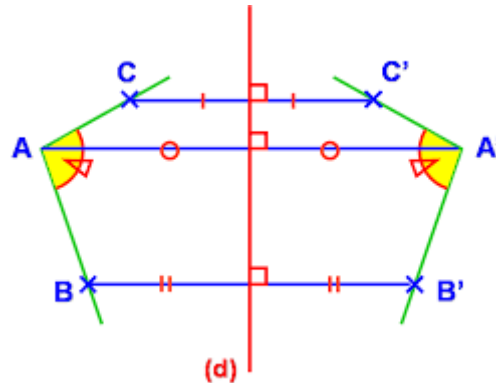


Chapitre G4 Symétrie axiale

I. Définitions

La **médiatrice** d'un segment $[AB]$ est la droite qui passe par le milieu du segment $[AB]$ et perpendiculaire à la droite (AB) .

Un point A est **symétrique** d'un point B par rapport à une droite (d) si (d) est la médiatrice du segment $[AB]$.



Le point A est le symétrique de A' par rapport à (d) : (d) est la médiatrice du segment $[AA']$.

Remarque : A' se lit « A prime ».

Propriété fondamentale

La symétrie axiale (par rapport à une droite) est une **isométrie** : elle conserve les longueurs et donc les angles.

Dans la figure ci-dessus, $AC = A'C'$ et $\hat{BAC} = \hat{B'A'C'}$

Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont **superposables**. Ils ont les mêmes dimensions.

II. Axes de symétrie

Une droite est un **axe de symétrie** pour une figure si le symétrique de chaque point de la figure par rapport à cette droite est un point de la figure. Autrement dit, une figure possède un **axe de symétrie** si elle est son **propre symétrique** par rapport à cette droite.

Remarque : concrètement, si l'on replie la figure suivant l'axe de symétrie, la figure se superpose sur elle-même.

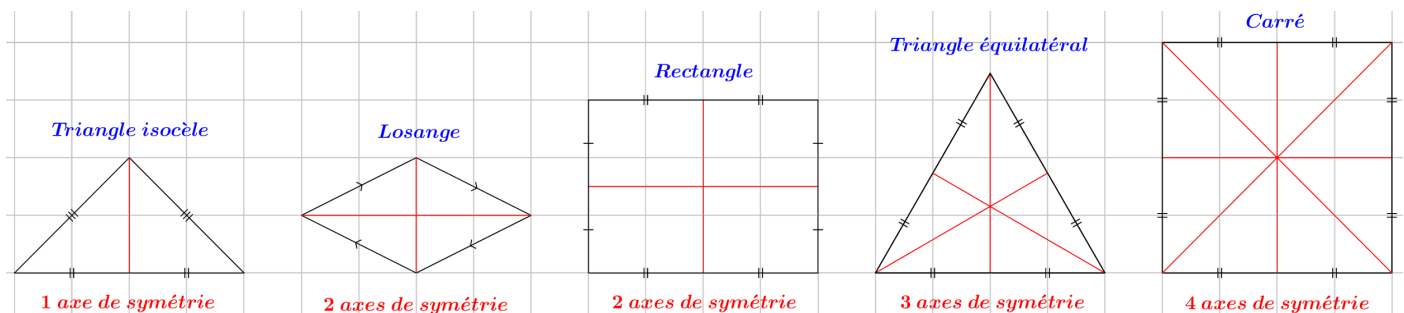
Exemples

Dans un **losange**, les **diagonales** sont des axes de symétrie.

Dans un **rectangle**, les **médianes** sont des axes de symétrie.

Dans un **parallélogramme**, il n'y a **pas d'axe de symétrie**.

Dans un **carré**, il y a **4 axes de symétrie** : ses **diagonales** et ses **médianes**.



Cas particuliers

Un **point** possède une **infinité d'axes de symétrie** : ce sont toutes les droites qui passent par ce point.

Une **droite** possède une **infinité d'axes de symétrie** : elle-même et toutes ses perpendiculaires.

Un **segment** possède **2 axes de symétrie** : la droite qui la porte et sa médiatrice.

Les **polygones réguliers** sont des polygones **inscrits dans un cercle** (tous leurs sommets sont sur un seul cercle) et dont les **côtés** sont de **même longueur**.

Le **triangle équilatéral** et le **carré** sont des polygones réguliers. Un polygone régulier possède **autant d'axes de symétrie que de sommets**.

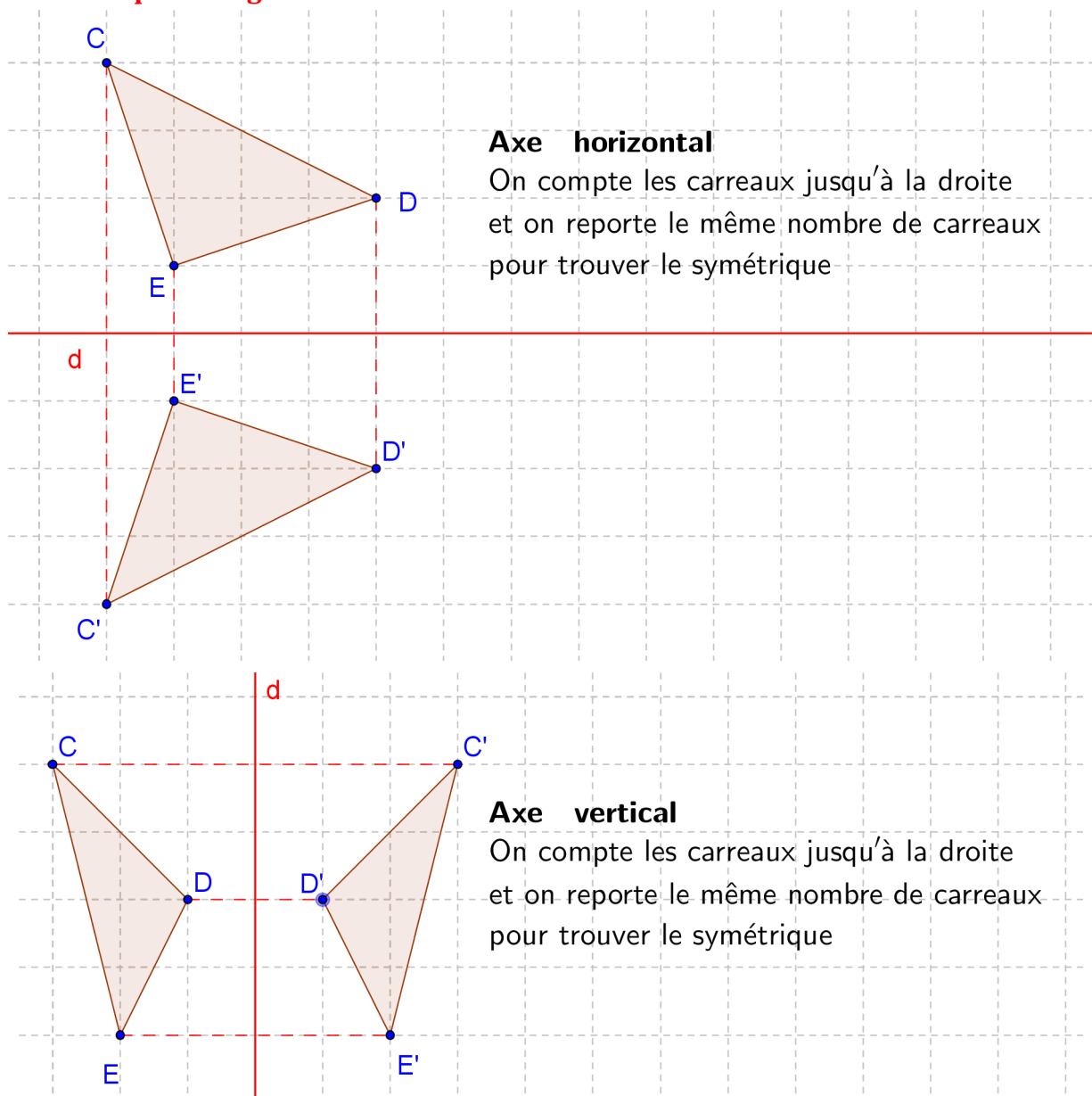
Le **pentagone** régulier, l'**hexagone** régulier, un **heptagone** régulier, un **octogone** régulier, l'**ennéagone** régulier, le **décagone** régulier, le **dodécagone** régulier possèdent respectivement 5, 6, 7, 8, 9, 10 et 12 axes de symétrie.

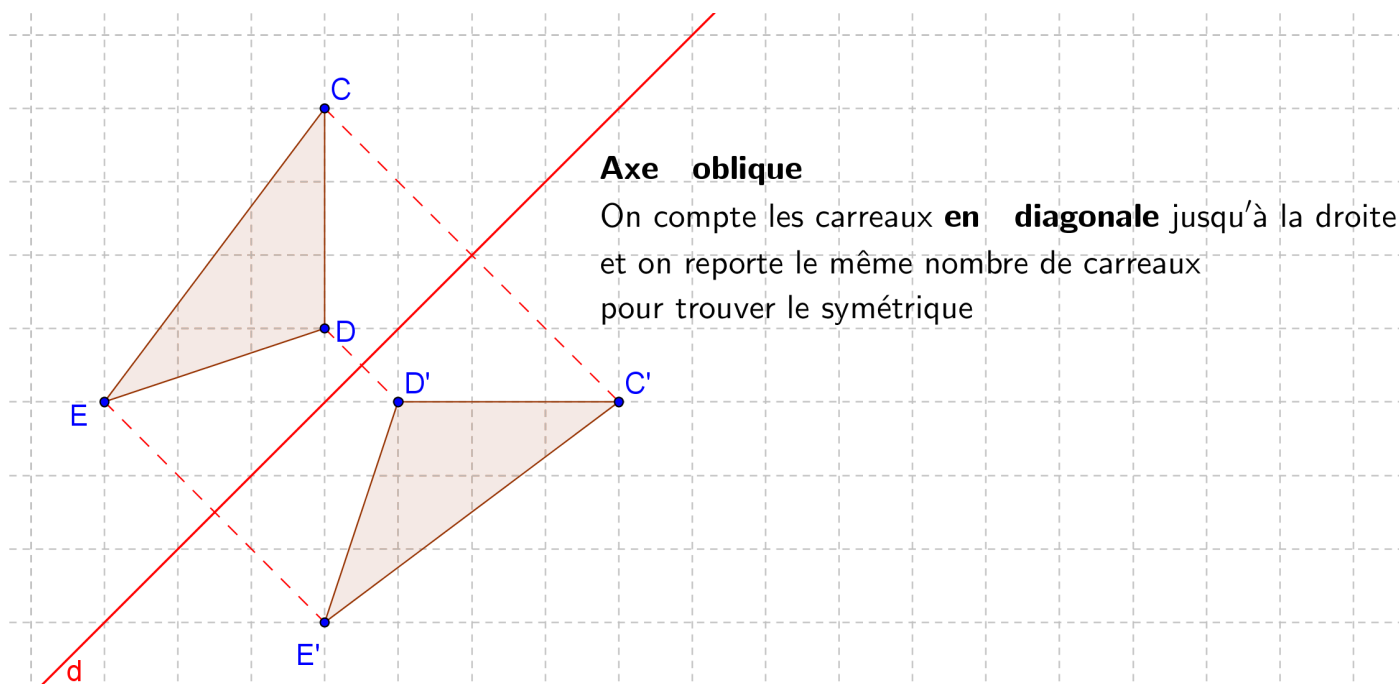
Un **triangle isocèle** possède **un seul axe de symétrie**, la droite qui passe par le **sommet principal** et par le **milieu** du côté opposé.

Un **trapèze isocèle** possède **un seul axe de symétrie**, la **médiane** qui relie les côtés parallèles.

III. Construction de symétriques

1. A l'aide d'un quadrillage





2. A l'aide des instruments de géométrie

On peut tracer le symétrique d'un point par rapport à une droite soit à l'aide d'une équerre, soit à l'aide d'un compas. Une animation est disponible sur le site « **boîte à maths** », rubrique « **animations géométriques** ».

Remarque : la règle équerre permet d'obtenir directement le symétrique d'un point.

3. Cas particuliers

Cercles : le symétrique d'un cercle par rapport à une droite est un cercle dont le centre est le symétrique du centre du cercle de départ. Le rayon reste inchangé.

Carré, rectangle, losange : le symétrique d'un carré, d'un rectangle, d'un losange est un carré, un rectangle, un losange de mêmes dimensions.