

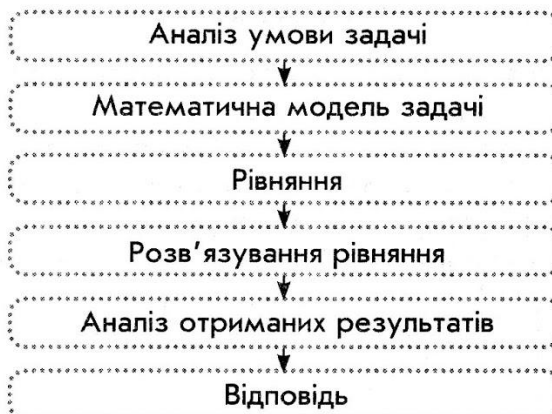
§ 25. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ КВАДРАТНИХ РІВНЯНЬ. КВАДРАТНЕ РІВНЯННЯ ЯК МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРИКЛАДНОЇ ЗАДАЧІ



ОПОРНИЙ КОНСПЕКТ

Алгоритм розв'язування текстової задачі

1. Проаналізувати умову задачі (основні величини, зв'язки між ними, вимоги задачі).
2. Створити математичну модель (у вигляді таблиці, рисунка, тексту тощо).
3. Скласти рівняння до задачі.
4. Розв'язати отримане рівняння.
5. Проаналізувати отримані результати з огляду на умову задачі.
6. Записати відповідь.



Задачі на роботу

Якщо V — об'єм роботи, p — продуктивність (швидкість) роботи, t — час, то:

$$V = pt, \quad p = \frac{V}{t}, \quad t = \frac{V}{p}.$$

- Якщо працюють кілька осіб, то продуктивності їхньої роботи додаються.
- Якщо об'єм роботи не зазначений, то його приймають за одиницю.

Задачі на рух

Якщо s — відстань, v — швидкість, t — час, то:

$$s = vt, \quad v = \frac{s}{t}, \quad t = \frac{s}{v}.$$

- Якщо два об'єкти рухаються назустріч один одному з постійними швидкостями v_1 і v_2 , то швидкість їх зближення дорівнює $v_1 + v_2$.
- Якщо v — власна швидкість плавзасобу у стоячій воді, a — швидкість течії, то:
 $v + a$ — швидкість плавзасобу за течією;
 $v - a$ — швидкість плавзасобу проти течії.

Схема задачі на рух

	Швидкість	Час	Відстань
I об'єкт	v	t	$s = vt$
II об'єкт			

Схема задачі на продуктивність роботи

	Продуктивність роботи	Час роботи	Об'єм роботи
I працівник	p	t	$V = pt$
II працівник			

Схема задачі на запис числа

	Цифра десятків	Цифра одиниць	Значення числа
I число	x	y	$10x + y$
II число			

Схема задачі на співвідношення чисельників і знаменників дробу

	Чисельник	Знаменник	Значення дробу
I дріб	x	y	$\frac{x}{y}$
II дріб			

Схема задачі на купівлю товарів

	Ціна	Кількість	Вартість
I товар	x	y	$A = xy$
II товар			



Створіть математичну модель задачі у вигляді таблиці, користуючись наведеними підказками, складіть рівняння та розв'яжіть задачу.

- 1** На будівництво планувалося перевезти вантажівкою 96 т піску за кілька рейсів. Але через несправність вантажівки довелося використати іншу машину, вантажопідйомність якої була на 4 т більшою. Унаслідок цього для перевезення піску було зроблено на 4 рейси менше, ніж планувалося. Складіть рівняння для визначення вантажопідйомності машини, на якій перевезли пісок, позначивши її вантажопідйомність через x . Знайдіть x .

- 2** Майстер мав виготовити 7 ювелірних виробів. Виготовляючи щодня на 4 прикраси більше, ніж планувалося, він закінчив роботу на 2 дні раніше строку. Скільки виробів виготовляв майстер щодня?

- 3** Екскурсія в музеї мала тривати 90 хв. Але виявилось, що три із запланованих для ознайомлення залів закрито для відвідувачів. Тому на огляд кожного з інших залів було відведено в середньому на 5 хв більше, ніж планувалося. Яку кількість залів відвідали екскурсанти, якщо тривалість екскурсії не змінилася?

- 4** На станції технічного обслуговування на ремонт і діагностику записано 48 автомобілів. Обслуговуючи щодня на 2 автомобілі більше, ніж планувалося, майстри закінчили роботу на 4 дні раніше строку. Скільки автомобілів обслуговували майстри щодня?

- 5** Відстань від наметового містечка до термального басейну становить 4 км. Оленка, рухаючись на велосипеді, пододала цю відстань на 20 хв швидше, ніж Роман. Знайдіть швидкість руху Романа, якщо Оленка й Роман рухалися з постійними швидкостями, різниця між якими становила 1 км/год.

Можлива математична модель

До задачі 1	Маса вантажу, т	Вантажопідйомність машини, т	Кількість рейсів
За планом		$(x - 4)$	
Фактично		$x - ?$	

До задачі 2	Загальна кількість виробів	Щоденна норма	Кількість днів
За планом		x	
Фактично		$(x + 4) - ?$	

До задачі 3	Кількість відвіданих залів	Час на огляд одного залу, хв	Загальний час екскурсії, хв
За планом	x		
Фактично	$(x - 3) - ?$		

До задачі 4	Загальна кількість автомобілів	Кількість автомобілів за один день	Термін виконання роботи, днів
За планом		x	
Фактично		$(x + 2) - ?$	

До задачі 5	s , км	v , км/год	t , год
Оленка			
Роман		$x - ?$	

- 6 На змаганнях із мотокросу спортсмен повинен був подолати трасу завдовжки 3 км з певною швидкістю. Проте через технічну затримку, яку зафіксував лічильник часу, спортсмен затримався на $\frac{4}{15}$ хв. Тому він збільшив швидкість на 4 км/год, щоб надолужити втрачений час. Визначте швидкість, із якою спортсмен мав рухатися за планом.

Можлива математична модель

До задачі 6	s , км	v , км/год	t , год
За планом		x	
Фактично		?	

- 7 Дві компанії виготовляють сувенірну продукцію до ювілею школи. Перша компанія розпочала роботу, а через чотири дні до неї приєдналася друга компанія. І після трьох днів спільної праці всю роботу було виконано. Відомо, що перша компанія, працюючи самостійно, могла б виконати весь обсяг роботи на 16 днів швидше, ніж друга. Скільки днів потрібно першій компанії, щоб самостійно виготовити всі сувеніри?

Можлива математична модель

Основні величини:

- V — загальний обсяг роботи ($V = 1$, якщо не зазначено, який саме обсяг роботи виконується);
 p — продуктивність праці (обсяг роботи, яку виконано за одиницю часу);
 t — час, протягом якого кожний виконує весь обсяг роботи, працюючи самостійно.

$$V = p \cdot t \Rightarrow p = \frac{V}{t}.$$

Таблиця 1

Самостійна робота кожної компанії

	Час самостійної роботи t , дні	Загальний обсяг роботи $V = 1$	Продуктивність праці $p = \frac{V}{t}$
Компанія 1	$t_1 = x - ?$	1	$p_1 = \frac{V}{t_1} =$
Компанія 2	$t_2 = x + 16$	1	$p_2 = \frac{V}{t_2} =$

У разі сумісної (частково сумісної) роботи компаній:

$t_{\phi 1}$ і $t_{\phi 2}$ — фактичний час, який витратили на роботу перша й друга компанії відповідно;
 V_1 і V_2 — фактичний обсяг роботи, який виконали перша й друга компанії відповідно.

Таблиця 2

Сумісна робота компаній

	Продуктивність праці $p = \frac{V}{t}$ (із табл. 1)	Фактичний час роботи t_{ϕ} , дні	Фактичний обсяг роботи, виконаний компанією
Компанія 1	$p_1 =$	$t_{\phi 1} =$	$V_1 = p_1 \cdot t_{\phi 1} =$
Компанія 2	$p_2 =$	$t_{\phi 2} = 3$	$V_2 = p_2 \cdot t_{\phi 2} =$

Схема для складання рівняння: $V_1 + V_2 = 1$.

- 8 Для приготування мюслі зробили суміш із кураги та родзинок. У цю суміш, яка містила 50 г родзинок, додали ще 40 г родзинок, після чого їхній уміст в отриманій суміші збільшився на 12,5 %. Визначте масу кураги в суміші.

До задачі 8	Маса суміші, г	Маса родзинок, г	Відсотковий уміст родзинок у суміші
Як було	x	50	$\frac{50}{x} \cdot 100\%$
Як змінилося	+40	+40	+12,5 %
Як стало	$x + 40$	90	$\frac{90}{x + 40} \cdot 100\%$

★ ЗАВДАННЯ ІЗ ЗІРКОЮ

- 1 Працівник метрополітену спускався вниз нерухомим ескалатором. Через 10 с після початку спуску ескалатор увімкнули. Продовжуючи рух за ходом ескалатора, працівник ще через 50 с завершив спуск (тобто весь спуск тривав 1 хв). Визначте час (у секундах), за який працівник спуститься вниз нерухомим ескалатором, позначивши цей час через t , якщо відомо, що ескалатор спускає вниз працівника, який нерухомо стоїть на ньому, на 25 с довше за t . Швидкості руху працівника та ескалатора вважайте постійними.
- 2 Працівник метрополітену піднімався вгору нерухомим ескалатором. Через 10 с після початку підйому ескалатор увімкнули. Продовжуючи рух за ходом ескалатора, працівник ще через 50 с завершив підйом (тобто весь підйом тривав 1 хв). Визначте час (у секундах), за який працівник підніметься вгору нерухомим ескалатором, позначивши цей час через t , якщо відомо, що ескалатор піднімає вгору працівника, який нерухомо стоїть на ньому, на 1 хв довше за t . Швидкості руху працівника та ескалатора вважайте постійними.
- 3 Двоє робітників установлюють металопластикові вікна. Через 1 год після того, як перший робітник почав установлення, до нього приєднався другий робітник. І через 36 хв спільної праці роботу було виконано (тобто вікно було встановлено за 1 год 36 хв). За скільки годин може встановити

таке вікно кожний робітник, працюючи самостійно, якщо другий робітник самостійно виконує цю роботу на 1 год довше, ніж перший?

- 4 Усередину судна через тріщину надходила вода зі швидкістю 3 л/с. Коли об'єм води всередині судна становив 280 л, увімкнули дві помпи, які почали відкачувати воду з однаковою продуктивністю (y л/с). Коли об'єм води зменшився наполовину, одну помпу вимкнули. Поки всередині судна була вода, тріщину не латали, тобто вода продовжувала надходити з тією самою швидкістю. Усю воду, що була всередині судна, відкачали за 90 с, після чого тріщину залатали. З якою швидкістю (y л/с) відкачувала воду кожна помпа?

ПЕРЕРВА НА ЛОГІКУ

- У перегонах взяли участь дві яхти, які мали подолати той самий шлях за найкоротший час. Перша яхта рухалася на всьому шляху з постійною швидкістю 20 км/год. Друга яхта половину шляху пройшла зі швидкістю 15 км/год, а другу половину — зі швидкістю 25 км/год. Чи був у цих перегонах переможець?
- У якому випадку є правильною рівність:
 $18 + 13 = 7?$