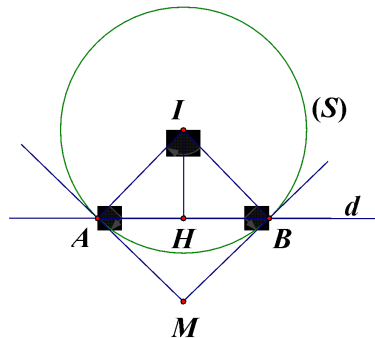
B. -3.

C. -5.

D. -4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $R=2$.

Đường thẳng d đi qua điểm $N(2;0;m-1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1;1;1)$.

Điều kiện để d cắt (S) tại hai điểm phân biệt là $d(I;(d)) < R \Leftrightarrow \frac{|\vec{IN} \cdot \vec{u}|}{|\vec{u}|} < 2$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2m^2 + 6m + 6}}{\sqrt{3}} < 2 \Leftrightarrow \frac{-3 - \sqrt{21}}{2} < m < \frac{-3 + \sqrt{21}}{2}$$

Khi đó, tiếp diện của (S) tại A và B vuông góc với IA và IB nên góc giữa chúng là góc $(IA; IB)$.

Ta có $0^\circ \leq (IA; IB) \leq 90^\circ$ nên $(IA; IB)_{\max} = 90^\circ \Leftrightarrow IA \perp IB$.

Từ đó suy ra $d(I;(d)) = \frac{1}{2}AB = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2m^2 + 6m + 6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow 2m^2 + 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}$
(thỏa).

Vậy $T = \{-3; 0\}$. Tổng các phần tử của tập hợp T bằng -3.