

**AÑO 2002**

## OPCIÓN A

1. Dadas las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ .  
Calcular  $AB + 2C$

2. Dado el siguiente sistema de ecuaciones:  $\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + 3y - 2z = 0 \\ 4x - 3y + z = 1 \end{cases}$

a) Estudiar si tiene solución.

b) Resolverla.

3. Estudiar la continuidad en  $x = 0$  y  $x = 2$  de:

$$f(x) = \begin{cases} 7, & \text{si } x < 0 \\ \frac{5}{x+4}, & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{6x-7}{6}, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

4. Sea la función:  $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 5x$ . Se pide:

a) Hallar la derivada.

b) Estudiar el crecimiento. Calcular los máximos y mínimos.

## OPCIÓN B

1. Dadas las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .  
Calcular  $AB + C$

2. Dado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 6 \\ -2x + 3y + z = 1 \\ -2x + y - 2z = -3 \end{cases}$$

a) Estudiar si tiene solución.

b) Resolverla.

3. Estudiarla continuidad en  $x = -1$  y  $x = 2$  de:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x+1}{2}, & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ -2x + 1, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

4. Sea la función:  $f(x) = \frac{2x^3}{3} - 5x^2 + 1$ . Se pide:

a) Hallar la derivada.

b) Estudiar el crecimiento. Calcular los máximos y mínimos.

**AÑO 2003**

1. Estudia la compatibilidad del sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ 2x - y + 2z = 2 \\ 3x + y + z = 1 \end{cases}$$

Halla, mediante la regla de Cramer, su solución o soluciones.

2. Representa y estudia la continuidad de la función  $f(x)$  en los puntos  $x = 1$  y  $x = 2$ .

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 1, & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ x^2, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

3. Calcula el siguiente límite:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{9n^2 + n - 3}{9n^2 - 4} \right)^{4n}$

4. Resuelve la siguiente integral:  $\int \frac{dx}{x^3 - 5x^2 + 6x}$

**AÑO 2004**

## OPCIÓN A

1. Dadas las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ & & & & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 7 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Calcular a)  $2A + 3B$     b)  $CB$

2. Discute y resuelve el siguiente sistema:  $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 2z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$

3. Estudia la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{si } x \leq -3 \\ 4, & \text{si } -3 < x < 0 \\ x^2, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

4. Estudia los intervalos de crecimiento y calcula los máximos y mínimos de la siguiente función:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$$

**OPCIÓN B**

1. Dada la matriz:  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ & & & & -1 \\ & & & & 2 \\ & & & & 2 \\ & & & & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcular el rango de la matriz A

b) Estudiar si A tiene matriz inversa y calcularla.

2. Dado el sistema de ecuaciones  $\begin{cases} x + y + z = -2 \\ -x + 3y - 2z = -1 \\ 3x - 2y + z = -1 \end{cases}$

a) Estudiar si tiene solución.

b) Resolverlo.

3. Calcula el siguiente límite:  $\left( \frac{n^2 + 3n - 1}{n^2 + 2n} \right)^{3n+1}$

4. De la función  $f(x) = \frac{3x^2}{2x-1}$  se pide:

a) Calcular la derivada.

b) Estudiar el crecimiento. Calcular los máximos y mínimos

**AÑO 2005**

ordinaria

**OPCIÓN A**

Ejercicio nº 1.- Analizar la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones y si es compatible

resolverlo:  $\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ 3x - 5y - z = 0 \\ 3x + 2y + 4z = 9 \end{cases}$

Ejercicio nº 2.- Consideramos la función:  $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$ . Se pide

a) Determinar su dominio.

b) Calcular  $f(x)$

Ejercicio nº 3.- En la función  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$  se pide:

a) Determinar sus intervalos de crecimiento.

b) Calcular los máximos y mínimos.

Ejercicio nº 4.- Calcular el siguiente límite:  $\left( \frac{n^2 - n + 5}{n^2 - 5n + 6} \right)^{1-2n}$

**OPCIÓN B.**

Ejercicio nº 1.- Dadas las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ & & & & & -1 \\ & & & & & 1 \\ & & & & & 2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

Resolver la siguiente ecuación:  $XA = B$ .

Ejercicio nº 2.- Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - x - 2}, & \text{si } x < -1 \\ 3x + 5, & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 3.- En la siguiente función:  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 7x - \frac{10}{3}$

- Calcular los puntos donde tiene máximos y mínimos.
- Determinar los intervalos donde es cóncava y donde es convexa

Ejercicio nº 4.- Calcular la siguiente integral:  $\int (3x + 1)e^x dx$

extraordinaria

OPCIÓN A

Ejercicio nº 1.- Analizar la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones y si es compatible resolverlo:  $\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 2x + y - z = 0 \\ 4x + 3y + 3z = 2 \end{cases}$

Ejercicio nº 2.- Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - x - 2}, & \text{si } x < -1 \\ 3x + 5, & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 3.- Dada la siguiente función:  $f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x^2 + 7x - \frac{10}{3}$

- Determinar los intervalos de concavidad
- Determinar sus máximos y mínimos relativos

Ejercicio nº 4.- Calcular la siguiente integral:  $\int (5x + 1)e^{-x} dx$

OPCIÓN B.

Ejercicio nº 1.- Dadas las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & & & & & & & \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Calcular el determinante de la matriz  $\frac{(A-B)^2}{2}$

Ejercicio nº 2.- Consideremos la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}, & \text{si } x < -1 \\ x^2 + x + 2, & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2}, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Estudiar si es continua en los puntos  $x = -1$  y  $x = 2$ .

Ejercicio nº 3.- Sea  $f(x) = \frac{x^3}{x-4}$

- Determinar su dominio.
- Calcular los puntos en los que tenga un máximo o un mínimo

Ejercicio nº 4.- Dada la función  $f(x) = (x^2 + x)e^x$ , se pide:

- Calcular la ecuación de la recta tangente a  $f(x)$  en  $x = 0$
- Calcular los intervalos de concavidad de esa función

ordinaria

**AÑO 2006**

**OPCIÓN A**

Ejercicio nº 1.- Dadas las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$   
 Resolver la siguiente ecuación matricial:  $XA = 3B$ .

Ejercicio nº 2.- Sea  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-2}{x^2-1}, & \text{si } x \neq -1, \frac{3}{2} \\ \text{si } x = -1, \end{cases}$  se pide:

- a) Calcular el dominio de  $f(x)$ .
- b) Estudiar si  $f(x)$  es continua en  $x = -1$ .

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 24$ . Se pide:

- a) Calcular los máximos y mínimo de  $f(x)$ .
- b) Determinar los intervalos en los que la función es cóncava y donde es convexa.

Ejercicio nº 4.- Calcular la siguiente integral:  $\int (2 - 5x)e^x dx$

**OPCIÓN B.**

Ejercicio nº 1.- Analizar la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones y si es compatible resolverlo:  $\begin{cases} 5x - 7y + 3z = 12 \\ -2x + 2y - z = -4 \\ x - 3y + z = 4 \end{cases}$

Ejercicio nº 2.- Estudiar la continuidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2+x+2}{x^2-1}, & \text{si } x < -1 \\ 3x + 5, & \text{si } -1 \leq x \leq 3 \\ \frac{x^2-4x+3}{x^2-9}, & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Ejercicio nº 3.- En la función  $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$  se pide:

- a) Calcular sus intervalos de crecimiento.
- b) Calcular sus máximos y mínimos.

Ejercicio nº 4.- Calcular los siguientes límites:

a)  $\left( \frac{x^2+x+1}{3x+1} \right)^{\frac{x}{x-2}}$

b)  $\frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x-1}$

extraordinaria

**OPCIÓN A.**

Ejercicio nº 1 - Estudiar la compatibilidad del siguiente sistema y si es compatible resolverlo:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 4 \\ 5x + 7y + 2z = 3 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

Ejercicio nº 2.

a) Estudiar el dominio de la función:  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

b) Calcular  $\frac{\sqrt{4-x^2} - 2}{x^2}$

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = x^4 - 18x^2 + 16$ , se pide:

- a) Calcular la ecuación de la tangente a la curva en  $x = 1$ .
- b) Obtener los puntos en los que alcanza un máximo o un mínimo.
- c) Calcular los puntos de inflexión.

Ejercicio nº 4.- Calcular la siguiente integral:  $\int (5 - 3x) \operatorname{sen} x \, dx$

OPCIÓN B.

Ejercicio nº 1.- Dadas las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 & 1 & -1 & -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , resolver la ecuación:

$$AX + B = (AB - 2I).$$

Ejercicio nº 2.- Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x + 1}{e^x}, & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - x + 1, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Ejercicio nº 3 Dada la función  $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x - 3$ , se pide:

- Calcular los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Calcular los intervalos donde es cóncava y donde es convexa
- Calcular los puntos de inflexión.

Ejercicio nº 4. Calcular la siguiente integral:  $\int (x + 2)e^{-x} \, dx$

### AÑO 2007

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

ordinaria

OPCIÓN A

Ejercicio nº 1.- Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

- Calcular la matriz  $M = ABC$
- Decir si existe la matriz inversa de  $M$  y si es calcularla.

Ejercicio nº 2.- Dada la función  $f(x) = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ , se pide:

- Calcular el dominio de  $f(x)$ .
- Estudiar qué tipo de discontinuidad presenta en los puntos  $x = -1$  y  $x = 1$ .

Ejercicio nº 3.- Para la función  $f(x) = x^3 - 12x + 8$ , se pide:

- Calcular los intervalos de crecimiento, máximos y mínimos de  $f(x)$ .
- Estudiar donde es cóncava y donde convexa y calcular su punto de inflexión.

Ejercicio nº 4.- Ponemos en una urna 6 bolas rojas, 8 negras y 4 verdes, a continuación, sacamos dos bolas de la urna sin reemplazamiento, se pide:

- Calcular la probabilidad de que las dos bolas sean del mismo color.
- Que la primera bola sea negra y la segunda roja.

OPCIÓN B

Ejercicio nº 1.- Estudiar la compatibilidad del siguiente sistema y si es compatible resolverlo

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = -2 \\ 3x + y + 3z = 6 \\ x - 7y + 5z = -10 \end{cases}$$

Ejercicio nº 2.- Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}, & \text{si } x < 2 \\ x^2 - 1, & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}, & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Ejercicio nº 3.- Dada la función  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 7$ , se pide:

- Estudiar los intervalos donde es cóncava y donde es convexa.
- Calcular la ecuación de la tangente a esa curva en su punto de inflexión.

Ejercicio nº 4.- Calcular:

a)  $\frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{3 + x} - 1}$

b) La derivada de la función  $f(x) = \frac{xe^{2x} - e^{2x}}{e^x + e^{-x}}$

extraordinaria

**OPCIÓN A.**

Ejercicio nº 1.- Estudiar la compatibilidad del siguiente sistema y si es compatible resolverlo:

$$\begin{cases} -x + 2y + 3z = 2 \\ 3x - 4y + z = 2 \\ 2x + y - 5z = 3 \end{cases}$$

Ejercicio nº 2.- Calcular los siguientes límites: a)  $\left(\frac{x^2 + x + 3}{6x - 1}\right)^{\frac{1}{x^2 - 1}}$       b)  $\frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^2 - x - 2}$

Ejercicio nº 3.- Dada la función  $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 2$ , se pide:

- Estudiar sus intervalos de crecimiento.
- Encontrar los puntos donde alcanza un máximo o un mínimo.

Ejercicio nº 4.- En una urna tenemos 8 bolas idénticas con los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8, respectivamente. Hacemos un experimento que consiste en sacar una bola y mirar su número, se pide:

- Determinar el espacio muestral.
- Determinar los sucesos A "salir un número par", B "salir un número mayor de 5", el suceso "A ∪ B", el suceso A ∩ B y el suceso A - B.
- Calcular la probabilidad de los sucesos definidos en el apartado b).

**OPCIÓN B.**

Ejercicio nº 1.- Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 & 1 & 0 & 3 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ , se pide:

- Decir si tiene matriz inversa y en caso afirmativo calcularla.
- Resolver la ecuación matricial:  $XA = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 6 \end{pmatrix}$

Ejercicio nº 2.- Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}, & \text{si } x < -1 \\ \frac{1}{2}, & \text{si } x = -1 \\ \frac{x^2 - x - 2}{6(x + 1)}, & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 3.- Dada la función  $f(x) = x^4 - 24x^2 + 12x + 6$ , se pide:

- Estudiar los intervalos en los que es cóncava y en los que es convexa.
- Calcular sus puntos de inflexión.

Ejercicio nº 4.- Calcular:

a)  $\left| x - \sqrt{x^2 - 3x + 2} \right|$

b) La derivada de la función  $y = \frac{x^2 - 5x + 3}{1 - x^2}$ ; determinar también, el valor de la derivada en el punto  $x = 2$ .

## MATEMÁTICAS

ordinaria

## OPCIÓN A.

Ejercicio nº 1.- Dadas las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 & 2 & 1 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$   
 Resolver la ecuación matricial  $XA + B = X - 2B$ .

Ejercicio nº 2.- Estudiar la continuidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - 1}, & \text{si } x < -1 \\ \frac{x^2 + 6x + 2}{1 - x}, & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ , se pide:

- Calcular los intervalos donde la función crece y donde decrece.
- Calcular la ecuación de la tangente a la curva en  $x = -1$ .

Ejercicio nº 4. - Calcular:

a)  $\frac{x^2 - 6x + 8}{x - \sqrt{2 + x}}$

b)  $\int (2x + 1)e^{-x} dx$

## OPCIÓN B.

Ejercicio nº 1.- Analizar la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones y si es compatible resolverlo:  $\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 4 \\ 5x + 4y + 5z = 6 \\ -x + 2y + 3z = 2 \end{cases}$

Ejercicio nº 2.- Calcular los siguientes límites: a)  $\frac{x^2 + x}{x + \sqrt{2 + x}}$       b)  $\left( \frac{x^2 + 3x + 1}{x^3 + x + 1} \right)^{\frac{1}{1 - x^2}}$

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = x^4 - 8x^2 + 7$ , se pide:

- Obtener los puntos en los que la función alcanza un máximo o un mínimo
- Calcular los intervalos en los que es cóncava y en los que es convexa.

Ejercicio nº 4. - Calcular:

a)  $\int (2x + 1)e^{2x} dx$

b) La derivada de la función  $f(x) = \frac{e^{-x} - e^x}{e^x + e^{-x}}$ , obtener también el valor de la derivada en  $x = 0$ .

extraordinaria

## OPCIÓN A.

Ejercicio nº 1.- Analizar la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones y si es compatible resolverlo:  $\begin{cases} 2x - y + 3z = 2 \\ -3x + y + z = -2 \\ x + 2y - 3z = 5 \end{cases}$

Ejercicio nº 2.- Estudiar la continuidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + x^2 + x + 6}{x^2 + 3x + 2}, & \text{si } x < -2 \\ x^3 - 1, & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 1}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = x^3 + 3x^2 + x - 7$ , se pide:

- Buscar los intervalos donde la función es cóncava y donde es convexa.

b) Obtener la ecuación de la tangente en su punto de inflexión.

Ejercicio nº 4.- Calcular:

a)  $\int (5x - 4)e^{2x} dx$

b) La derivada de la función  $f(x) = x^2e^x - 2xe^{-x}$ .

**OPCIÓN B.**

Ejercicio nº 1.- Dada la matriz:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ , se pide:

- a) Calcular la matriz inversa de la matriz  $M = (A + A^T)$ , donde  $A^T$  es la matriz traspuesta de la matriz A.  
 b) Resolver la siguiente ecuación matricial:  $XA = 2I - XA^T$ .

Ejercicio nº 2.- Estudiar el dominio de las funciones: a)  $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4}$  b)  $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$

c) Estudiar qué tipo de discontinuidad presenta la función  $f(x)$  en el punto  $x = -2$  y en el punto  $x = 2$ .

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = x^3 + 9x^2 + 15x - 25$ , se pide:

- a) Calcular la ecuación de la tangente a la curva en  $x = 1$ .  
 b) Obtener los puntos en los que alcanza un máximo o un mínimo.

Ejercicio nº 4.- Calcular:

a) La derivada de la función  $f(x) = \frac{x^2 \log \log x + 2 \log \log x}{e^x + e^{-x}}$

b)  $\int (x^2 + x + 1) \log \log x dx$

**AÑO 2008**

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS**

ordinaria

**OPCIÓN A**

Ejercicio nº 1.- Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , se pide:

- a) Calcular el determinante de la matriz:  $M = AB + I$  (I es la matriz identidad de orden 3).  
 b) Si es posible obtener la matriz inversa de M.

Ejercicio nº 2.- Dada la función  $f(x) = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 + 5x + 6}$ , se pide:

- a) Estudiar su dominio.  
 b) Determinar qué tipo de discontinuidad presenta en  $x = -2$  y en  $x = -3$ .

Ejercicio nº 3.- Sea  $f(x) = \frac{x^2}{x+2}$ . Se pide:

- a) Calcular la ecuación de la tangente a  $f(x)$  en  $x = -1$   
 b) Calcular los intervalos de crecimiento de  $f(x)$

Ejercicio nº 4.- Lanzamos una moneda tres veces, se pide:

- a) Definir el espacio muestral asociado a ese experimento.  
 b) Calcular la probabilidad del suceso salir dos cruces.

**OPCIÓN B**

Ejercicio nº 1.- Estudiar la compatibilidad del siguiente sistema y si es compatible resolverlo:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 3x - y + 5z = 6 \\ -x + 5y + z = 4 \end{cases}$$

Ejercicio nº 2.- Sea  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}, & \text{si } x < -1 \\ \frac{3x + 1}{x^2 + 1}, & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$ , se pide:

- a) Calcular el dominio de  $f(x)$
- b) Estudiar si  $f(x)$  es continua en  $x = -1$ .

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = x^3 - 12x + 11$ , se pide:

- a) Estudiar los intervalos de crecimiento de la función
- b) Estudiar la concavidad y convexidad de  $f(x)$

Ejercicio nº 4.- Tenemos una urna en la que hemos puesto 10 bolas rojas 8 bolas blancas y 6 bolas negras. Sacamos dos bolas sin reemplazamiento, se pide:

- a) Calcular la probabilidad de que las dos bolas sean blancas.
- b) Calcular la probabilidad de que las dos sean del mismo color.

extraordinaria

**OPCIÓN A**

Ejercicio nº 1.- Estudiar la compatibilidad del siguiente sistema y si es compatible resolverlo:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \\ 2x + 3y + 5z = -2 \end{cases}$$

Ejercicio nº 2.- Sea  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 2x + 1}, & \text{si } x < -1 \\ 1 - x^2 + 3x^3, & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$ , se pide:

- a) Calcular el dominio de  $f(x)$ .
- e) Estudiar si  $f(x)$  es continua en  $x = -1$

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$

- a) Calcular los máximos y mínimos de  $f(x)$ .
- b) Calcular sus puntos de inflexión.

Ejercicio nº 4.- Tenemos una baraja española de 40 cartas y extraemos sin reemplazamiento dos cartas, se pide:

- a) Calcular la probabilidad de que las dos sean de oros.
- b) Calcular la probabilidad de que las dos sean del mismo palo.

**OPCIÓN B**

Ejercicio nº 1.- Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ & & & & & & -1 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ & & -1 & 1 & 2 & 2 \\ & & & & & & -1 \end{pmatrix}$ , resolver la siguiente

ecuación matricial:  $AX + 2B = 4I$  ( $I$  es la matriz identidad de orden 3)

Ejercicio nº 2.- Calcular los siguientes límites:

a)  $\left( 3x - \sqrt{9x^2 - 12x + 1} \right)$       b)  $\left( \frac{3x + 8}{x^2 - 2} \right)^{\frac{1}{x+2}}$

Ejercicio nº 3.- Sea  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9$ , se pide:

- a) Calcular la ecuación de la tangente a  $f(x)$  en  $x = -1$
- b) Estudiar los intervalos donde es cóncava y donde es convexa.

Ejercicio nº 4.- Lanzamos dos dados y anotamos los puntos que aparecen en su cara superior, se pide:

- a) Calcular la probabilidad de que la suma de los puntos sea 10.
- b) Calcular la probabilidad de que en el segundo aparezca un 5.

**MATEMÁTICAS**

ordinaria

**OPCIÓN A.**

Ejercicio nº 1.- Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ , se pide:

- a) Calcular si es posible la matriz inversa de A.
- b) Resolver la siguiente ecuación matricial:  $XA + B = 3A$ .

Ejercicio nº 2.- Calcular los siguientes límites: a)  $\left(2x - \sqrt{4x^2 + 6x}\right)$  b)  $\left(\frac{3x+2}{x^2+x+3}\right)^{\frac{2}{x-1}}$

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = \frac{5x^2}{x^2+1}$ , se pide:

- a) Calcular la ecuación de la tangente a f(x) en el punto  $x = -3$
- b) Obtener los máximos y mínimos de f(x).

Ejercicio nº 4.- Calcular las siguientes integrales:

a)  $\int (5x + 2) \log \log x \, dx$

b)  $\int [(x + 1)^3 + \sqrt[3]{x}] \, dx$

**OPCIÓN B**

Ejercicio nº 1.- Estudiar la compatibilidad del siguiente sistema y si es compatible resolverlo

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 0 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x + 3y + 8z = 0 \end{cases}$$

Ejercicio nº 2.- Sea  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^4-1}{x^3-1}, & \text{si } x < 1 \\ \frac{3x+1}{2x+1}, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- a) Determinar su dominio.
- b) Estudiar si es continua en  $x = 1$

Ejercicio nº 3.- Sea  $f(x) = x^4 - 18x^2 + 12$ , se pide;

- a) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x)
- b) Hallar los intervalos de concavidad y convexidad de f(x).

Ejercicio nº 4.- Calcular las siguientes integrales:

a)  $\int (4x + 5)e^x \, dx$

b)  $\int \frac{1+x}{\sqrt{x}} \, dx$

extraordinaria

**OPCIÓN A.**

Ejercicio nº 1.- Estudiar la compatibilidad del siguiente sistema y si es compatible resolverlo:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 3x + 5y + z = 0 \\ x + y + 3z = -10 \end{cases}$$

Ejercicio nº 2.- Sea  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-6}{x^2-9}, & \text{si } x < -3 \\ \frac{3x^2-4}{6}, & \text{si } x \geq -3 \end{cases}$ . Se pide:

- a) Calcular el dominio de  $f(x)$ .
- b) Estudiar si  $f(x)$  es continua en  $x = -3$ .

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$ , se pide:

- a) Calcular la ecuación de la tangente a  $f(x)$  en  $x = -1$ .
- b) Obtener los puntos en los que  $f(x)$  alcanza un máximo o un mínimo.

Ejercicio nº 3.- Calcular las siguientes integrales:

a)  $\int (4x - 3)e^{-x} dx$

b)  $\int \frac{3x + \sqrt{x}}{x} dx$

**OPCIÓN B.**

Ejercicio nº 1.- Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ & & & & & & & -1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ , resolver la siguiente

ecuación matricial:  $AX + X = B$ .

Ejercicio nº 2.- Dada la función  $f(x) = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 4}$ , se pide:

- a) Estudiar su dominio.
- b) Determinar qué tipo de discontinuidad presenta en  $x = -2$  y  $x = 2$

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 4$ , obtener:

- a) Los máximos y mínimos de  $f(x)$ .
- b) Los intervalos en los que  $f(x)$  crece y en los que decrece.

Ejercicio nº 4.- Calcular las siguientes integrales:

a)  $\int (x + 3)\text{sen } x dx$

b)  $\int \left( \frac{1}{x^3} + 3\sqrt{x} \right) dx$

**AÑO 2009**

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS**

ordinaria

**BLOQUE A.**

Ejercicio nº 1.- Analizar la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones y si es compatible resolverlo:  $\begin{cases} 5x + 3y - 2z = 1 \\ 3x + 4y + z = 7 \\ 2x + 3y + z = 4 \end{cases}$

Ejercicio nº 2.- Consideramos la función:  $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 2, & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{x^3 + 3x - 36}{x^2 - 9}, & \text{si } x > 3 \end{cases}$ , se pide:

- a) Estudiar si es continua en  $x = -3$ .
- b) Analizar si es continua en  $x = 3$ .

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = x^4 - 24x^2 + 64x - 36$ , se pide:

- a) Calcular los máximos y mínimos de  $f(x)$ .
- b) Obtener los intervalos donde  $f(x)$  es cóncava y donde es convexa.

Ejercicio nº 4.- Lanzamos 3 veces una moneda trucada con probabilidad de salir cara doble que salir cruz, se pide:

- a) Construir el espacio muestral asociado a ese experimento.
- b) Calcular la probabilidad de obtener tres cruces.

**BLOQUE B.**

Ejercicio nº 1.- Tenemos la matriz:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & - & 1 & 1 & - & 1 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

Resolver la siguiente ecuación matricial:  $XA^2 = 5I$ . (I es la matriz identidad).

Ejercicio nº 2.- Calcular los siguientes límites:

a)  $\left( \sqrt{x^3 - x^2 + 6} - \sqrt{x^3 - x^2 - 4x + 2} \right)$     b)  $\left( \frac{3x+1}{x^2+5x+2} \right)^{\frac{x}{x^2+3x+2}}$

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = (x^2 - 3)e^x$ , se pide:

- a) Calcular la ecuación de la tangente a  $f(x)$  en el punto  $x = 0$ .
- b) Determinar los intervalos en los que la función crece y en los que decrece.

Ejercicio nº 4.- En un grupo de personas hay 12 hombres y 8 mujeres, la mitad de los hombres hablan inglés y 5 mujeres no saben este idioma. Si elegimos una persona al azar calcular:

- a) Probabilidad de que sepa hablar inglés.
- b) Probabilidad de que sea mujer y no sepa hablar inglés.
- c) Si sabemos que la persona elegida es un hombre probabilidad de que sepa inglés.

extraordinaria

**BLOQUE A**

Ejercicio nº 1.- Tenemos las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & - & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 & - & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & - & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,

se pide:

- a) Calcular la matriz inversa de A. ( $A^{-1}$ )
- b) Calcular el determinante de la matriz  $(A + A^{-1})C^T$  (la T del superíndice significa la matriz traspuesta de C).

Ejercicio nº 2.- Calcular los siguientes límites: a)  $\frac{\sqrt{x^2 - 3x + 4} - 1}{x^2 - 1}$     b)  $\left( \frac{x^2 + x + 1}{3x + 1} \right)^{\frac{x}{x^2 - 4}}$

Ejercicio nº 3.- Dada la función:  $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x - 5$ , se pide:

- a) Calcular los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f(x)$
- b) Calcular los puntos de inflexión de  $f(x)$

Ejercicio nº 4.- Tenemos una baraja española de 40 cartas, obtenemos tres cartas sin reemplazamiento, se pide:

- a) Probabilidad de que las tres sean de oros.
- b) Probabilidad de que las tres sean del mismo palo.

**BLOQUE B**

Ejercicio nº 1.- Analizar la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones y si es compatible

resolverlo:  $\begin{cases} x + y + 2z = 5 \\ 3x - 2y + 5z = 7 \\ 7x - y - 3z = 2 \end{cases}$

Ejercicio nº 2.- Tenemos la función  $f(x) = \frac{x^2 - 10x - 11}{x^2 + 3x + 2}$ , se pide:

- a) Determinar el dominio de  $f(x)$
- c) Estudiar en que puntos es discontinua y que tipo de discontinuidad presenta.

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = (3 - x)e^x$ , se pide:

- a) Obtener la ecuación de la tangente a  $f(x)$  en  $x = 0$ .
- b) Calcular los máximos y mínimos de  $f(x)$  si tiene.

Ejercicio nº 4.- Lanzamos dos dados, se pide:

- a) Escribir los sucesos A la suma de los puntos obtenidos en la cara superior es 7 y B = en uno de los dados ha salido un seis
- b) Calcular la probabilidad de los sucesos A, B y  $A \cap B$ .

**MATEMÁTICAS**

ordinaria

**BLOQUE A.**

Ejercicio nº 1.- Analizar la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones y si es compatible

resolverlo:  $\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ 3x - 4y + 5z = 2 \\ x + 2y + z = -2 \end{cases}$

Ejercicio nº 2.- Dada

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2}, & \text{si } x < -2 \\ x^2 + x - 1, & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 6}{x - 2}, & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- a) Estudiar el dominio de  $f(x)$ .
- b) Analizar la continuidad en  $x = -2$  y en  $x = 2$

Ejercicio nº 3.- Dada la función:  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ , se pide:

- a) Buscar los intervalos donde  $f(x)$  es cóncava y donde es convexa.
- b) Calcular la ecuación de la tangente a  $f(x)$  en su punto de inflexión.

Ejercicio nº 4.- Calcular las siguientes integrales:

a)  $\int (3x + 5)e^{2x} dx$

b)  $\int \frac{1 - 3x}{x^2 + 1} dx$

**BLOQUE B.**

Ejercicio nº 1.- Dadas las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , resolver la siguiente ecuación

matricial:  $AXA^T = (AB)^T$  (el superíndice T indica la matriz traspuesta).

Ejercicio nº 2.- Sea  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - x}{x^2 + x - 2}, & \text{si } x < 1 \\ \frac{x^2 + 3x - 3}{5x^2 + 1}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$ . Se pide;

- a) Decir si está definida la función en  $x = -2$  y calcular  $f(-2)$ .
- b) Estudiar si  $f(x)$  es continua en  $x = 1$ .

Ejercicio nº 3.- Dada la función  $f(x) = x^4 - 2x^3 + 12x^2 + 40x - 2$ , se pide;

- a) Determinar los máximos y mínimos de  $f(x)$ .  
 b) Estudiar si tiene puntos de inflexión.

Ejercicio nº 4.- Calcular los siguientes límites:

a)  $\left( \frac{3x-1}{x^2+3x-2} \right)^{\frac{x-3}{x+1}}$

b)  $\left( \frac{1}{x-1} - \frac{x^2+1}{x^2-1} \right)$

extraordinaria

BLOQUE A.

Ejercicio nº 1.- Dadas las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$  resolver la siguiente ecuación

matricial:  $XA - X = B^T$  ( $B^T$  es la matriz traspuesta de  $B$ ).

Ejercicio nº 2.- Consideramos la función  $f(x) = \frac{x^3 - 3x - 2}{x^3 + 3x + 2}$ , se pide:

- a) Determinar el dominio de  $f(x)$ .  
 b) Estudiar en que puntos es discontinua y que tipo de discontinuidad presenta.

Ejercicio nº 3.- Sea  $f(x) = x^2 e^x$ , se pide:

- a) Calcular los intervalos de crecimiento de  $f(x)$ .  
 b) Calcular los máximos y mínimos de  $f(x)$ .

Ejercicio nº 4.- Calcular los siguientes límites:

a)  $\left( \frac{x+3}{x^2+1} \right)^{\frac{1+x}{x^2-4}}$

b)  $\left( \sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt{x^2 - x - 2} \right)$

BLOQUE B.

Ejercicio nº 1.- Analizar la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones y si es compatible resolverlo:  $\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 3x - 2y + z = -1 \\ 4x + 5y + 9z = 14 \end{cases}$

Ejercicio nº 2.- Sea  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x^2-3x-4}, & \text{si } x < -1 \\ \frac{-2x}{4x^2+1}, & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{x^2+x-6}{4-x^2}, & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- a) Estudiar el dominio de  $f(x)$ .  
 b) Analizar la continuidad en  $x = -1$  y en  $x = 2$

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ . Se pide:

- a) Calcular la ecuación de la tangente a  $f(x)$  en  $x = 2$ .  
 b) Obtener los intervalos donde  $f(x)$  es creciente y decreciente

Ejercicio nº 4.- Calcular las siguientes integrales:

a)  $\int (4x - 3)e^x dx$

b)  $\int \frac{3x+2}{x^2+1} dx$

**AÑO 2010**

## MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

ordinaria

## BLOQUE A

Ejercicio nº 1.- Analizar la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones y si es posible resolverlo:

Dado el siguiente sistema de ecuaciones, donde a es una constante:

$$\begin{cases} 3x + 5y + z = 4 \\ 3x - y + 3z = 4 \\ y + az = 4 \end{cases}$$
 . Se pide:

a) Analizar la compatibilidad del sistema dependiendo del valor de a.

b) Estudiar su compatibilidad para a = 1 y si es posible resolverlo.

Ejercicio nº 2.- Consideramos la función:  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3, & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{3}{x^2 - 9}, & \text{si } x > 3 \end{cases}$  . Se pide:

a) Determinar el dominio de f(x).

b) Estudiar si es continua en x = -3

c) Estudiar si es continua en x = 3

Ejercicio nº 3.- Considerarnos la función  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x - 100$ , se pide:

a) Calcular los máximos y mínimos de f(x)

b) Calcular los puntos de inflexión de f(x)

c) Obtener los intervalos donde f(x) es cóncava y donde es convexa

Ejercicio nº 4.- Lanzamos dos dados y anotamos los puntos del al 6 que aparecen en su cara superior.

Se pide:

a) Construir el espacio muestral asociado a la variable suma de los dos dados.

b) Calcular la probabilidad de que la suma no sea igual a 2.

c) Calcular la probabilidad de que la suma sea mayor que 6, sabiendo que en un dado tenemos una puntuación de 4.

## BLOQUE B

Ejercicio nº 1.- Tenemos las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 7 & 1 & 0 & 6 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ .

Se pide:

a) Calcular la matriz  $M = (AB) - C$ .b) Calcular la matriz X tal que  $XM = I$ , donde I es la matriz identidad de orden 3.Ejercicio nº 2.- Consideramos la función:  $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } x \leq 5 \\ \frac{50x - 62,5}{0,5x + 5}, & \text{si } x > 5 \end{cases}$  . Se pide:

a) Determinar el dominio de f(x)

b) Estudiar si es continua en x = 5.

c) Calcular el límite de f(x) cuando tiende a  $\infty$ .Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ , se pide:

a) Calcular los máximos y mínimos de f(x)

- b) Calcular los puntos de inflexión de  $f(x)$   
 c) Obtener los intervalos donde  $f(x)$  es cóncava y donde es convexa

Ejercicio nº 4.- Tenemos una baraja española y extraemos sin reemplazamiento cuatro cartas. Se pide:

- a) Construir el espacio muestral asociado al experimento número de caballos obtenidos.  
 b) Calcular la probabilidad de no obtener cuatro caballos  
 c) Calcular la probabilidad de obtener cuatro caballos, sabiendo que las tres primeras son caballos.

extraordinaria

#### BLOQUE A

Ejercicio nº 1.- Analizar la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones y si es posible resolverlo:

Dado el siguiente sistema de ecuaciones, donde  $a$  es una constante:

$$\{2x - 3y + z = 2x - y + 5z = 1y + az = 3. \text{ Se pide:}$$

- a) Analizar la compatibilidad del sistema dependiendo del valor  $a$ .  
 b) Estudiar su compatibilidad para  $a = 10$  y si es posible resolverlo

Ejercicio nº 2.- Consideramos la función:  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 8x + 50, & \text{si } x \leq 10 \\ \frac{38x - 100}{0,4x}, & \text{si } x > 10 \end{cases}$ . Se pide:

- a) Determinar el dominio de  $f(x)$ .  
 b) Estudiar si es continua en  $x = 10$ .  
 c) Calcular el límite cuando  $x$  tiende a infinito.

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x$ , Se pide:

- a) Calcular los máximos y mínimos de  $f(x)$ .  
 b) Calcular los puntos de inflexión de  $f(x)$   
 c) Obtener los intervalos donde  $f(x)$  es cóncava y donde es convexa.

Ejercicio nº 4.- Lanzamos tres dados y anotamos los puntos del 1 al 6 que aparecen en su cara superior. Se pide:

- a) Construir el espacio muestral asociado a la variable suma de las puntuaciones de los tres dados.  
 b) Calcular la probabilidad de que la suma no sea igual a 3.  
 c) Calcular la probabilidad de que la suma sea mayor que 12, sabiendo que en los dos primeros dados tenemos una puntuación de 9

#### BLOQUE B

Ejercicio nº 1.- Tenemos las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,

$C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 & 1 & 3 & -2 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ . Se pide:

- a) Calcular la matriz  $M = (AB)C$   
 b) Calcular la matriz  $X$  tal que  $XM = I$ , donde  $I$  es la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio nº 2.- Consideramos la función:  $f(x) = \begin{cases} 155 - 11x, & \text{si } x \leq 5 \\ \frac{50x + 450}{x + 2}, & \text{si } x > 5 \end{cases}$ . Se pide:

- a) Determinar el dominio de  $f(x)$ .  
 b) Estudiar si es continua en  $x = 5$ .  
 c) Calcular el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a infinito.

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 26$ , se pide:

- a) Calcular los máximos y mínimos de  $f(x)$ .  
 b) Calcular los puntos de inflexión de  $f(x)$   
 c) Obtener los intervalos donde  $f(x)$  es cóncava y donde es convexa.

Ejercicio nº 4.- Tenemos una baraja española y extraemos sin reemplazamiento cinco cartas. Se pide:

- a) Construir el espacio muestral asociado al experimento número de cartas de espadas obtenidas.  
 b) Calcular la probabilidad de obtener cinco cartas de espadas, luego calcular la probabilidad de obtener cinco del mismo palo.  
 c) Calcular la probabilidad de obtener tres reyes, sabiendo que en las cuatro primeras hemos obtenido dos reyes.

## MATEMÁTICAS

ordinaria

## OPCIÓN A:

1. Estudia la compatibilidad del siguiente sistema, y resuélvelo si es posible:

$$\begin{cases} x - 5y + z = 0 \\ 2x - 6y + z = 2 \\ x - 8y + 4z = 3 \end{cases}$$

2. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} 2^x + 1, & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{x^2}{4-x}, & \text{si } x > 3 \end{cases}$ , se pide:

- a) Determina el dominio de la función.  
 b) Explica de forma razonada si es continua en  $x = 3$ .

3. Dada la función  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 3}$ , se pide:

- a) Determina sus asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.  
 b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y sus extremos relativos.

4. Calcula las integrales: a)  $\int \left( e^{2x} + \frac{2}{x-1} \right) dx$     b)  $\int x \operatorname{sen} x \, dx$ 

## OPCIÓN B:

1. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ , se pide:

- a) Despeja X de la ecuación matricial:  $AX - A = 2B$ .  
 b) Calcula la matriz X si es posible.

2. Calcula los siguientes límites:

a)  $\frac{2x^2 - 18}{3x^2 - 12x + 9}$

b)  $\left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^x$

3. Dada la función  $f(x) = x^4 + 2x^3$ , se pide:

- a) Ecuación de la recta normal en el punto de abscisa  $x = 1$ .  
 b) Estudia su convexidad y determina los puntos de inflexión.

4. Representa gráficamente la parábola  $y = x^2$  y la recta  $y = 4$ .  
Calcula el área de la región encerrada por dichas gráficas.

extraordinaria

## OPCIÓN A:

1. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ 

- a) Calcula la matriz  $M = ABC$   
 b) Halla, si es posible, la matriz inversa de M.

2. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1}, & \text{si } x < 1 \\ \frac{1}{x+1}, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ , se pide:

- a) Determina su dominio.

b) Analiza de forma razonada si es continua en  $x = 1$

3. Dada la función  $f(x) = \frac{x}{x+2}$ , se pide:

- a) Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas
- b) Determina sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, y sus extremos relativos.

4. Representa gráficamente la parábola  $y = x^2 + x$ , y la recta  $y = -x + 3$ .  
Calcula el área de la región encerrada por dichas gráficas.

OPCIÓN B:

1. Estudia la compatibilidad del siguiente sistema y, si es posible resuélvelo:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 3x + y + 2z = 0 \\ 10x + y + 3z = 0 \end{cases}$$

2. Calcula los siguientes límites:

a)  $\sqrt{\frac{3x^3 - 6x^2 + 2}{2 + 5x + 12x^3}}$

b)  $\left(\frac{2}{x-2} - \frac{x+6}{x^2-4}\right)$

3. Para la función  $f(x) = x^4 - 6x^2$ , se pide:

- a) Ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa  $x = 2$ .
- b) Estudia su convexidad y determina sus puntos de inflexión.

4. Calcula las integrales: a)  $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right) dx$  b)  $\int x e^x dx$

**AÑO 2011**

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS**

ordinaria

BLOQUE A

Ejercicio nº 1.- Tenemos las matrices:  $A = (1 \ 0 \ 1 \ 3 \ 0 \ 1)$ ,  $B = (2 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 3)$ ,  $C = (1 \ 0 \ 0 \ 3 \ 1 \ 0 \ 2 \ 1 \ 1)$ . Se pide:

- a) Calcular la matriz traspuesta de C.
- b) Calcular la matriz  $M = AB - 3C$
- c) Calcular la matriz X tal que  $XC = A$ , donde I es la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio nº 2.- Consideremos la función  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ , se pide:

- a) Calcular los máximos y mínimos de  $f(x)$ .
- b) Calcular los puntos de inflexión de  $f(x)$
- c) Obtener los intervalos donde  $f$  es cóncava y donde es convexa.

Ejercicio nº 3.- Consideremos la función:  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{2x}{-0,5x + 3}, & \text{si } x > 2 \end{cases}$ . Se pide:

- a) Determinar el dominio de  $f(x)$
- b) Estudiar si es continua en  $x = 2$ .
- c) Calcular el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a  $\infty$

Ejercicio nº 4.- El porcentaje de alumnos que estudian una asignatura es del 60%, el resto no estudia nada. Si un alumno estudia para una determinada asignatura tiene una probabilidad de aprobar esa

asignatura de 0,95, en otro caso es de 0,05. De los alumnos que no estudian solamente el 1% aprueba la asignatura.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno elegido al azar estudie y apruebe la asignatura?
- ¿Cuál es la probabilidad de aprobar?
- Sabiendo que un alumno no ha aprobado la asignatura, ¿cuál es la probabilidad de que hubiera estudiado?

#### BLOQUE B

Ejercicio nº 1.- Una empresa de inversión puede comprar tres tipos de acciones: A, B y C. El precio de cada una de las acciones es de 10, 20 y 30 euros por acción para el tipo A, B y C. Se sabe que en total se ha invertido 2500 euros en 150 acciones y que se han comprado el doble del tipo A que del tipo B.

- Plantea un sistema para determinar el número de acciones de cada tipo que se han comprado.
- ¿Cuántas acciones se han comprado de cada tipo?

Ejercicio nº 2.- El número de personas que hay en un estadio por instante de tiempo viene dado por la función:  $P(t) = -t^3 + 3t^2 + 9t$ , donde  $0 < t < 4$  denota el tiempo en horas desde que se abren las puertas hasta 4 horas después que se cierran

- Calcular el número de personas en la segunda hora.
- Establece los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $P(t)$  en las cuatro horas que está abierto el estadio.
- ¿En qué instante el número de personas es máximo? ¿Cuántas personas hay en ese instante?

Ejercicio nº 3.- Consideramos la función:  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5, & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{-7x - 7}{x^2 - 16}, & \text{si } x > 3 \end{cases}$ . Se pide:

- Determinar el dominio de  $f(x)$
- Estudiar si es continua en  $x = -3$
- Estudiar si es continua en  $x = 3$
- Calcular el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a  $\infty$

Ejercicio nº 4.- Tenemos una baraja española y extraemos con reemplazamiento cinco cartas. Se pide:

- Construir el espacio muestral asociado al experimento número de reyes obtenidos.
- Calcular la probabilidad de no obtener cinco reyes.
- Calcular la probabilidad de obtener cuatro reyes, sabiendo que en las cuatro primeras cartas han salido tres reyes.
- Responde a la pregunta anterior si extraemos las cartas sin reemplazamiento.

extraordinaria

#### BLOQUE A

Ejercicio nº 1.- Tenemos las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Se pide:

- Calcular la matriz traspuesta de C.
- Calcular la matriz  $M = AB - 2C$
- Calcular la matriz X tal que  $XC = I$ , donde I es la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio nº 2.- Consideremos la función  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x - 8$ , se pide:

- Calcular los máximos y mínimos de  $f(x)$
- Calcular los puntos de Inflexión de  $f(x)$
- Obtener los intervalos donde  $f(x)$  es cóncava y donde es convexa.

Ejercicio nº 3.- Consideremos la función:  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 20, & \text{si } x \leq 5 \\ \frac{5x - 12,5}{-0,5x + 5}, & \text{si } x > 5 \end{cases}$ . Se pide:

- Determinar el dominio de  $f(x)$
- Estudiar si es continua en  $x = 5$
- Calcular el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a  $\infty$

Ejercicio nº 4.- El 10% de los trabajos de una empresa son de corta duración y el 90% son de larga duración. Todos los trabajos de corta duración se realizan en el taller. De los trabajos de larga duración, el 20% se realizan fuera del taller y el resto se hacen dentro del taller.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajo elegido al azar tenga una larga duración y se realice dentro del taller?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajo se realice dentro del taller?
- Sabiendo que un trabajo se ha realizado dentro del taller, ¿cuál es la probabilidad de que sea de larga duración?

### BLOQUE B

Ejercicio nº 1.- En una feria de productos informáticos una empresa compró tres tipos de productos: monitores, impresoras y portátiles. Los monitores, impresoras y portátiles los compró a 100, 150 y 600 euros, respectivamente. Sabemos que en total compró 12 productos, compró el doble de impresoras que de monitores y se gastó 4400 euros.

- Plantea un sistema para determinar el número de productos de cada tipo de producto que compró.
- ¿Cuántos productos compró de cada clase?

Ejercicio nº 2.- Los beneficios-pérdidas de una empresa, en miles de euros, vienen dados por la función  $B(t) = -t^2 + 8t - 15$ , donde  $t > 0$  denota el tiempo en años desde que se creó la empresa.

- Calcular los beneficios en el año 5.
- Establece los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $B(t)$ .
- ¿En qué momento el beneficio de la empresa es máximo? ¿Cuánto vale el beneficio máximo?

Ejercicio nº 3.- Consideremos la función:  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 14, & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{-2x^2}{x^2 - 16}, & \text{si } x > 3 \end{cases}$ . Se pide:

- Determinar el dominio de  $f(x)$
- Estudiar si es continua en  $x = -4$
- Estudiar si es continua en  $x = 3$
- Calcular el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a  $\infty$

Ejercicio nº 4.- Tenemos una baraja española y extraemos sin reemplazamiento cuatro cartas. Se pide:

- Construir el espacio muestral asociado al experimento número de reyes obtenidos.
- Calcular la probabilidad de no obtener cuatro reyes.
- Calcular la probabilidad de obtener cuatro reyes, sabiendo que las tres primeras son reyes. Responde a la pregunta anterior si los hubiéramos extraído con reemplazamiento.

### MATEMÁTICAS

ordinaria

OPCIÓN A:

1. Clasifica el siguiente sistema, dando su solución en el caso de ser compatible

$$\begin{cases} -x + z = 0 \\ x + y = 2 \\ x + 2y + z = 4 \end{cases}$$

2. Estudia la continuidad de la función  $f(x)$  en el punto  $x = 0$ , siendo

$$f(x) = \begin{cases} (1 + x^2)^{1/x}, & \text{si } x < 0 \\ \cos \cos x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

3. Para la función  $f(x) = \frac{x}{x-2}$ , estudia:

- a) Intervalos de crecimiento y extremos relativos.
- b) Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

4.

a) Calcula la integral indefinida  $\int (x + 1) \cos x \, dx$

b) Calcula la ecuación general del plano que pasa por los puntos P(1, 0, 0), Q(0, 1, 0) y R(0, 0, 1).

OPCIÓN B:

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ , se pide:

- a) Calcula la matriz  $M = BA$
- b) Halla el rango de la matriz M.

2. Calcula los siguientes límites: a)  $\frac{x^3 - 8x^2}{x^4 + 2x^2}$       b)  $\left( \sqrt{x^2 + 2x} - x \right)$

3. Dada la función  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5x$ , se pide:

- a) Puntos de corte con los ejes.
- b) Calcula las coordenadas de su punto de inflexión.

4.

a) Calcula la integral definida  $\int_1^2 \left( 3x^2 - \frac{1}{x^2} \right) dx$

b) Determina el ángulo que forman los vectores  $\vec{u} = (1, 1, -1)$  y  $\vec{v} = (2, 1, 3)$

extraordinaria

OPCIÓN A:

1. Siendo  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  e  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Despeja X de la ecuación matricial  $XA - 2B = I_3$ .
- b) Halla, si es posible, la matriz X.

2. Estudia la continuidad de la función  $f(x)$  en el punto  $x = 1$ , siendo

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}, & \text{si } -3 \leq x < 1 \\ \ln \ln x, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

donde  $\ln x$  es el logaritmo neperiano de  $x$ .

3. Dada la función,  $f(x) = x^4 - 8x^2 + 2$ , se pide:

- a) Ecuación de la recta tangente en  $x = 1$ .
- b) Coordenadas de sus extremos relativos.

4.

a) Calcula la integral definida  $\int_1^4 \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + 2x \right) dx$

b) Halla unas ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por los puntos P(2, 3, 1) y Q(3, 4, 5).

OPCIÓN B:

1. Clasifica el siguiente sistema, dando su solución en el caso de ser compatible

$$\begin{cases} x + y - z + t = 1 \\ 2x + y + z + 2t = -3 \\ x + 2z + t = 0 \end{cases}$$

2. Calcula los siguientes límites: a)  $\left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)^{4x}$  b)  $\frac{x^2-4}{x^3-5x^2+6x}$

3. Para la función  $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$ , se pide:

- Dominio y puntos de corte con los ejes.
- Intervalos de crecimiento.

4.

a) Calcula la integral indefinida  $\int x e^x dx$

b) Para los vectores  $\vec{v} = (1, 1, 0)$  y  $\vec{w} = (0, 1, 1)$ , calcula el producto vectorial  $\vec{v} \times \vec{w}$  y comprueba

que el producto escalar  $\vec{v} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = 0$

### AÑO 2012

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

ordinaria

BLOQUE A

1. En un centro de ocio hay 3 salas de cine: A, B y C. A una determinada sesión han acudido 225 personas. El número de espectadores de la sala C es el doble de la suma de de las salas A y B. También el número de espectadores de la sala C es 30 veces la diferencia entre los que acudieron a la sala B y los que fueron a la sala A.

- Plantea el sistema que nos permite averiguar cuántas personas acudieron a cada una de las salas de cine.
- Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.

2. Sea la función  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$

- Calcula los máximos y mínimos relativos de  $f(x)$
- Calcula los puntos de Inflexión
- Obtén los intervalos de y convexidad de la función dada.

3. Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 14, & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{-2x^2}{x^2 - 16}, & \text{si } x > 3 \end{cases}$ . Se pide:

- Valor de  $t$  para que  $f$  sea continua en  $x = -1$
- Para  $t = 0$ , representa gráficamente la función  $f$ .

4. Según un estudio, el 80% de los hogares españoles tiene teléfono móvil, el 70% tiene teléfono móvil y fijo, y el 90% dispone de uno o del otro.

- Se selecciona un hogar español al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga teléfono fijo?
- Si se elige un hogar al azar y tiene teléfono fijo, ¿cuál es la probabilidad de que tenga móvil?
- ¿Es independiente tener teléfono fijo y tener teléfono móvil? Razona tu respuesta.

BLOQUE B

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

- Calcula la matriz traspuesta de A.
- Calcula  $A^2 - 3B + I$ , siendo I la matriz identidad de orden 3.

c) Calcula la matriz  $X$  tal que  $CX = I$ , siendo  $I$  la matriz Identidad de orden 2.

2. La función  $V(t) = t^3 - 9t^2 + 24t$ ,  $0 \leq t \leq 4,5$ , representa la velocidad de una partícula, medida en m/s, en función del tiempo  $t$ , medido en horas, que transcurre desde que la partícula inicia el movimiento hasta 4,5 horas después.

- ¿Cuál es la velocidad de la partícula a las 3 horas ( $t = 3$ ) de haber iniciado su marcha?
- Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la velocidad de la partícula para  $0 \leq t \leq 4,5$
- ¿Cuándo alcanza su velocidad máxima? ¿Cuál es la velocidad máxima alcanzada?

3. Consideramos la función:  $f(x) = \begin{cases} \frac{3x-3}{-x+4}, & \text{si } x < 3 \\ x^2 - 3, & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$ . Se pide:

- Determinar el dominio de  $f(x)$
- Estudiar si es continua en  $x = 3$ .
- Calcular el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a  $-\infty$

4. Según una encuesta realizada a los adolescentes de una ciudad, la probabilidad de que un adolescente fume es 0,1, la probabilidad de que ayude en las tareas de casa es de 0,5 y la de que fume y ayude en las tareas de casa es de 0,01.

- Calcula la probabilidad de que un adolescente fume o ayude en casa.
- Si elegimos un adolescente al azar y sabemos que fuma, ¿cuál es la probabilidad de que ayude en casa?
- ¿Son independientes fumar y ayudar en las tareas de la casa? Razona tu respuesta.

extraordinaria

BLOQUE A

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- Calcula la matriz traspuesta de  $C$ .
- Calcula  $A^2B - 2C$ .
- Obtén la matriz  $X$  tal que  $AX = I$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden 2

2. Sea la función  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

- Calcula los máximos y mínimos de  $f(x)$
- Calcula los puntos de inflexión
- Obtén los intervalos de concavidad y convexidad de la función dada

3. Consideramos la función:  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 2, & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2x}{x^3 - 1}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$ . Se pide:

- Determinar el dominio de  $f(x)$
- Estudiar si es continua en  $x = 1$ .
- Calcular el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a  $\infty$

4. Un determinado producto puede ser fabricado por dos empresas,  $E1$  y  $E2$ , que funcionan de forma independiente. La empresa  $E1$  produce el 70% de los productos y la empresa  $E2$  el 30%. El 15% de los productos fabricados por la empresa  $E1$  son defectuosos y el 2% de los fabricados por  $E2$ .

- Se elige al azar un producto, calcular la probabilidad de que sea defectuoso.
- Si elegimos un producto y sabemos que es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la empresa  $E1$ ?
- Si tomamos dos productos de la empresa  $E1$ , ¿cuál es la probabilidad de que los dos sean defectuosos?

BLOQUE B

1. En unas jornadas de atletismo participan 70 niños en tres categorías: alevines, infantiles y juveniles. Se sabe que la suma de participantes alevines e infantiles es igual al total de participantes en la categoría juvenil. El número de juveniles es siete veces la diferencia entre infantiles y alevines.

- a) Plantea el correspondiente sistema de ecuaciones que permite obtener el número de participantes de cada categoría.  
b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior

2. La función  $C(t) = t^3 - 9t^2 + 15t + 50$ ,  $0 \leq t \leq 6$  representa la cotización en euros de ciertas acciones durante 6 meses, siendo  $t$  el tiempo medido en meses.

- a) ¿Cuál fue la cotización de las acciones a los 2 meses ( $t = 2$ )?  
b) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $C(t)$  durante los seis meses.  
c) ¿Cuándo se obtienen la máxima y la mínima cotización de las acciones?  
d) ¿Cuál fue el valor de la cotización máxima? ¿Y el de la cotización mínima?

3. Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1, & \text{si } x < 0 \\ 0, & \text{si } x = 0 \\ x^2 - 1, & \text{si } x > 0 \end{cases}$ . Se pide:

- a) Estudiar su continuidad en  $x = 0$ .  
b) Representa gráficamente la función.

4. En un pabellón polideportivo hay 1000 personas de Albacete, 500 de Ciudad Real, 1000 Toledo y 500 de Cuenca.

- a) Se sortea un ordenador entre ellas, ¿cuál es la probabilidad de que no le toque a ningún toledano?  
b) Se sortean dos ordenadores entre todas ellas, ¿cuál es la probabilidad de que no le toque a ningún toledano? (puede tocarle a la misma persona los dos ordenadores)  
c) Se eligen al azar tres personas entre todas ellas para un concurso, de una en una y que se puedan repetir, ¿cuál es la probabilidad de que los tres sean ciudadrealeños?

## MATEMÁTICAS

ordinaria

OPCIÓN A:

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

- a) Despeja  $X$  en la ecuación matricial  $AX + B = C$ .  
b) Calcula  $X$ , siendo  $X$  una matriz cuadrada de orden 3.

2. Calcula el valor de los parámetros  $a, b \in \mathbb{R}$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1}, & \text{si } x < -1 \\ ax, & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 2^x + b, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

sea continua en  $\mathbb{R}$ .

3. Dada la función  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

- a) Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos relativos.  
b) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .  
4.

a) Calcula la integral definida  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos \cos 2x) dx$

b) Calcula la ecuación general del plano que pasa por los puntos  $A(-1, 0, 1)$   $B(0, 1, 0)$  y  $C(2, 1, -2)$ .

OPCIÓN B:

1. Clasifica y resuelve, si es posible, el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} -x + 2y + z = -1 \\ -2x + y + z = -4 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

2. Calcula los siguientes límites: a)  $\frac{\sqrt{5+x} - \sqrt{5}}{x}$       b)  $(1+x)^{\frac{1}{x}}$

3. Dada la función  $f(x) = x^4 - 6x^2 + 4x + 10$ .

- a) Estudia los intervalos de concavidad y convexidad.
- b) Calcula las coordenadas de los puntos de inflexión.

4.

a) Calcula la integral  $\int \left( \frac{1}{2x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx$

b) Dados los vectores  $\vec{u} = (1, 2, 3)$  y  $\vec{v} = (0, -1, 1)$ , calcula el módulo del vector  $\vec{u} \times \vec{v}$

extraordinaria

OPCIÓN A:

1. Resuelve el sistema matricial  $\{2X + Y = (-1 \ 1 \ 7 \ 0)\ 3X - Y = (1 \ 4 \ 3 \ -5)$  siendo X e Y matrices cuadradas de orden 2.

2. Calcula el valor de los parámetros a, b ∈ R para que la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & \text{si } x < 0 \\ a + \sin\frac{\pi}{2}x, & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ b, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

sea continua en R.

3. Dada la función  $f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 5x + 1$

a) Estudia los intervalos de concavidad y convexidad, y calcula las coordenadas de los puntos de inflexión.

b) Halla la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa x = 0.

4.

a) Calcula la integral definida  $\int_1^2 \left( 3x^2 + \frac{1}{x^2} \right) dx$

b) Calcula el ángulo que forman los vectores  $\vec{u} = (-1, 2, -2)$  y  $\vec{v} = (2, 1, 0)$

OPCIÓN B:

1.

a) Calcula el rango de la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

b) Clasifica el sistema de ecuaciones lineales  $\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 2x + y + z = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$

2. Calcula los siguientes límites: a)  $\left( \frac{x+1}{x} \right)^{2x}$       b)  $\frac{x - \sin(2x)}{\operatorname{tg} x}$

3. Dada la función  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$

a) Estudia el dominio, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, y extremos relativos.

b) Esboza la gráfica.

4.

a) Calcula la integral  $\int (x + 5) \cos x$

b) Halla unas ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por los puntos A(1, 2, 3) y B(2, 0, 5)

---

**AÑO 2013**

## MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

ordinaria

## BLOQUE A

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & - & 1 & 1 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 

a) Calcula la matriz traspuesta de D.

b) Calcula  $BA^2 - 3C$ .c) Calcula la matriz X, tal que  $XH = I$ , siendo  $H = \begin{pmatrix} 3 & - & 1 & 2 & - & 1 \end{pmatrix}$  e I la matriz identidad de orden 2.2. Dada la función  $f(x) = 2x^3 - 27x^2 + 4$ 

a) Halla los máximos y mínimos de la función.

b) Escribe los intervalos de concavidad y convexidad de la función.

c) Calcula los puntos de inflexión.

3. La duración de un determinado componente electrónico sigue una distribución normal con desviación típica 20 minutos. Se eligieron al azar 50 de estos componentes, cuya duración media resultó ser de 185 minutos.

a) Halla el intervalo de confianza al 95% para la duración media del componente electrónico.

b) Razona cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.

4. Se sabe que, en una determinada población, el 90% de las familias tienen televisión, el 40% tienen ADSL y el 39% tienen ADSL y televisión.

a) Se selecciona al azar una familia de esa población. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga ADSL o televisión?

b) Si se elige un hogar al azar y tiene ADSL, ¿cuál es la probabilidad de que tenga televisión?

c) ¿Son sucesos independientes tener ADSL y tener televisión? Razona tu respuesta.

## BLOQUE B

1. Una empresa de transporte tiene tres tipos de vehículos: camiones, furgonetas y turismos.

En total hay 12 vehículos. Se sabe que la suma de camiones y furgonetas es igual al doble de turismos.

Y el número de turismos es igual a la diferencia entre el número de furgonetas y el número de camiones.

a) Plantea el sistema de ecuaciones que permita obtener el número de vehículos de cada tipo que tiene la empresa.

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.

2. El número de averías que se producen en un año en la maquinaria de una fábrica, viene dado por la función  $f(t) = 2t^3 - 21t^2 + 60t$ ,  $1 \leq t \leq 6$ , siendo t el tiempo medido en años.a) En el primer año ( $t = 1$ ), ¿cuántas averías se produjeron?

b) Estudia el crecimiento y decrecimiento del número de averías producidas en los 6 años de existencia de la fábrica.

c) ¿En qué año se produjeron más averías y cuántas fueron?

d) ¿En qué año hubo menos averías y cuántas fueron?

3. Consideramos la función:  $f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{si } x < 2 \\ 3x - 2, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ 

a) Dibuja la gráfica de la función.

b) Estudia la continuidad de la función en  $x = 2$ .

4. Un ordenador tiene instalados dos ventiladores, uno delantero y otro trasero. Ante un aumento inesperado de temperatura en el interior del ordenador, los ventiladores se activan de forma independiente. La probabilidad de que se active el ventilador delantero es 0,8 y de que se active el

ventilador trasero es 0,75, Calcular:

- La probabilidad de que, ante un aumento inesperado de temperatura, se active sólo uno de los ventiladores.
- La probabilidad de que, ante un aumento inesperado de temperatura, no se active ningún ventilador.
- La probabilidad de que, ante un aumento inesperado de temperatura, se active al menos uno de los ventiladores.

extraordinaria

#### BLOQUE A

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

- Calcula la matriz traspuesta de A.
- Calcula  $AB - 5C + I$ , siendo I la matriz identidad de orden 3.
- Calcula la matriz X, tal que  $XH = I$ , siendo  $H = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  e I la matriz identidad de orden 2.

2. La función  $v(t) = t^3 - 12t^2 + 36t + 8$ , representa la velocidad del viento, medida en km/h, registrada durante siete días en una estación meteorológica y t representa el tiempo medido en días.

- ¿Qué velocidad se registró el primer día ( $t = 1$ )?
- Estudia el crecimiento y decrecimiento de la velocidad del viento.
- ¿Cuál fue la velocidad máxima del viento y en qué día se produjo?
- ¿Cuándo se alcanzó la mínima velocidad y cuál fue su valor?

3. Consideramos la función:  $f(x) = \begin{cases} x^4 - 2, & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2x}{x^3 - 1}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$ . Se pide:

- Determinar el dominio de f(x)
- Estudiar si es continua en  $x = 1$ .
- Calcular el límite de f(x) cuando x tiende  $+\infty$

4. Una fábrica tiene dos generadores de energía auxiliares, uno delantero y otro trasero.

Ante un corte de la energía en el interior de la fábrica, los generadores se activan de forma independiente. La probabilidad de que se active el generador delantero es 0,90 y de que se active el generador trasero es 0,95. Calcular:

- La probabilidad de que, ante un corte de energía, se active sólo uno de los generadores.
- La probabilidad de que, ante un corte de energía, no se active ningún generador.
- La probabilidad de que, ante un corte de energía, se active al menos uno de los dos generadores

#### BLOQUE B

1. En un concurso musical se puede competir en una de las tres categorías siguientes:

rock, pop y flamenco. En total participan 12 grupos. La suma de los grupos participantes en las categorías de pop y flamenco es igual al doble de los grupos de rock. Y el número de grupos de cante flamenco es igual a la tercera parte de la suma de los grupos de rock y pop.

- Plantea el correspondiente sistema de ecuaciones que permite obtener el número de grupos participantes en cada categoría musical.
- Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.

2. Dada la función  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 12x + 1$

- Halla los máximos y mínimos de la función.
- Escribe los intervalos de concavidad y convexidad de la función.
- Calcula los puntos de inflexión

3. Considerar el siguiente problema de programación lineal:

Minimizar la función  $z = 2x + 3y$  sujeta a las siguientes restricciones:

$\begin{cases} -3x + 2y \leq 3 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0, \quad y \geq 0 \end{cases}$ . Se pide:

- a) Dibujar la región factible.
- b) Determinar los vértices de la región factible.
- c) Indicar la solución óptima del problema dado y su valor.

4. A un servidor de correo llegan aproximadamente 5000 mensajes al día, de ellos 2500 son correos personales, 1000 son correos no deseados y el resto son correos de trabajo.

- a) Se elige al azar un correo. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea de trabajo?
- b) Se eligen al azar dos correos sin repetición. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno sea de trabajo?
- c) Se eligen al azar tres correos sin repetición. ¿Cuál es la probabilidad de que los tres sean correos no deseados?

MATEMÁTICAS

ordinaria

OPCIÓN A:

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 0 & 1 & 3 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 2 & 0 & -3 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  
 $C = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

- a) Despeja X en la ecuación matricial  $AX + BX = C$
- b) Calcula X, siendo X una matriz cuadrada de orden 3.

2. Dada la función:  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 - 16}{x^3 - 2x^2 + x - 2}, & \text{si } x \neq 2 \\ k, & \text{si } x = 2 \end{cases}$

- a) Calcula el valor del parámetro  $k \in \mathbb{R}$  para que la función sea continua en  $x = 2$ .
- b) Estudiar si la función  $f(x)$  tiene asíntotas verticales, horizontales u oblicuas.

3. Dada la función  $f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 + 5x + 1$

- a) Estudia los intervalos de concavidad y convexidad.
- b) Calcula las coordenadas de los puntos de inflexión.

4.

a) Calcula la integral definida  $\int_1^2 \left( \frac{1}{x^3} + \cos \cos \pi x \right) dx$

b) Calcula la ecuación general del plano que pasa por los puntos A(1, 0, 1), B(0, 1, 1) y C(1, 1, 0)

OPCIÓN B:

1. Clasifica y resuelve, si es posible, el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} -3x + 2y - z = 1 \\ 5x - 3y + z = -2 \\ -x + y - z = 0 \end{cases}$$

2. Calcula los siguientes límites: a)  $\left( \frac{2x+3}{2x-1} \right)^x$       b)  $\frac{x - \operatorname{sen} x}{x^2}$

3.

a) Hallar el valor de los parámetros  $a, b \in \mathbb{R}$  para que la parábola  $f(x) = x^2 + ax + b$  tenga su mínimo en el punto (1, -2)

b) Calcula la ecuación de la recta tangente a la parábola que se obtiene en el apartado anterior en el punto de abscisa  $x = 1$ .

4.

a) Calcula la integral  $\int 2xe^{x+1} dx$

b) Dados los vectores  $\vec{u} = (-1, 1, a)$  y  $\vec{v} = (2, -2, 4)$  calcula el valor del parámetro  $a \in \mathbb{R}$  para que los

dos vectores sean perpendiculares. ¿Existe algún valor de  $a \in \mathbb{R}$  para que  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sean paralelos?

extraordinaria

OPCIÓN A

1. Dadas las matrices  $A = (1 \ 2 \ 3 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 0 \ 1)$ ,  $B = (-2 \ -1 \ 0 \ 0 \ -3 \ 2 \ 1 \ 1 \ -1)$ ,  $C = (-1 \ -1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 2 \ 0 \ 1 \ -2)$

a) Despeja X en la ecuación matricial  $XA + B = C$

b) Calcula X, siendo X una matriz cuadrada de orden 3.

2. Calcula el valor de los parámetros a, b ∈ R para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x}, & \text{si } x < -3 \\ 3^{x+2}, & \text{si } -3 \leq x \leq 0 \\ \frac{3bx^2}{x^2 - x^3}, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

sea continua en R.

3. Dada la función  $f(x) = \frac{x^2}{(1-x)^2}$

a) Calcula el dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos.

b) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa x = 2.

4.

a) Calcula la integral definida  $\int_{1/2}^3 3\sqrt{2x+3} \, dx$

b) Calcula la ecuación general del plano que pasa por los puntos A(1, 0, 1), B(0, 1, 1) y C(1, 1, 0).

OPCIÓN B

1. Clasifica y resuelve, si es posible, el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x + y + z = 5 \\ 3x + 2y + z = 8 \\ -x - z = -2 \end{cases}$$

2. Calcula los siguientes límites: a)  $(x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$       b)  $\sqrt{x} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x})$

3. Dada la función  $f(x) = x^4 - 2x^3 - 12x^2 + 8$

a) Estudia los intervalos de concavidad y convexidad.

b) Calcula las coordenadas de los puntos de inflexión.

4.

a) Calcula la integral  $\int (2x + 1)\sin x \, dx$

b) Dados los vectores  $\vec{u} = (1, -2, a)$  y  $\vec{v} = (3, 1, -1)$ , calcula el valor del parámetro a ∈ R para que los

dos vectores sean perpendiculares. ¿Existe algún valor de a ∈ R para que  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sean paralelos?

**AÑO 2014**

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

BLOQUE A

1.

a) Dadas las matrices  $A = (1 \ 3 \ 1 \ 1 \ 2 \ -1)$ ,  $B = (2 \ -1 \ 0 \ 1 \ 2 \ 4)$  y  $C = (-2 \ 1 \ 0 \ 0)$ , calcula  $AB^t + 2C$ .

b) Calcula la inversa de la matriz  $(0 \ 2 \ 1 \ 1)$

2. Se ha estudiado, durante 10 meses, la concentración, en microgramos por metro cubico, de una

sustancia altamente contaminante en el agua de un embalse. Se ha observado que la concentración de dicha sustancia se puede aproximar por la función  $C(t) = \frac{t^3}{3} - 5t^2 + 16t + 50$ , con  $0 \leq t \leq 10$

- ¿Cuál era la concentración de la sustancia contaminante el primer mes del estudio ( $t = 1$ )?
- ¿Cuándo se alcanzó la máxima concentración y cuál fue su valor?
- ¿Cuándo se alcanzó la mínima concentración y cuál fue su valor?

3. Consideramos la función:  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x+3}, & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{5x^2}{x^2-1}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$ . Se pide:

- Determinar el dominio de  $f(x)$
- Estudiar si es continua en  $x = 1$ .
- Calcular el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a  $+\infty$

4. Una empresa tiene tres factorías para desarrollar un mismo producto. La probabilidad de que un producto sea de la factoría A es 0,8, de la factoría B es 0,15 y de la factoría C es 0,05. La proporción de productos defectuosos no es la misma en cada factoría, siendo 0,02 para los productos de la factoría A, 0,03 para la factoría B y 0,01 para la factoría C.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un producto haya sido hecho en la factoría A y sea defectuoso?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un producto no sea defectuoso?
- Si elegimos un producto al azar y resulta defectuoso, ¿qué probabilidad hay de que sea de la factoría B?

#### BLOQUE B

1. Un hotel tiene tres tipos de habitaciones: habitaciones triples, dobles y sencillas. En total hay 36 habitaciones. El número de habitaciones dobles es igual a la suma del número de habitaciones sencillas y triples. El número de habitaciones sencillas es el doble que el número de habitaciones triples.

- Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar el número de habitaciones de cada tipo que hay en el hotel.
- Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.

2. Dada la función  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$

- Calcula los máximos y mínimos de la función.
- Calcula los intervalos de concavidad y convexidad
- Calcula los puntos de inflexión.

3. Un examen consiste en elegir al azar dos temas de entre los diez del programa y desarrollar uno. Obviamente los temas no pueden repetirse.

- ¿Qué probabilidad tiene un alumno, que sabe cuatro temas, de aprobar el examen?
- Si ha salido un tema y el alumno no se lo sabe, ¿qué probabilidad tiene el alumno de saberse el otro?
- ¿Qué probabilidad tiene un alumno de saberse uno de los dos temas elegidos y el otro no?

4. Una empresa sabe que el tiempo que tardan sus empleados en realizar una determinada tarea sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica  $\sigma = 4$  minutos.

Se eligen al azar 10 empleados y se contabiliza el tiempo que tardan en realizar dicha tarea, siendo estos tiempos: 40, 42, 48, 51, 52, 54, 59, 61, 63 y 70 minutos, respectivamente.

- Halla un intervalo de confianza para la duración media poblacional en realizar dicha tarea, con un nivel de confianza del 95%.
- Razona como podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.

#### MATEMÁTICAS

##### OPCIÓN A:

1. Dadas las matrices  $A = (2 \ 0 \ 3 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 2)$ ,  $B = (1 \ -1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \ 0)$

- Calcula el rango de la matriz  $A^{-1} - (B + A)$ .
- Despeja y calcula X en la siguiente ecuación matricial  $AX - A = B$ , siendo X una matriz cuadrada de orden 3.

2. Dada la función:  $f(x) = \begin{cases} \frac{(x+1)^2 - 1}{x^2 + x}, & \text{si } x \neq 0 \\ k, & \text{si } x = 0 \end{cases}$

- a) Calcula el valor del parámetro  $k \in \mathbb{R}$  para que la función  $f(x)$  sea continua en  $x = 0$   
 b) Calcula  $f(x)$

3. Dada la función  $f(x) = 2x^3 - ax^2$ .

- a) Calcula el valor del parámetro  $a$  para que la función tenga un punto de inflexión en el punto de abscisa  $x = 3$ .  
 b) Para el valor del parámetro  $a = 1$ , calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

4

a) Calcula la integral definida  $\int_1^4 \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} + 5 \right) dx$

b) Calcula la ecuación general del plano que pasa por los puntos  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(1, 0, 2)$  y  $C(-1, 3, 1)$ .

OPCIÓN B:

1. Clasifica y resuelve, si es posible, el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - y + z = 0 \\ -x + 3y - z = 0 \end{cases}$$

2. Calcula los siguientes límites: a)  $\left( \sqrt{x+2} - \sqrt{x-2} \right)$       b)  $\frac{x^2 - 2x}{e^x - 1}$

3. Dada la función  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$

- a) Calcula su dominio. intervalos de crecimiento y decrecimiento. extremos relativos y estudia su simetría.  
 b) Calcula las asíntotas de  $f(x)$ .

4.

a) Calcula la integral  $\int (x + 1) \cos \cos (x + 1) dx$

b) Dados los vectores  $\vec{u} = (1, 1, 0)$  y  $\vec{v} = (0, 1, 2)$ , calcula el módulo del vector  $\vec{u} \times \vec{v}$ , siendo  $\times$  el producto vectorial de los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$

### AÑO 2015

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

BLOQUE A

1. Dadas las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcula la matriz:  $AB - 2C^T$ .

b) Despeja y calcula la matriz  $D$  en la siguiente ecuación matricial:  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} D = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

2. En un laboratorio se mide con un amperímetro la intensidad de la corriente que pasa entre dos puntos durante 10 horas, quedando registrada mediante la función

$$f(t) = \frac{1}{3}t^3 - 5t^2 + 16t + \frac{292}{3}, \text{ con } 0 \leq t \leq 10$$

- a) ¿Cuántos amperios se registraron en la primera hora,  $t = 1$ ?  
 b) ¿A qué hora se registró la máxima intensidad y cuál fue su valor?

c) ¿A qué hora se registró la mínima intensidad y cuál fue su valor?

3. Considera el siguiente problema de programación lineal:

Minimiza la función  $z = -5x - 2y$  sujeta a las siguientes restricciones:  $\{x + y \leq 4, x \leq 3, x \geq 0, y \geq 0\}$

- Dibuja la región factible.
- Determina los vértices de la región factible.
- Indica la solución óptima del problema dado y su valor.

4. Se piensa que la probabilidad de que una persona haga deporte habitualmente es 0,2.

Si tomamos una muestra de 3 personas elegidas al azar:

- ¿Cuál es la probabilidad de que las tres personas hagan deporte habitualmente?
- ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las tres personas haga deporte habitualmente?
- ¿Cuál es la probabilidad de que menos de tres personas hagan deporte habitualmente?

#### BLOQUE B

1. En una orquesta el número total de instrumentos de cuerdas, viento y percusión es 93.

El número de instrumentos de cuerda es igual al doble de la suma de los instrumentos de viento y percusión. Y la diferencia entre el número de instrumentos de cuerda y el de instrumentos de viento es un número una unidad menor que el quintuplo del número de instrumentos de percusión.

- Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar el número total de instrumentos de cuerda, viento y percusión que tiene la orquesta.
- Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.

2. Dada la función  $f(x) = 4x^3 - 3x + 2$

- Calcula los máximos y mínimos de la función.
- Calcula los intervalos de concavidad y convexidad.
- Calcula los puntos de inflexión.

3. Una empresa alquila coches a agencias de alquiler: 60% a la agencia A, 30% a la agencia B y el resto a la agencia C. Si el 9% de los coches de la agencia A necesita una revisión, el 20% de los coches de la agencia B necesita una revisión y el 6% de los coches de la agencia C necesita una revisión.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un coche sea alquilado a la agencia A y necesite una revisión?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un coche alquilado por la empresa necesite una revisión?
- Si un coche alquilado ha necesitado una revisión, ¿cuál es la probabilidad de que lo hayan alquilado a la agencia B?

4. Un agricultor quiere estimar el rendimiento medio por en kilos de una. Para ello toma una muestra aleatoria de 100 cepas y obtiene una media de 5,4 kilos por cepa. El agricultor se informa de que el rendimiento medio por cepa sigue una distribución normal con desviación típica conocida e igual a 1 kilo.

- Calcula un intervalo de confianza para el rendimiento medio por cepa, con un nivel de confianza del 95%
- Explica razonadamente el efecto que tendría sobre el intervalo de confianza, el aumento del tamaño de la muestra
- Sin calcular el intervalo de confianza, ¿se podría admitir que la media poblacional sea  $\mu = 5,1$  kilos con un nivel de confianza del 90% Razona tu respuesta.

#### MATEMÁTICAS

##### OPCIÓN A:

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- Calcula  $A^{-1}$ .
- Despeja y calcula X en la ecuación matricial  $AX = 2B$ , siendo X una matriz cuadrada de orden 3.

2. Dada la función:  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{xe^x}, & \text{si } x < 0 \\ \cos x + \sin x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- a) Estudia su continuidad en  $x = 0$ .
- b) Escribe la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en  $x = \pi/2$ .

3. Dada la función  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3$

- a) Estudia los intervalos de concavidad y convexidad.
- b) Calcula las coordenadas de los puntos de inflexión.

4.

a) Calcula la integral definida  $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

b) Calcula la ecuación general del plano que contiene a la recta  $r: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{2}$  y al punto  $P(2, 0, 1)$ .

**OPCIÓN B:**

1. Clasifica y resuelve, si es posible, el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + y - z = 4 \\ 4x + 3y + z = 4 \end{cases}$$

2. Calcula los siguientes límites: a)  $\left( x - \sqrt{x^2 + 1} \right)$       b)  $\sqrt{\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}}$

3. Dada la función  $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4}$

- a) Calcula su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos.
- b) Calcula las asíntotas de  $f(x)$ .

4.

a) Calcula la integral  $\int [2x + \cos(2x)] dx$

b) Determina el valor de  $a \in \mathbb{R}$  para que los vectores  $\vec{u} = (a, a, 1)$  y  $\vec{v} = (0, 1, 2)$  sean perpendiculares.

**AÑO 2016**

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS**

Propuesta A

1. Cierta equipo ciclista está formado por 12 ciclistas de tres nacionalidades: hay belgas, rusos y españoles. Los más numerosos son los rusos, y si al número de rusos restamos el número de españoles, el resultado es exactamente el número de belgas, Por otra parte, la suma de belgas y rusos es el doble del número de españoles

- a) Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuál es el número de ciclistas de cada nacionalidad en este equipo
- b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior

2. Dada  $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{3}{2}x^2$ , se pide:

- a) Calcula los máximos y mínimos de la función.
- b) Calcula los intervalos de y convexidad.
- c) Calcula los puntos de inflexión

3. Se piensa que un estudiante de universidad que estudie normal, sobre 20 horas semanales aparte de las clases, tiene una probabilidad de 0,95 de aprobar una asignatura. Suponiendo que aprobar o no una asignatura es independiente de aprobar o no las demás:

- ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe dos asignaturas de dos que ha estudiado normal?
- ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe al menos una asignatura de dos que ha estudiado normal?
- ¿Cuál es la probabilidad de apruebe exactamente una asignatura de dos que ha estudiarlo normal?

4. Una determinada característica de una población sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica  $\sigma = 2$ . Se toma una muestra aleatoria de tamaño 36 y se calcula la media muestral, siendo esta igual a 22.

- Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional con un nivel de confianza del 95%
- ¿Es razonable que la media de la población sea  $\mu = 23$ , con un nivel de confianza del 95%? Razona tu respuesta.

c) Obtén un valor razonable para la media poblacional  $\mu$  con ese mismo nivel de confianza. Razona tu respuesta.

Propuesta B

1.

a) Dadas las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \end{pmatrix}$  se pide que realices, si es posible, los siguientes productos:  $AB$  ;  $BA$

b) Despeja y calcula la matriz X en la siguiente ecuación matricial

$$X \begin{pmatrix} -1 & -3 & 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -8 & -2 & -6 \end{pmatrix}$$

2. Consideremos la función:  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 5, & \text{si } x < 4 \\ \frac{5}{x-3} + 2, & \text{ssi } 4 \leq x \leq 8 \\ -x + b, & \text{si } x > 8 \end{cases}$

- Razona si  $f(x)$  es continua en  $x = 3$ .
- Razona si  $f(x)$  es continua en  $x = 4$ .
- Determina el valor que debe tomar el parámetro b de manera que  $f(x)$  sea continua en  $x = 8$ .

3. A lo largo de los 9 meses de embarazo, la concentración de cierta enzima en la sangre de una mujer se ajusta a la siguiente función:  $g(t) = -t^3 + 12t^2 - 21t + 80$ , donde  $g(t)$  está en mg/litro y t en meses, con  $0 \leq t \leq 9$ . Se pide:

- ¿En qué mes es  $g(t)$  máxima y qué valor alcanza?
- ¿En qué mes es  $g(t)$  mínima y qué valor alcanza?
- ¿Cuál es el valor de  $g(t)$  al final del embarazo ( $t = 9$ )?

4. En una región hay dos provincias, en la provincia A vive el 80% de los habitantes y el resto en la B. El 10% de los habitantes de la provincia A tiene un piso en propiedad mientras que en la provincia B este porcentaje es del 30%

- Elegido un habitante al azar de esa región, ¿cuál es la probabilidad de que tenga piso en propiedad?
- Se escoge un habitante al azar y tiene piso en propiedad, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la provincia B?
- Se escogen al azar dos habitantes de la provincia A, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos tenga piso en propiedad?

MATEMÁTICAS

PROPUESTA A

1.

a) Enuncia el Teorema de Rouché-Fröbenius

b) Clasifica el siguiente sistema de ecuaciones lineales:  $\begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ y + z = 1 \\ 4x - y + z = 1 \end{cases}$

c) Resuelve el sistema anterior, si es posible.

2. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} -3xe^{x+1}, & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 3x + 2}, & \text{si } x > -1 \end{cases}$

- a) Estudia su continuidad en  $x = -1$ .
- b) Calcula la pendiente de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

3. Dada la función  $g(x) = \frac{x^2}{1-x}$

- a) Determina sus asíntotas.
- b) Determina sus extremos relativos y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento

4.

a) Calcula la integral definida  $\int_1^2 \frac{4}{x^2} dx$

b) Calcula el módulo del vector  $\vec{u} \times \vec{v}$  donde  $\vec{u} = (1, 1, 0)$ ,  $\vec{v} = (0, 1, 1)$  y  $\times$  indica el producto vectorial de vectores.

**PROPUESTA B**

1. Dadas matrices A, B, C y X cuadradas de orden 3 y la ecuación matricial  $XA - 3C = B$ , se pide:

- a) Despeja X.
- b) Calcula X para el caso particular  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 5 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & -2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

2. Calcula los siguientes límites: a)  $\frac{\sqrt{3-x} - 1}{x-2}$       b)  $\left(\frac{x}{x+1}\right)^x$

3. Dada la función  $f(x) = x^3 + ax^2 - x + 1$ , donde  $a \in \mathbb{R}$ :

- a) Calcula el valor del parámetro a para que  $f(x)$  tenga un punto de inflexión en el punto de abscisa  $x = -2$ .
- b) Para el valor del parámetro  $a = -1$ , calcula la ecuación de la recta normal a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

4.

a) Calcula la integral  $\int x \cos \cos x dx$

b) Calcula la ecuación general del plano que contiene al punto  $P(0, 1, 0)$  y a la recta  $r: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

**AÑO 2017**

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS**

**Propuesta A**

1. Razona qué dimensión debe tener la matriz X para que se cumpla;

$$(1 \ -3 \ 2 \ -5)X + (-1 \ -4 \ -3 \ 2 \ -2 \ -7 \ -5 \ 1) = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

b) Despeja y calcula la matriz X.

2. En una empresa hay dos tipos de productos: sillas y mesas. Un técnico de control de calidad contratado tiene la obligación de revisar diariamente entre 4 y 8 sillas, y además entre 2 y 5 mesas. Además, el número de sillas supervisadas debe ser al menos el doble que el número de mesas. El técnico tarda una hora en revisar cada producto y trata de averiguar cuál es el tiempo mínimo diario que le permite cumplir todas las condiciones del contrato.

a) Expresa la función objetivo.

b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido.

c) Halla el número de mesas y sillas que debe supervisar diariamente para cumplir las condiciones en un tiempo mínimo.

3. A lo largo de una noche medimos la velocidad del viento en la cima de una montaña, y comprobamos que esa velocidad varía a lo largo de la noche ajustándose a la función:

$v(x) = \frac{3}{16}x^4 - \frac{7}{4}x^3 + \frac{15}{4}x^2 + 10$ , donde  $x$  está en horas, con  $0 \leq x \leq 6$ , y  $v(x)$  está en metros/segundo.

Se pide que calcules:

a)Cuál es la velocidad del viento cuando se inicia el estudio ( $x = 0$  horas) y cuál es esa velocidad cuando se acaba el estudio ( $x = 6$  horas)

b) Entre esos dos momentos, calcula cuándo es máxima la velocidad del viento y a cuántos metros/segundo asciende.

c) Del mismo modo, calcula cuándo es mínima la velocidad del viento en esa noche y cuál es el valor de esa velocidad mínima.

4. Tenemos 100 piezas, de las cuales 5 son defectuosas.

a) Calcula la proporción de piezas que no son defectuosas

b) Calcula la probabilidad de que, si examinamos tres piezas distintas al azar, ninguna resulte defectuosa.

c) Si probamos cuatro piezas distintas al azar y la primera y segunda son defectuosas, ¿cuál es la probabilidad de que la tercera y la cuarta lo sean?

Propuesta B

1. Los trabajadores de una empresa se reparten en tres grupos distintos: los que trabajan en turno de mañana, los de turno de tarde y los de turno de noche. El número de trabajadores de mañana coincide con la suma de los de tarde más la mitad de los de noche. El doble de los trabajadores de mañana es igual a cinco veces los de noche. Sabiendo que en esta empresa trabajan 110 personas, se pide:

a) Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuál es el número de trabajadores en cada turno.

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.

2. Dada la función:  $g(x) = \frac{1}{10}x^5 - \frac{2}{3}x^3$ , se pide:

a) Calcula en que puntos se sitúan sus posibles máximos o mínimos relativos.

b) Calcula en que intervalos la función es cóncava y en qué intervalos es convexa.

c) Calcula en que puntos se sitúan sus posibles puntos de inflexión.

3. Un almacén compra material a tres empresas: 60% a la empresa A, 30% a la empresa B y el resto a la empresa C. Si el 9% de los materiales de la empresa A tienen algún defecto, el 20% de los materiales de la B tienen algún defecto y el 6% de los materiales de la empresa C tienen algún defecto.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un material sea comprado a la empresa A y tenga algún defecto?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un material cualquiera del almacén tenga algún defecto?

c) Si un material del almacén tiene algún defecto, ¿cuál es la probabilidad de que lo hayan comprado a la empresa B?

4. El peso en gramos de un paquete de galletas de un determinado fabricante, sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica  $\sigma = 1$  gramo. Se toma una muestra aleatoria de 36 paquetes y se observa que la media del peso de los paquetes de la muestra es 124 gramos.
- Calcula con un nivel de confianza del 95 % el intervalo de confianza para la media poblacional del peso de los paquetes de galletas.
  - Explica razonadamente cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza, con el mismo nivel de confianza
  - El fabricante afirma que el peso medio de esos paquetes de galletas es de 125 gramos. ¿Se puede aceptar la afirmación del fabricante con un nivel de confianza del 95%? ¿y con un nivel de significación igual a 0,2? Razona tus respuestas.

MATEMÁTICAS

PROPUESTA A

1.

- Clasifica el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x + y - z = 0 \\ x - y - 3z = -4 \\ x - z = -1 \end{cases}$$

- Resuelve razonadamente el sistema anterior, si es posible.

2. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 16, & \text{si } x \leq 4 \\ \frac{x^3 - 16x}{x - 4}, & \text{si } x > 4 \end{cases}$

- Estudia su continuidad en  $x = 4$ .
- Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = 5$ .

3. Dada la función  $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 6x}{2x^2 + x - 1}$

- Halla su dominio y calcula los puntos de corte con los ejes de coordenadas.
- Calcula las asíntotas de  $f(x)$

4.

- Calcula razonadamente la integral definida  $\int_0^1 \frac{3x}{x^2 + 1} dx$

- Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por los puntos  $P(-1, 3, 5)$  y  $Q(0, -2, 3)$ . Comprueba si el punto  $R(3, -17, 3)$  pertenece o no a la recta.

PROPUESTA B

1. Dadas matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 0 & 1 \\ -2 & & & \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & -1 \\ 0 & & & \end{pmatrix}$  e

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Calcula razonadamente el rango de  $A$ .
- Despeja y calcula razonadamente  $X$  de la ecuación matricial  $XA = B + 2I_3$ .

2. Calcula razonadamente los siguientes límites: a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 2x}{x^3 - 3x - 2}$       b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x+1}{2x-1} \right)^{\frac{1}{x-2}}$

3. Dada la función  $f(x) = 14 - (3 - x)^3$ .

- Determina sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- ¿Tiene  $f(x)$  un máximo, un mínimo o un punto de inflexión en  $x = 3$ ?
- Calcula la ecuación de la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 4$ .

4.

- Calcula razonadamente la integral  $\int \frac{x^2 + x - 1}{x + 2} dx$

b) Calcula el valor de  $a \in \mathbb{R}$  para que los vectores  $\vec{u} = (2, a, -1)$  y  $\vec{v} = (1, 1, -a)$  sean perpendiculares. Calcula el módulo del vector  $\vec{u}$  para  $a = 2$ .

### AÑO 2018

#### MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

##### Propuesta A

1. Dada las matrices:  $A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ , se pide:

- Comprueba que se cumple la propiedad asociativa para el producto, es decir, que el resultado de  $(AB)C$  es igual a  $A(BC)$
- Razona si se puede obtener el resultado de:  $(BA)C$

2. Dada la función:  $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{3}{2}x^2$  se pide:

- Calcula en qué puntos se sitúan sus posibles máximos o mínimos relativos.
- Calcula en que intervalos la función es cóncava y en qué intervalos es convexa.
- Calcula en qué puntos se sitúan sus posibles puntos de inflexión

3. Un equipo de baloncesto está en dos competiciones, la liga y la copa. En la liga tiene una probabilidad de ganarla de 0,3 y en la copa la probabilidad de ganarla es del 0,25. Suponiendo que el rendimiento en las dos competiciones es independiente. Calcula:

- La probabilidad de que ese equipo gane al menos una competición.
- La probabilidad de que ese equipo no gane ninguna.
- La probabilidad de que ese equipo gane una única competición de las dos posibles.

4. El peso en gramos de una bolsa de legumbres de un determinado fabricante, sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica  $\sigma = 18$  gramos. Se toma una muestra aleatoria de 36 bolsas y se observa que la media del peso de las bolsas de la muestra es 999 gramos.

- Calcula con un nivel de confianza del 95% el intervalo de confianza para la media poblacional del peso de las bolsas de legumbres.
- Explica razonadamente cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza, con el mismo nivel de confianza.
- El fabricante afirma que el peso medio de esas bolsas de legumbres es de 1000 gramos. ¿Se puede aceptar la afirmación del fabricante con un nivel de confianza del 95%? ¿y con un nivel de significación igual a 0,001? Razona tus respuestas.

##### Propuesta B

1. Una de las estanterías de la biblioteca de un centro escolar alberga 90 libros en total. Los libros de esta estantería están dedicados a tres materias: Física, Química y Matemáticas.

La diferencia entre el número de libros de Matemáticas y los de Física es igual a la cuarta parte de los de Química. La mitad de los libros de Química coincide con la tercera parte de los de Matemáticas. Se pide:

- Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos libros de cada especialidad hay en esta estantería.
- Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.

2. En cierto domicilio se dispone de un depósito de combustible que se encuentra lleno al comenzar el año. La evolución del número de litros contenidos en el depósito a lo largo del año se ajusta a la función:

$f(x) = \frac{1}{12}x^4 - x^3 + 200$ , donde  $f(x)$  es el número de litros contenidos en el depósito y  $x$  es el tiempo transcurrido en meses, con  $0 \leq x \leq 12$ . Se pide:

- Calcula cuántos litros contiene el depósito cuando comienza el año ( $m = 0$ ), en la mitad del año ( $x = 6$ ) y al finalizar el año ( $x = 12$ ).
- Comprueba que el número de litros contenidos en el depósito alcanza un valor mínimo a lo largo del

año. Calcula cuál es ese valor mínimo y cuándo se produce.

3. Una empresa produce dos tipos de productos: bañeras y lavabos. La empresa tiene la obligación de producir diariamente entre 4 y 8 lavabos, y además entre 2 y 5 bañeras. Además, el número de lavabos producidos debe ser al menos el doble que el número de bañeras. La empresa obtiene un beneficio de 40 euros por lavabo y 100 por bañera. La empresa trata de averiguar cuál es la producción diaria que maximiza los beneficios.

a) Expresa la función objetivo.

b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido.

c) Halla el número de bañeras y lavabos que debe producir diariamente para que el beneficio sea máximo.

4. De 20 valores distintos que dispone un inversor, 3 han producido pérdidas.

a) Calcula la proporción de valores que han producido ganancias.

b) Calcula la probabilidad de que, si examinamos tres valores distintos al azar, ninguno resulte de los que ha producido pérdidas.

c) Si probamos tres valores distintos al azar y el primero ha producido pérdidas, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo y el tercero hayan producido ganancias?

## MATEMÁTICAS

### PROPUESTA A

1.

a) Clasifica el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ 2x + y - z = -7 \\ x - y + 2z = 4 \end{cases}$$

b) Resuelve razonadamente el sistema anterior, si es posible.

2. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{5x+2}{x+2}, & \text{si } x > 0 \end{cases}$

a) Estudia si  $f(x)$  es continua en todo  $\mathbb{R}$ .

b) Calcula la ecuación de la recta normal a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = 2$

3. Dada la función  $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - x - 2}$

a) Halla su dominio y calcula los puntos de corte con los ejes de coordenadas.

b) Calcula las asíntotas de  $f(x)$

4.

a) Calcula razonadamente la integral definida  $\int_0^1 x e^{2x} dx$

b) Calcula la ecuación general del plano que contiene a los puntos  $P(-1, 3, 5)$  y  $Q(0, -2, 3)$  y uno de sus vectores de dirección es el vector  $\vec{u} = (1, -2, 0)$

### PROPUESTA B

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  e  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcula razonadamente la matriz  $2B$  y el rango de la matriz  $A$ .

b) Despeja y calcula, razonadamente  $X$  de la ecuación matricial  $2B = AX + I_3$ .

2. Calcula razonadamente los siguientes límites: a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 4x}{x^3 - 3x^2 + 4}$  b)  $\lim_{x \rightarrow 5} \left( \frac{x-2}{2x-5} \right)^{\frac{1}{x-3}}$

3. Dada la función  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$

- Determina sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus extremos relativos.
- Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en su punto de inflexión.

4.

a) Calcula, razonadamente la integral  $\int \frac{-x+1}{x^2+3x+2} dx$

b) Calcula los valores de  $a \in \mathbb{R}$  para que los vectores  $\vec{u} = (a, -2, 0)$ ,  $\vec{v} = (2, -a, 3)$  y  $\vec{w} = (0, -3, -3)$

sean linealmente independientes. Calcula el módulo del vector  $\vec{v}$  para  $a = 3$ .

### AÑO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

Propuesta A

1. Dadas las matrices  $M = \begin{pmatrix} -9 & 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $N = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $J = \begin{pmatrix} 6 & 2 \end{pmatrix}$

a) Resuelve la ecuación  $MX = N + I$  (siendo  $I$  la matriz identidad de orden 2).

b) Calcula  $N^2 - \frac{1}{2}J(3I)$

2. El gasto (en kilogramos) en leña de una chimenea de un hotel rural que abre durante la temporada que va del mes de septiembre al de junio está en función del mes (tomando como mes 1 el de septiembre y el mes 10 será junio) y se refleja en la función:  $G(x) = -50x^2 + 500x$ , donde  $x$  representa el tiempo transcurrido en meses.

- ¿Cuál es el gasto en el mes de diciembre? ¿Y en mayo (mes 9)?
- ¿Deja en algún momento de encender la calefacción (es decir, el gasto es cero)?
- ¿En qué mes se produce el mayor gasto y a cuánto asciende?

3. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} 4x - 1, & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{10}{x-4} - 3, & \text{si } -1 < x < 6 \\ \frac{x^2}{x^2+4}, & \text{si } x \geq 6 \end{cases}$

- Estudia la continuidad en  $x = -1$ .
- Estudia la continuidad en  $x = 4$ .
- Calcula el límite de la función cuando  $x$  tiende a  $+\infty$

4. Tenemos un colegio con 100 alumnos, de los cuales 5 tienen altas capacidades.

- Calcula la proporción de alumnos que no tiene altas capacidades.
- Calcula la probabilidad de que, si preguntamos a tres alumnos al azar, ninguno resulte con altas capacidades.
- Si preguntamos a cuatro alumnos al azar y el primero y segundo tienen altas capacidades, ¿cuál es la probabilidad de que el tercero y el cuarto también tengan altas capacidades?

Propuesta B

1. Un gimnasio dispone en sus instalaciones de una sala con bicicletas, otra sala con pelotas para hacer pilates y una tercera sala con sacos para boxeo.

Las clases siempre se llenan y se utilizan todos los materiales. Esta tarde se han realizado las tres clases y en total han acudido 110 personas (ninguna de ellas ha asistido a más de una clase)

El número de pelotas es el doble que el de sacos y el número de bicicletas supera en 10 unidades al número de pelotas,

- Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántas unidades hay de cada material.
- Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.

2. En la función  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$ , se pide.

- Calcular los máximos y los mínimos de la función.
- Estudiar los intervalos de concavidad y convexidad.
- Calcular los puntos de inflexión

3. En una fábrica, hay tres robots para realizar productos de acuerdo a los siguientes porcentajes: 60% los realiza el robot A, 30% el robot B y el resto el robot C. Además, sabemos que el 9% de los productos realizados por el robot A tienen algún defecto, el 20% de los productos realizados por el robot B tienen algún defecto y el 5% de los productos realizados por el robot C tienen algún defecto.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un producto sea realizado por el robot A y tenga algún defecto?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un producto realizado en la fábrica tenga algún defecto?
- Si un producto realizado en la fábrica tiene algún defecto, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya realizado el robot B?

4. Para hacer un estudio del número de horas que estudian mensualmente una asignatura de un grado, se tomó una muestra aleatoria de 10 estudiantes y se les preguntó el número de horas mensuales que estudiaban esa asignatura, obteniendo los siguientes valores 13, 16, 18, 14, 11, 20, 15, 17, 22 y 19, respectivamente.

Sabiendo que la variable “Número de horas mensuales que estudian la asignatura” sigue una distribución normal de desviación típica  $\sigma = 2$  horas.

- Halla el intervalo de confianza para el número de horas medio que estudian la asignatura, con un nivel de confianza del 97%.
- Explica razonadamente cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.
- Los alumnos dicen que el número de horas media que estudian mensualmente es de 16 horas. ¿Se puede aceptar la afirmación de los estudiantes con un nivel de confianza del 97%?

## MATEMÁTICAS

### PROPUESTA A

1.

a) Clasifica el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 7 \\ -x + 2y - 3z = 1 \\ -x + y - 2z = -1 \end{cases}$$

b) Resuelve razonadamente el sistema anterior, si es posible.

2. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- Estudia si  $f(x)$  es continua en todo  $\mathbb{R}$ . Si no lo fuera en algún valor de  $x$ , indica el tipo de discontinuidad que presenta en ese punto.
- Calcula la ecuación de la recta normal a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = -2$ .

3. Dada la función  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 3}$

- Halla su dominio, calcula los puntos de corte con los ejes de coordenadas y estudia sus simetrías.
- Calcula las asíntotas de  $f(x)$

4.

a) Calcula razonadamente la integral definida  $\int_0^{\pi} 2x \operatorname{sen} x \, dx$

b) Calcula la ecuación general del plano que pasa por los puntos  $P(-1, 3, 1)$ ,  $Q(0, -2, -3)$  y  $R(1, 1, -1)$ .

5

- a) Una tienda de electrodomésticos tiene tres proveedores A, B y C. A suministra el 25%, B el 40% y C el 35%. De los electrodomésticos de A salen defectuosos el 1%, de los de B el 2% y de los de C el 3%. Se selecciona al azar un electrodoméstico de la tienda, calcula razonadamente la probabilidad de:
- a1) Que salga defectuoso.  
 a2) Si resultó defectuoso, que fuera suministrado por A.
- b) De una urna que contiene dos bolas blancas y seis negras se extraen sucesivamente y con reemplazamiento cinco bolas. Calcula razonadamente la probabilidad de obtener:
- b1) Exactamente tres blancas.  
 b2) Alguna negra.

## PROPUESTA B

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 & -1 & 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Calcula razonadamente la matriz  $3A$  y el rango de la matriz  $B$ .  
 b) Despeja y calcula razonadamente  $X$  de la ecuación matricial  $BX = 3A + X$

2. Calcula razonadamente los siguientes límites: a)  $\frac{x^2 - 5x - 14}{x^3 - 12x^2 + 41x - 42}$  b)  $\left(\frac{x^2 - 2}{x^2 + 4}\right)^{\frac{x^2 - 3}{2}}$

3. Dada la función  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$

- a) Determina sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus extremos relativos.  
 b) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en su punto de inflexión.

4.

a) Calcula razonadamente la integral  $\int \frac{x+2}{x^2 - 7x + 12} dx$

b) Calcula el valor de  $a \in \mathbb{R}$  para que el vector  $\vec{w} = (-6, -3, 4)$  sea perpendicular a los vectores  $\vec{u} = (a, -2, 0)$  y  $\vec{v} = (2, 0, 3)$ .

Calcula el módulo del producto vectorial de los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  para todo  $a \in \mathbb{R}$ .

5.

a) Tenemos una moneda trucada con probabilidad de obtener cara de  $2/3$  y de obtener cruz de  $1/3$ , y dos urnas, A con dos bolas blancas y una roja y B con tres bolas blancas y cuatro rojas.

Lanzamos la moneda y si sale cara extraemos una bola de la urna A, mientras que si sale cruz la extraemos de la urna B. Calcula, razonadamente la probabilidad de que:

- a1) La bola extraída sea roja.  
 a2) La moneda saliera cruz, sabiendo que se ha extraído una bola blanca.
- b) La producción media por almendro plantado en una parcela de tierra de secano sigue una distribución normal de media 10,6 kg y desviación típica 3,1 kg. Se elige al azar a un almendro de esa parcela. Calcula razonadamente la probabilidad de:
- b1) Que el almendro tenga una producción superior a 12 kg.  
 b2) Que el almendro tenga una producción entre 11 kg y 12 kg.

**AÑO 2020**

## MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

## Propuesta A

1. Un comercial de una empresa farmacéutica vende tres tipos de vacunas: A, B y C.

El precio de la vacuna A es de 200 euros, la B cuesta 160 euros y la C se vende por 400 euros.

Este mes ha facturado 7440 euros. Si ha vendido el triple de vacunas de tipo B que de las de tipo C y la cantidad de vacunas vendidas del tipo A son el doble de las otras dos juntas (las vendidas de B y C):

- a) Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántas vacunas vendió de cada tipo.  
b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.

2. El ruido, medido en decibelios, producido por los tambores de la Tamborada de Tobarra, se ajusta a la función:  $R(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 50$ , siendo  $t$  el tiempo medido en horas,  $0 < t \leq 5$ .

- a) En la segunda hora ( $t = 2$ ), ¿cuántos decibelios se registraron?  
b) ¿En qué momento se produce mayor ruido y a cuántos decibelios asciende?  
c) ¿En qué momento se produce menor ruido y a cuántos decibelios asciende?

3. Dada la función:  $g(x) = \frac{1}{10}x^5 - \frac{2}{3}x^3$ , se pide:

- a) Calcula en que puntos se sitúan sus posibles máximos o mínimos relativos.  
b) Calcula en qué intervalos la función es cóncava y en que intervalos es convexa.  
c) Calcula en que puntos se sitúan sus posibles puntos de inflexión.

4. De un estudio sobre accidentes de tráfico se dedujeron los siguientes datos: el 29% de los conductores superaron los límites de alcohol en sangre, el 14% de los conductores tenía presencia de drogas en sangre y el 37% superaba los límites de alcohol o tenía presencia de drogas en sangre o ambas.

- a) Calcula la probabilidad de que, en un accidente de tráfico, el conductor supere los límites de alcohol y tenga presencia de drogas en sangre.  
b) Si en un accidente un conductor tiene presencia de drogas en sangre, ¿cuál es la probabilidad de que supere los límites de alcohol en sangre?  
c) Razone si son independientes los sucesos superar los límites de alcohol y presencia de drogas en sangre.

5. Un equipo de balonmano está en dos competiciones, la liga y la copa. En la liga tiene una probabilidad de ganarla de 0,3 1 y en la copa la probabilidad de ganarla es del 0,25.

Suponiendo que el rendimiento en las dos competiciones es independiente. Calcula:

- a) La probabilidad de que ese equipo gane al menos una competición.  
b) La probabilidad de que ese equipo no gane ninguna.  
c) La probabilidad de que ese equipo gane una única competición de las dos posibles.

6. Para hacer un estudio del uso de los móviles, se tomó una muestra aleatoria de 10 adultos, siendo el número de horas semanales que hacían uso de los móviles de:

4,2 ; 4,6 ; 5 ; 5,7 ; 5,8 ; 5,9 ; 6,1 ; 6,2 ; 6,5 y 7,3, respectivamente. Sabiendo que la variable “número de horas semanales de uso del móvil” sigue una distribución normal de desviación típica 2,1 horas, se pide:

- a) Halla el intervalo de confianza para el número medio semanal de horas que hacen uso de los móviles con un nivel de confianza del 97%.  
b) Explica razonadamente, cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza.  
c) ¿Crees que la media poblacional  $\mu$  del número medio de horas de uso de móvil semanal es 4 horas con una probabilidad del 90%? Razona tu respuesta.

Propuesta B

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

- a) Resuelve la ecuación  $XA - 2B = C + I$  (siendo  $I$  la matriz identidad de orden 2)  
b) Calcula  $-3(-15 \ 20) + B^2(-2 \ 8)$

2. Una de las estanterías de la biblioteca de una asociación de vecinos alberga 90 libros en total.

Los libros de esta estantería están dedicados a tres materias: Física, Química y Matemáticas.

La diferencia entre el número de libros de Matemáticas y los de Física es igual a la cuarta parte de los de Química, La mitad de los libros de Química coincide con la tercera parte de los de Matemáticas, Se pide:

- Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos libros de cada especialidad hay en esta estantería
- Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior.

3. El gasto en limpiacristales de una empresa de limpieza en el primer semestre del año anterior viene dado por la función:  $G(x) = -50x^2 + 400x - 250$  ( $1 \leq x \leq 6$ ) (tomando como  $x = 1$  el mes de enero, por lo que  $x = 6$  sería el mes de junio) y  $G(x)$  el gasto en euros

- ¿Cuánto gasta el mes de febrero?
- ¿Qué mes gasta más? ¿A cuánto asciende ese gasto?
- ¿Cuál es el mes de menor gasto?

4. Consideremos la función:  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 5, & \text{si } x < 4 \\ \frac{5}{x-3} + 2, & \text{si } 4 \leq x \leq 8 \\ -x + b, & \text{si } x > 8 \end{cases}$

- Razona si es continua en  $x = 3$ .
- Razona si es continua en  $x = 4$ .
- Determina el valor que debe tomar el parámetro  $b$  de manera que  $f(x)$  sea continua en  $x = 8$ .

5. En una clase de 27 alumnos, 14 son de Albacete, 5 son de Cuenca y 8 de Toledo,

- Se sortean dos entradas entre todos los alumnos, ¿cuál es la probabilidad de que ambas entradas le toquen a alumnos que no son de Albacete? (pueden tocarle al mismo alumno las dos entradas).
- Si sorteamos 4 entradas, de una en una, de forma que no participa en el sorteo la persona que ya le haya tocado una entrada, ¿cuál es la probabilidad de que las 4 sean para alumnos de Cuenca?
- Si sorteamos 4 entradas, de una en una, de forma que sí participa en el sorteo la persona que ya le haya tocado una entrada, ¿cuál es la probabilidad de que las 4 sean para alumnos de Cuenca?

6. Una determinada medida de una población sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica  $\sigma = 2$ . Se toma una muestra aleatoria de tamaño 36 y se calcula la media muestral, siendo esta igual a 22.

- Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional con un nivel de confianza del 95%.
- ¿Es razonable que la media de la población sea  $\mu = 23$ , con un nivel de confianza del 95%?

Razona tu respuesta.

- Obtén un valor razonable para la media poblacional  $\mu$  con ese mismo nivel de confianza.

Razona tu respuesta.

## MATEMÁTICAS

### PROPUESTA A

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

- Calcula razonadamente el determinante de  $AA^t$  donde  $A^t$  es la matriz traspuesta de  $A$ .
- Despeja y calcula razonadamente la matriz  $X$  de la ecuación matricial  $BX = AA^t$ .

2.

- Clasifica el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} -y + z = -7 \\ -x + y + z = -4 \\ x + z = -4 \end{cases}$$

- Resuelve razonadamente el sistema anterior indicando el método de resolución utilizado, si es posible.

3.

- a) Calcula el valor de  $a \in \mathbb{R}$  para que los vectores  $\vec{u} = (1, a, 0)$ ,  $\vec{v} = (a, 1, a)$  y  $\vec{w} = (0, 1, 0)$  sean linealmente dependientes.  
 b) Calcula la ecuación implícita de la recta que pasa por el punto  $A(0, 2, 1)$  y es perpendicular al plano  $-2x + 5y - z + 3 = 0$ .

4. Calcula razonadamente las siguientes integrales definidas: a)  $\int_0^1 \frac{-4x-1}{x^2-x-2} dx$  b)  $\int_0^1 x e^{x-1} dx$

5. Dada la función  $f(x) = \frac{x^2-x-2}{x-3}$

- a) Determina el dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados.  
 b) Calcula las coordenadas de los extremos relativos de la función, no es necesario justificar de qué tipo son.

6.

a) En un encuentro internacional de institutos de enseñanza secundaria se reúne un grupo de estudiantes de los cuales el 20% son alemanes, el 30% españoles y el 50% holandeses. El 80% de los alemanes, el 60% de los españoles y el 65% de los holandeses están de acuerdo en elaborar estrategias comunes de evaluación.

a1) ¿Qué probabilidad hay de que no se aprueben estrategias comunes de evaluación?

a.2) Si se selecciona al azar un estudiante y resulta que sí es partidario de elaborar estrategias comunes de evaluación ¿qué probabilidad hay de que sea español?

b) El tiempo que un estudiante español tarda en recorrer la distancia desde el hotel al centro del encuentro sigue una ley normal de media 18 minutos y desviación típica 2,5 minutos.

b.1) ¿Qué probabilidad hay de que un estudiante seleccionado al azar tarde más de 19 minutos?

b.2) ¿Qué probabilidad hay de que un estudiante seleccionado al azar tarde entre 19 y 20 minutos?

PROPUESTA B

1. Dadas las matrices  $A = (1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 0 \ 0 \ - \ 1)$  y  $B = (0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 0 \ 0 \ - \ 3)$

a) Calcula razonadamente e indicando el método utilizado la matriz inversa de A.

b) despeja y calcula razonadamente la matriz X de la ecuación matricial  $AX + A = B^t$ , donde  $B^t$  indica la traspuesta de la matriz B

2.

a) Clasifica el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} -x + y + z = 2 \\ 2x - y = -2 \\ -3x + 4y + 5z = 8 \end{cases}$$

b) Resuelve razonadamente el sistema anterior indicando el método de resolución utilizado, si es posible

3.

a) Calcula el valor de  $a \in \mathbb{R}$  para que el producto vectorial de los vectores  $\vec{u} = (1, 1, 0)$  y  $\vec{v} = (a, -1, a)$

sea el vector  $\vec{w} = (2, -2, -3)$

b) Calcula la ecuación implícita de la recta que pasa por los puntos  $A(-1, 2, 1)$  y  $B(0, 0, 2)$ .

4. Calcula razonadamente los siguientes límites: a)  $\frac{x}{\ln(e^x + x)}$  b)  $\frac{x^2 - x - 2}{x^2}$

5. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x-1}, & \text{si } x < 1 \\ x^3 - 8, & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 2x - 3}{x-3}, & \text{si } x > 3 \end{cases}$ , se pide:

a) Determina los puntos en los que la función es continua, calcula los puntos en los que es discontinua y clasifica el tipo de discontinuidad, si los hubiera.

b) Calcula la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

6.

a) La probabilidad de que un adolescente practique algún deporte es 0,7, la de que toque algún instrumento musical es 0,65 y la de que realice ambas actividades es 0,5.

Seleccionado un adolescente al azar:

a.1) ¿Que probabilidad hay de que toque un instrumento si se sabe que practica un deporte?

a.2) ¿Cuál es la probabilidad de que realice al menos una de las dos actividades?

b) Un adolescente que toca el piano y juega al fútbol tiene que hacer 6 audiciones al año. Sabiendo que la probabilidad de que coincida una audición y un partido el mismo día es 0,3, si se selecciona un adolescente al azar que realiza ambas actividades:

b.1) Calcula la probabilidad de que las 6 audiciones coincidan con un partido de fútbol.

b.2) Calcula la probabilidad de que al menos 2 audiciones coincidan con un partido de fútbol

### AÑO 2021

#### MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

##### Propuesta A

1. Tenemos una provincia con 100 municipios, de los cuales 5 están confinados.

a) Calcula la proporción de municipios de la provincia que no están confinados.

b) Calcula la probabilidad de que, si elegimos tres municipios al azar, sin repetición, ninguno resulte estar confinado.

c) Si elegimos a tres municipios al azar, sin repetición, y el primero y segundo están confinados, cual es la probabilidad de que el tercero este confinado?

2. Las botellas de agua vendidas por un hipermercado (que abre de 10 de la mañana a 4 de la tarde) durante una ola de calor viene dado por la función  $C(t) = 2t^3 - 27t^2 + 120t$ , con  $1 \leq t \leq 6$  siendo  $t = 1$  la primera hora desde la apertura y  $t = 6$  la última hora hasta el cierre y  $C(t)$  en cientos de botellas.

a) En que intervalos de tiempo las ventas aumentan? ¿Y en cuales disminuye?

b) Cuando se produce la máxima venta? ¿Y la mínima?

c) Cuantas botellas se venden en esos dos casos?

3. Dada la función:  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{si } x < -4 \\ 2x + 7, & \text{si } -4 \leq x < -2 \\ \frac{2x-4}{x^2-4}, & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$

a) Estudia la continuidad en  $x = 2$

b) Estudia la continuidad en  $x = 4$

c) Calcula el límite de la función cuando  $x$  tiende a  $+\infty$

4. Dadas las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 8 & -5 \end{pmatrix}$

a) Resuelve la ecuación  $XA - XB = C - I$  (siendo  $I$  la matriz identidad de orden 2).

b) Calcula  $B^2 - 2C$

5. En un centro de ocio hay 3 salas de cine: A, B y C. A una determinada sesión han acudido 225 personas. El número de espectadores de la sala C es el doble de la suma de espectadores de las salas A y B.

También el número de espectadores de la sala C es 30 veces la diferencia entre los que acudieron a la sala B y los que fueron a la sala A.

a) Plantea el sistema que nos permite averiguar cuantas personas acudieron a cada una de las salas de cine.

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.

6. Se considera una muestra aleatoria de los precios de 10 vuelos:

80, 65, 72, 74, 75, 81, 82, 84, 87, 90 euros respectivamente.

- a) Sabiendo que el precio del vuelo sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica  $\sigma = 20$  euros, halla un intervalo de confianza para el precio medio del vuelo con un nivel de confianza del 95%.
- b) Explica razonadamente como podríamos disminuir la amplitud del intervalo con el mismo nivel de confianza.
- c) Crees que la medida del precio del vuelo puede ser 100 euros con un nivel de confianza del 90%?

### Propuesta B

1. Una empresa de miguelitos de La Roda puede hacer dos tipos de miguelitos: los originales de crema y de chocolate. La empresa tiene la obligación de hacer diariamente entre 4 000 y 8 000 cajas de miguelitos de crema, y además entre 2 000 y 5 000 de chocolate. Además, el número de cajas de crema debe ser al menos el doble que el número de cajas de chocolate. La empresa obtiene un beneficio de 1,5 euros por cada caja de crema y 1 euro por cada caja de chocolate. La empresa trata de averiguar cuál es el número de cajas de cada tipo que maximiza los beneficios.

- a) Expresa la función objetivo.
- b) Escribe mediante inequaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto de nido.
- c) Halla el número de cajas de cada tipo que debe hacer diariamente para que el beneficio sea máximo.

2. En una empresa se producen tres tipos de productos de acuerdo a los siguientes porcentajes: 60% son sillas, 30% son mesas y el resto estanterías. Además, sabemos que el 9% de las sillas tienen algún defecto, el 20% de las mesas tienen algún defecto y el 6% de las estanterías tienen algún defecto.

- a) Cual es la probabilidad de que un producto elegido al azar sea una silla y tenga algún defecto?
- b) Cual es la probabilidad de que un producto realizado en la fábrica tenga algún defecto?
- c) Si un producto realizado en la fábrica tiene algún defecto, cual es la probabilidad de que sea una mesa?

3. Una óptica dispone de tres modelos de gafas de sol. Cada unidad del modelo A se vende a 90 euros, el precio del modelo B es 110 euros y por el modelo C se pagan 130 euros. Se sabe que el año pasado la óptica ingreso 84 000 euros por la venta de gafas de los modelos A, B y C. El modelo A se vendió tres veces más que el C, y el B se vendió tanto como el A y el C juntos.

- a) Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar las unidades que se vendieron de cada modelo de gafas.
- b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.

4. En la función,  $f(x) = -2x^3 + 18x^2$ , se pide:

- a) Calcular los extremos relativos (máximos y mínimos) de la función.
- b) Averigua los puntos de inflexión.
- c) Estudiar la curvatura (intervalos de concavidad y convexidad).

5. La función  $v(t) = t^3 - 12t^2 + 36t + 8$ ,  $1 \leq t \leq 7$ , representa la velocidad del viento, medida en km/h, registrada durante siete días en una estación meteorológica y t representa el tiempo medido en días.

- a) ¿Qué velocidad se registró el primer día ( $t = 1$ )?
- b) Estudia el crecimiento y decrecimiento de la velocidad del viento.
- c) Cual fue la velocidad máxima del viento y en que día se produjo?
- d) Cuando se alcanzó la mínima velocidad y cuál fue su valor?

6. Una fábrica produce cables de acero, cuya resistencia sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica  $\sigma = 10$  KJ/m<sup>3</sup>. Se tomo una muestra aleatoria de 100 piezas y mediante un estudio estadístico se obtuvo un intervalo de confianza (898,04 ; 901,96) para la resistencia media de los cables de acero producidos en la fábrica.

- a) Calcula el valor de la resistencia media de las 100 piezas de la muestra.
- b) Calcula el nivel de confianza con el que se ha obtenido dicho intervalo.

c) Crees que la resistencia media puede ser  $900 \text{ KJ/m}^3$  con un nivel de confianza del 95%?

## MATEMÁTICAS

## PROPUESTA A

1.

a) Sea A, B y C matrices cuadradas de tamaño n. Despeja X de la ecuación  $XA + 2B = C$ .

b) Calcula la matriz X siendo  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & -1 & \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 & \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 2 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & \end{pmatrix}$

2.

a) Clasifica razonadamente el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x + 2y + z = -1 \\ 3y - z = -2 \end{cases}$$

b) Resuelve razonadamente el sistema anterior, si es posible, e indica el método de resolución utilizado.

3.

a) Calcula el módulo del vector  $\vec{u} \times \vec{v}$ , siendo  $\vec{u} = (2, 0, 1)$  y  $\vec{v} = (-1, 1, 0)$

b) Halla la ecuación de la recta que pasa por A(0, 1, -3) y es perpendicular al plano  $\pi$  que tiene como vectores directores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  y pasa por B(2, 4, -1).

4. Calcula razonadamente los siguientes límites: a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}$  b)  $\left(\frac{2x}{2x-1}\right)^x$

5. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+3}, & \text{si } x < -1 \\ e^{x+1}, & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ x^2 + x - 2, & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a) Estudia la continuidad de la función indicando de qué tipo son sus discontinuidades, si las tiene.

b) Halla la recta tangente a f(x) en  $x = -2$ .

6.

a) Una empresa que vende mascarillas FFP2 tiene tres fábricas A, B y C. La fábrica A suministra el 50% de la producción, la B el 30% y la C el 20%. De la fábrica A salen defectuosas el 1,5% de las mascarillas, de la B el 2% y de la C el 1%.

a.1) Si se selecciona una mascarilla al azar, ¿qué probabilidad hay de que sea defectuosa?

a.2) Si la mascarilla elegida es defectuosa, ¿qué probabilidad hay de que haya sido fabricada por la fábrica B?

b) La producción media por día de cada máquina de la fábrica A sigue una distribución normal de media 10 000 mascarillas y desviación típica 110. Calcula razonadamente:

b.1) ¿Qué probabilidad hay de que la producción sea superior a 10 100 mascarillas?

b.2) ¿Qué probabilidad hay de que la producción este entre 9 950 y 10 050 mascarillas?

## PROPUESTA B

1. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 2 & \end{pmatrix}$

a) Calcula razonadamente e indicando el método utilizado el rango y la matriz inversa de A.

b) Despeja y calcula razonadamente la matriz X de la ecuación matricial  $XA + B^T = A$ , donde  $B^T$  es la matriz traspuesta de B

2.

a) Clasifica razonadamente el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} -x + 4y - 8z = 6 \\ 3x + 2y - 2z = -2 \\ -2x + y - 3z = 4 \end{cases}$$

b) Resuelve razonadamente el sistema anterior si es posible, e indica el método de resolución utilizado.

3.

a) Calcula el valor del parámetro a para que los vectores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  sean linealmente dependientes,

siendo  $\vec{u} = (2, a, 1)$ ,  $\vec{v} = (-1, 1, a)$  y  $\vec{w} = (0, 3, 3)$

b) Para el valor de  $a$  obtenido en el apartado anterior. encuentra la ecuación del plano que pasa por  $P(0, 1, -3)$  y  $Q(2, 4, -1)$  y tiene como uno de sus vectores directores el vector  $\vec{u}$

4. Dada la función  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 8$

- a) Encuentra los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos.  
b) Halla la recta tangente a  $f(x)$  en el punto de inflexión.

5. Calcula razonadamente las siguientes integrales: a)  $\int \frac{x+3}{x^2-x-2} dx$  b)  $\int_0^2 (x-1)e^{x+1} dx$

6.

a) Disponemos de una baraja española de 40 cartas y dos urnas A y B. La urna A tiene 3 bolas negras y 5 rojas y la urna B tiene 4 bolas negras y 6 bolas rojas. Se extrae una carta al azar de la baraja y si es de oros sacamos una bola de la urna A, mientras que si es de otro palo se saca una bola de la urna B.

a.1) Calcula la probabilidad de que la bola extraída sea negra.

a.2) Sabiendo que la bola extraída es negra, ¿qué probabilidad hay de que se haya sacado de la urna B?

b) La probabilidad de que cierto jugador de baloncesto enceste una canasta de 3 puntos es 0,6

En un partido realiza cinco lanzamientos a canasta de 3 puntos.

a.1) ¿Cuál es la probabilidad de que enceste exactamente dos canastas?

a.2) ¿Cuál es la probabilidad de que enceste como máximo tres canastas?

### AÑO 2022

#### MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

##### Propuesta A

1. Una tienda de alimentación tiene a la venta 3 tipos de vinagres: Modena, vino de cava y Jerez.

Los precios por botella son de 1,5, 2 y 1,75 euros, respectivamente. La cantidad de botellas vendidas de vinagre de Jerez equivale a las tres cuartas partes de la suma de botellas vendidas de vinagre de Módena y de vino de cava y se vendieron el doble de botellas de vinagre de Jerez que de botellas de vino de cava. El total recaudado por la venta de las botellas de vinagre fue de 48 euros.

a) Plantea el sistema de ecuaciones que permita averiguar las botellas de cada tipo que se vendieron.

b) Resuelve razonadamente el sistema.

2. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5, & \text{si } x \leq -2 \\ -6, & \text{si } -2 < x < 2 \\ \frac{-3}{x^2 - 9}, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

a) Estudia el dominio de la función

b) Estudia la continuidad en  $x = -2$ .

c) Calcula  $f(x)$

3. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 7 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} 4 & -5 & -3 & 4 \end{pmatrix}$

a) Calcula  $(B - C)^T A$ .

b) Comprueba si la matriz C tiene inversa y explica por qué el producto  $3D^2A$  no puede ser realizado.

4. Dada la función  $f(x) = \frac{5}{3}x^3 - 10x^2 + 15x - 6$ , se pide:

a) Calcular los extremos relativos (máximos y mínimos) de la función.

b) Averiguar los puntos de inflexión.

c) Estudiar la curvatura (intervalos de concavidad y convexidad).

5. Un test de antígenos da positivo en el 98% de las personas que tienen la COVID, pero también da

positivo en un 3% de personas sanas (falso positivo). Si se sabe que el 22% de la población tiene la COVID:

- ¿Cuál es la probabilidad de que una persona tenga la COVID y un resultado positivo en el test?
- ¿Cuál es la probabilidad de que una persona tenga un resultado positivo en un test?
- Si se sabe que una persona ha dado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que tenga la COVID?

6. La nota de una determinada asignatura sigue una distribución normal de media desconocida y varianza  $\sigma^2 = 2,25$  puntos. Se ha tomado una muestra de 10 alumnos y las notas obtenidas en la asignatura han sido 9 ; 7 ; 6,5 ; 5 ; 4 ; 6 ; 4,5 ; 3 ; 8,5 y 6 puntos.

- Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional de la nota de la asignatura con un nivel de confianza del 95%.
- Explica razonadamente que ocurrirá con la amplitud del intervalo si para el mismo nivel de confianza disminuimos el tamaño de muestra.
- El profesor de la asignatura afirma que la nota media de la clase es de 6,5 puntos. ¿Se puede aceptar la afirmación del profesor con un nivel de confianza del 99%? Justificar la respuesta.

#### Propuesta B

1. Los 3 modelos de lápices USB más vendidos en una distribuidora son de 128, 64 y 32 GB y tienen un precio de 12, 7 y 3 euros, respectivamente. La diferencia entre las unidades vendidas de lápices de 128 GB y lápices de 64 GB es igual a la tercera parte de las unidades vendidas de lápices de 32 GB. Se venden 500 unidades más de los lápices de 128 GB que de los de 64 GB.

Por las ventas de los tres tipos de USB se han obtenido 54 200 euros.

- Plantea el sistema de ecuaciones que permita saber cuántas unidades de cada tipo se han vendido.
- Resuelve razonadamente el sistema.

2. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{si } x < 0 \\ a, & \text{si } x = 0 \\ \frac{x-1}{2x-1}, & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- Calcula el valor de  $a$  para que la función sea continua en  $x = 0$ .
- Estudia el dominio de la función
- Estudia la continuidad en  $x = \frac{1}{2}$

3. El número de reservas canceladas durante las anteriores fiestas de Navidad en una conocida cadena de hoteles están recogidas en la expresión  $N(x) = -x^3 + 3x + 400$ , siendo  $N(x)$  el número de reservas canceladas y  $x$  el día de cancelación donde  $1 \leq x \leq 7$  (siendo el primer día el 31 de diciembre y el último el 6 de enero).

- ¿Cuántas reservas se anulan el día 3 de enero?
- ¿En qué día hay el máximo número de anulaciones y a cuántas ascienden?
- ¿En qué día hay el mínimo número de cancelaciones y cuántas son éstas?

4. En una cooperativa preparan dos tipos de queso, suave y fuerte. El suave contiene un 1,5 l de leche de cabra y 1,5 l de leche de oveja, mientras que el fuerte contiene un 1 l de leche de cabra y un 2 l de leche de oveja. El precio de venta del queso suave es de 24 euros y el del queso fuerte son 40 euros.

Si semanalmente se dispone de 75 l de leche de cabra y 120 l de leche de oveja y al menos hay que hacer 30 quesos suaves y 15 quesos fuertes, estudiar el número de quesos de cada tipo que maximiza los beneficios.

- Expresa la función objetivo.
- Escribe mediante inequaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido.
- Halla el número de quesos suaves y fuertes que deben hacerse para que el beneficio sea máximo.

5. De los 250 estudiantes matriculados en una determinada titulación, 90 son hombres.

Para componer la mesa electoral en la elección de los delegados de la titulación, se seleccionan al azar y sin reposición a 3 estudiantes. Calcular la probabilidad de que:

- a) Los tres estudiantes seleccionados sean mujeres.  
 b) Los tres estudiantes seleccionados sean del mismo sexo.  
 c) Al menos uno de los estudiantes seleccionados sea hombre.

6. El tiempo en resolver el crucigrama de un determinado periódico sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica  $\sigma = 5,4$  minutos. Se ha tomado una muestra de 9 personas y los tiempos empleados en resolver el crucigrama han sido 12, 14, 18, 19, 13, 12, 15, 22 y 19 minutos.

- a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo en resolver el crucigrama con un nivel de confianza del 97%,  
 b) Explica razonadamente que se podría hacer para conseguir un intervalo de confianza con mayor amplitud para el mismo nivel de confianza.  
 c) El periódico que elabora este crucigrama afirma que el tiempo medio en resolverlo es de 13 minutos. ¿Se puede aceptar la afirmación del periódico con un nivel de confianza del 98%? Justificar la respuesta.

## MATEMÁTICAS

### PROPUESTA A

1.

- a) Sabiendo que A es una matriz invertible cuadrada de orden 2, despeja, si es posible, X en la ecuación matricial  $2X - A = XA$ .  
 b) Halla el valor de X para  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

2.

- a) Clasifica razonadamente el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x - y - z = 1 \\ 2x + 2z = 2 \\ 2y + 3z = 0 \end{cases}$$

- b) Resuélvelo, si es posible, explicando el método utilizado.

3. Dados los puntos A(1, 0, 1) y B(-1, 0, 0), calcula:

- a) La ecuación de la recta que pasa por A y B.  
 b) Un plano perpendicular a la recta anterior y que contenga al punto A.

4.

- a) Calcula a y b para que la función sea continua y derivable

$$f(x) = \begin{cases} 1 + e^{x-1}, & \text{si } x \leq 1 \\ ax + b, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- b) Calcula la recta tangente a la gráfica de la función en  $x = 0$ .

5. Halla las siguientes integrales indicando el método utilizado: a)  $\int \frac{x-1}{x^2-6x+9} dx$  b)  $\int x^3 \ln \ln x dx$

6.

- a) El 75% de los habitantes de la región de Bruselas son francófonos y el resto neerlandófonos. El 90% de los neerlandófonos y el 60% de los francófonos hablan además inglés.

Preguntamos por la calle una dirección a un bruselense al azar.

- a.1) ¿Cuál es la probabilidad de que hable inglés?

- a.2) Si resulta que habla inglés, ¿cuál es la probabilidad de que sea francófono?

- b) En un juego de azar, la probabilidad de obtener algún premio es del 10%. Si una persona juega cada día de lunes a viernes, halla la probabilidad de que en una semana:

- b.1) No gane ningún día.

- b.2) Gane por lo menos dos días.

### PROPUESTA B

1.

- a) Clasifica el sistema  $\begin{cases} x + y + z = 75 \\ x + 2y + 3z = 145 \\ y + 2z = 70 \end{cases}$   
 b) Resuélvelo, si es posible, explicando el método utilizado.

2. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 & 3 & 1 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

- a) Comprueba que  $|AB| = |A| |B|$   
 b) Calcula la inversa de la matriz B.

3.

- a) Halla el plano que contiene a la recta  $r: \begin{cases} x + y = 0 \\ z = 5 \end{cases}$  y pasa por el punto  $A(2, 0, -5)$ .  
 b) Halla el plano perpendicular a la recta  $r$  y que contiene al punto A.

4.

- a) Estudia la continuidad en  $\mathbb{R}$  de la función  $f(x) = \frac{e^{x-2} - 1}{4 - 2x}$   
 b) Calcula la recta normal a la gráfica de la función en  $x = 0$ .

5.

- a) Encuentra el área del recinto encerrado por las funciones  $f(x) = \sqrt{x}$  y  $g(x) = x^2$ .  
 b) Calcula la integral  $\int (x + 1)e^{x-1} dx$

6.

- a) Una caja contiene una bola blanca y otra negra. Se saca una bola al azar y se mete en una bolsa en la que había ya 3 bolas blancas. Extraemos una bola de la bolsa.  
 a.1) ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca?  
 a.2) Si la bola extraída de la bolsa es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la bola que se pasó de la caja a la bolsa fuera negra?  
 b) El tiempo que un alfarero tarda en elaborar una jarra se distribuye normalmente con una media de 20 minutos y una desviación típica de 4 minutos. Calcula la probabilidad de que una jarra cualquiera:  
 b.1) Le haya llevado menos de 25 minutos.  
 b.2) Le haya llevado entre 25 y 30 minutos.

**AÑO 2023**

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS**

**Propuesta A**

1. El número de personas que han ido a vacunarse durante ocho semanas consecutivas viene dado por la función  $C(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 50$ , siendo  $C(x)$  el número de personas (en miles) y  $x$  la semana ( $1 \leq x \leq 8$ )

- a) ¿Cuándo acude más gente? ¿En qué semana van menos personas?  
 b) ¿Cuántas personas hay en las semanas de máxima y mínima asistencia?  
 c) ¿En qué intervalo de tiempo decrece la cantidad de personas que acuden a vacunarse?

2. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Calcula la matriz  $M = AB + 2I$ , donde  $I$  es la matriz identidad de orden 3.  
 b) Calcula, si es posible, la matriz  $X$  tal que  $XC = I$ , donde  $I$  es la matriz identidad de orden 2.

3. En la función  $f(x) = x^4 - 8x^2 + 9$  se pide:

- a) Calcular los extremos relativos (máximos y mínimos) de la función.

- b) Averiguar los puntos de inflexión.  
 c) Estudiar la curvatura (intervalos de concavidad y convexidad).

4. En un instituto se ha organizado un concurso literario y han sido seleccionados tres relatos. Hay un jurado para elegir el relato ganador, que está formado por 30 personas, cada miembro del jurado tiene que votar uno de los tres relatos y todos los votos han sido válidos. El relato A ha obtenido el doble número de votos que el relato B, y si uno de los votantes del relato C hubiese dado su voto al relato B, éstos hubieran empatado.

- a) Plantea un sistema de ecuaciones que responda a las condiciones del enunciado.  
 b) Resuelve razonadamente el sistema planteado para determinar cuántos votos ha obtenido cada relato.

5. En una clase formada por 32 alumnos, 20 han aprobado Matemáticas, 17 han aprobado Física y 8 han suspendido las dos asignaturas.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de suspender alguna de las dos asignaturas?  
 b) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar las dos asignaturas?

6. Un fabricante de bombillas ha tomado una muestra aleatoria de 49 bombillas y ha medido el tiempo en horas que tardan en fundirse, proporcionando una media de 364 horas. Si se sabe que el tiempo que tardan en fundirse sigue una distribución normal de media desconocida y varianza  $\sigma^2 = 515,29$  horas<sup>2</sup>, se pide:

- a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo que tardan en fundirse con un nivel de confianza del 97%.  
 b) Explica, justificando la respuesta, que se podría hacer para conseguir un intervalo de confianza con mayor amplitud para el mismo nivel de confianza.  
 c) El fabricante afirma que el tiempo que tardan en fundirse es de 370 horas. ¿Se puede aceptar la afirmación del fabricante con un nivel de confianza del 99%? Justificar la respuesta.

#### Propuesta B

1. El consumo de energía, en kWh, de un determinado hogar a lo largo de un año viene reflejado por la función  $C(x) = x^3 - 15x^2 + 48x + 100$ , siendo  $x$  los meses del año de enero a diciembre ( $1 \leq x \leq 12$ ).

- a) ¿En qué mes se produjo el mayor consumo de energía y cuántos kWh se consumieron?  
 b) ¿En qué intervalos de tiempo crece el consumo de energía?

2. Dadas las matrices  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  (I la matriz identidad de orden 2):

- a) Calcula  $CB^2 - 2I$ .  
 b) Calcula, si es posible, la matriz X tal que  $BX - I = D^T$ .

3. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} (x + 2)^2, & \text{si } x \leq 0 \\ -x^2 + 4, & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ 2x + 1, & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- a) Estudia la continuidad en  $x = 0$   
 b) Estudia la continuidad en  $x = 2$   
 c) Representa gráficamente  $f(x)$

4. Una pastelería hace todos los días tartas y bizcochos. Para una tarta se necesitan 1 kg de harina y 3 kg de azúcar y para un bizcocho se necesitan 2 kg de harina y 2 kg de azúcar. Diariamente han de hacer al menos 2 tartas y 3 bizcochos. Se dispone de 16 kg de harina y 24 kg de azúcar y la tarta se vende por 20 euros, mientras que el bizcocho por 15 euros.

- a) Expresa la función objetivo.  
 b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido.

c) Halla el número de tartas y bizcochos que deben hacerse para que el beneficio sea máximo.

5. En un examen de matemáticas se les proponen a los estudiantes 3 problemas (I, II, III), de los que han de elegir obligatoriamente uno. La mitad de los alumnos eligen el problema I, y de estos aprueban el 60%, el 30% eligen el problema II, suspendiendo en este caso el 25% de los estudiantes.

Por último, de los que eligen el problema III, aprueban el 30%

a) ¿Cuál es la probabilidad de elegir el examen II y aprobar?

b) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen?

c) Sabiendo que el estudiante ha suspendido, ¿cuál es la probabilidad de que haya elegido el problema I?

6. En un equipo infantil de fútbol, se tomó una muestra aleatoria de 10 niños y se contaron el número de toques al balón que hacían sin dejar caer la pelota,

obteniéndose 12, 16, 25, 18, 13, 8, 10, 9, 12 y 13 toques de balón. Si se sabe que la variable toques de balón sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica  $\sigma = 5$  toques.

a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del número de toques de balón con un nivel de confianza del 95%

b) Explica, justificando la respuesta, qué ocurrirá con la amplitud del intervalo si para el mismo nivel de confianza disminuimos el tamaño de muestra.

c) El entrenador del equipo afirma que el número medio de toques que pueden dar sus jugadores es de 18, ¿Se puede aceptar la afirmación del entrenador con un nivel de confianza del 90%? Justificar la respuesta.

## MATEMÁTICAS

### PROPUESTA A

1. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 3 & 5 & 1 & 10 & 12 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

a) Calcula el rango de A.

b) Despeja X de la ecuación  $BX + A = I$  y calcula X, siendo I la matriz identidad.

2.

a) Clasifica razonadamente el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + y = 1 \\ y - z = -1 \end{cases}$$

b) Resuélvelo, si es posible, explicando el método utilizado.

3. Sean los vectores  $\vec{u} = (2, a, 1)$  y  $\vec{v} = (-1, 1, 0)$ , con  $a \in \mathbb{R}$ .

a) Calcula el valor de a para que  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sean perpendiculares.

b) Para  $a = 1$ , halla la ecuación del plano  $\pi$  que tiene como vectores directores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  y pasa por el punto  $(3, -2, -1)$ .

4. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 1, & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{x^2 + x - 2}{x + 2}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$

a) Estudia la continuidad de la función indicando de que tipo son sus discontinuidades, si las tuviera.

b) Halla la recta tangente a la gráfica de la función en  $x = -2$ ,

5. Calcula razonadamente las siguientes integrales: a)  $\int \frac{x}{x^2 - 2x - 3} dx$  b)  $\int_1^3 (x + 3) e^{2x} dx$

6.

a) Una marca europea de coches tiene tres fábricas A, B y C. La fábrica A produce el 45% de los coches, la B el 30% y la C el 25%. De la fábrica A se exporta a América el 15% de la producción, de la B el 20% y de la C el 10%. Los coches una vez fabricados se almacenan todos juntos. Se selecciona un coche de esa

marca al azar del almacén., calcula razonadamente la probabilidad de:

- a.1) El coche sea destinado a la exportación.  
 a.2) Si el coche elegido es destinado a la exportación, que haya sido fabricado por la fábrica B.  
 b) La producción por día de una empresa aceitera sigue una normal de media 10 000 litros de aceite y desviación típica 110. Se selecciona al azar un día. Calcula razonadamente la probabilidad de que:  
 a.1) La producción sea superior a 10 100 litros de aceite.  
 b.2) La producción este entre 9 950 y 10 050 litros de aceite.

#### PROPUESTA B

1. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 & 0 & 5 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 3 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

- a) Comprueba que  $|A^{-1}|$  es  $1/|A|$ , donde  $|A|$  es el determinante de A y  $|A^{-1}|$  el de la inversa de A.  
 b) Despeja X de la ecuación  $AX + I = B$  y calcula X, siendo I la matriz identidad.

2,  
 a) Clasifica razonadamente el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 4 \\ 3x - y + 2z = 6 \\ 2x - 3y + 3z = 2 \end{cases}$$

- b) Resuelve razonadamente el sistema anterior, si es posible, e indica el método de resolución utilizado.

3.

a) Sean los vectores  $\vec{u} = (a, 1, 1)$ ,  $\vec{v} = (-1, 3, 1)$  y  $\vec{w} = (4, 2, 1)$  determina el valor del parámetro  $a \in \mathbb{R}$  para que  $\vec{u} \times \vec{w} = \vec{v}$

- b) ¿Qué ángulo forman  $\vec{u}$  y  $\vec{w}$  para el valor de a obtenido en el apartado anterior?

4. Dada la función  $f(x) = \frac{-x^2 - 3}{x + 1}$

- a) Estudia los máximos y mínimos locales si los tiene.  
 b) Calcula su asíntota vertical.

5.

a) Calcula  $\int \frac{3x}{x^2 - 3x - 4} dx$

b) Calcula el área de la región encerrada por las gráficas de las funciones  $f(x) = x^2 - 5x + 4$  y  $g(x) = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{25}{2}x - 21$

6,

a) Tenemos un dado cúbico con las caras numeradas del 1 al 6, y dos urnas. La urna A contiene tres bolas rojas y dos negras y la urna B contiene cuatro bolas rojas y cinco bolas negras. Lanzamos el dado y si la cara superior muestra un múltiplo de tres extraemos una bola de la urna A, si la cara superior no es múltiplo de tres extraemos la bola de la urna B. Lanzamos el dado y extraemos una bola:

- a.1) ¿Que probabilidad hay de que la bola extraída sea roja?  
 a.2) Si la bola extraída es roja, ¿qué probabilidad hay que de la hayamos sacado de la urna A?  
 b) En una mesa de un restaurante hay 8 personas sentadas para comer. Si la probabilidad de que una persona pida un menú vegetariano es de 0,20, calcular:  
 b.1) La probabilidad de que pidan menú vegetariano dos personas de la mesa.  
 b.2) La probabilidad de que pidan menú no vegetariano al menos 6 personas de la mesa.

AÑO 2024

## MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

## Propuesta A

1. La producción (P) en kg de cierta hortaliza en un invernadero depende de la temperatura (t) del ambiente en dicho invernadero en grados centígrados y viene dada por la expresión

$$P(t) = 2(t + 1)(32 - t).$$

a) ¿Qué producción se obtiene si la temperatura es de 18°C?

b) ¿A qué temperatura se produce la máxima producción? ¿Cuál es esa máxima producción?

2. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

a) Calcula  $A^{-1}(C - B)$

b) Despeja y calcula la matriz X en la ecuación  $AX + B = C$ .

c) ¿Se puede hallar una matriz Y tal que  $YA + B = C$ ?

3. En la función  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 - 6x + 6$  se pide:

a) Calcular los extremos relativos (máximos y mínimos) de la función.

b) Averiguar los puntos de inflexión de la función.

c) Estudiar la curvatura (intervalos de concavidad y convexidad) de la función.

4. Los 30 alumnos y alumnas de un grupo de 4º de ESO cursan una de las tres asignaturas optativas disponibles, Artes Escénicas, Danza y Folklore (AEDF), Francés o Música. Si dos alumnos de Francés se hubiesen matriculado de Música, entonces estas dos asignaturas tendrían el mismo número de alumnos. Si dos alumnos de Música se hubiesen matriculado en AEDF, entonces AEDF tendría el doble del número de alumnos que Música.

a) Plantea el sistema de ecuaciones que permita calcular el número de alumnos matriculado en cada asignatura.

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado.

5. Para 3 puestos de trabajo en los que se pide el grado de Matemáticas se presentan 70 candidatos, de los cuales 45 son mujeres. Calcular la probabilidad de que:

a) Los tres elegidos sean mujeres.

b) Al menos dos de los seleccionados sean hombres.

c) Los tres elegidos sean del mismo sexo.

6. El tiempo que se necesita para resolver un problema de programación lineal sigue una distribución normal de media desconocida y varianza  $\sigma^2 = 36$  minutos<sup>2</sup>. Un profesor ha tomado una muestra de 10 estudiantes y los tiempos empleados en resolver el problema han sido 14, 16, 8, 9, 7, 13, 15, 8, 17 y 10 minutos.

a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo necesario para resolver este tipo de problemas con un nivel de confianza del 97 %.

b) Explica, justificando la respuesta, qué ocurrirá con la amplitud del intervalo si para el mismo nivel de confianza aumentamos el tamaño de muestra.

c) El profesor afirma que el tiempo que tardan en resolver el problema es de 13 minutos. ¿Se puede aceptar la afirmación del profesor con un nivel de confianza del 99 %? Justificar la respuesta.

## Propuesta B

1. Unos grandes almacenes abren a las 10 horas y cierran a las 22 horas. Se ha comprobado que el número de visitantes en cada momento del día puede representarse, en función de la hora,

como:  $N(t) = -t^2 + 36t + 260$ , con  $10 \leq t \leq 22$ .

- ¿Cuántos clientes hay en los almacenes a las 12 de la mañana?
- ¿A qué hora hay la máxima afluencia de clientes? ¿Cuál es el máximo número de clientes que se registran?

2. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} - & 1 & 0 & 2 & 2 & - & 1 & 1 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & - & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- Calcula, si es posible,  $C + AB$ .
- Despeja y calcula la matriz  $X$  tal que  $XC = AB$ .

3. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{si } x < 0 \\ ax + b, & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x - 5, & \text{si } x > 3 \end{cases}$

- Encuentra el valor de los parámetros  $a$ , y  $b$  para que la función sea continua en  $x = 0$  y  $x = 3$
- Representa gráficamente la función para  $a = -1$  y  $b = 1$ .

4. Una empresa fabrica smartwatches y tablets. Los smartwatches requieren 2 horas de trabajo en la sección de ensamblaje y 2 horas en la sección de acabado, mientras que las tablets requieren 3 horas de trabajo en la sección de ensamblaje y 1 hora en la sección de acabado. La empresa tiene 120 horas de trabajo disponibles en la sección de ensamblaje y 100 horas de trabajo disponibles en la sección de acabado y el beneficio por smartwatch es de 40 euros y por tablet es de 45 euros.

- Expresa la función objetivo, escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido.
- Determina el número de smartwatches y tablets que deben fabricarse para que el beneficio sea máximo.

5. En la Facultad de Medicina de Ciudad Real, el 65% de los estudiantes son mujeres y de estas el 60% ha nacido en Castilla-La Mancha. Sin embargo, solo el 40% de los hombres ha nacido en Castilla-La Mancha.

- Elegido al azar un estudiante de entre todos los estudiantes, hombres y mujeres, que hay en la Facultad, ¿cuál es la probabilidad de que haya nacido fuera de Castilla-La Mancha?
- Sabiendo que un estudiante ha nacido en Castilla-La Mancha, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

6. En una granja se ha tomado una muestra aleatoria de 49 gallinas y se ha medido la cantidad de pienso que consumen al día proporcionando una media de 134 gramos. Si se sabe que la cantidad de pienso que consume al día una gallina sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica  $\sigma = 32$  gramos.

- Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional de la cantidad de pienso que consume al día una gallina con un nivel de confianza del 95%
- Explica, justificando la respuesta, qué se podría hacer para conseguir un intervalo de confianza con mayor amplitud para el mismo nivel de confianza.
- En la granja se afirma que la cantidad media de pienso que consume una gallina al día es de 122 gramos. ¿Se puede aceptar tal afirmación con un nivel de confianza del 90%. Justificar la respuesta.

## MATEMÁTICAS

### PROPUESTA A

1. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

- Calcula la matriz inversa de  $A$ .
- Despeja  $X$  en la ecuación matricial  $AX - B = I$  y calcula  $X$ , donde  $I$  es la matriz identidad  $3 \times 3$

2. Sea el siguiente sistema de ecuaciones lineales:  $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ y + z = 0 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$

- Clasifícalo razonadamente e indica el número de soluciones.
- Resuelve razonadamente el sistema anterior, si es posible, e indica el método de resolución empleado.

3. Calcula razonadamente los siguientes límites: a)  $\frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$       b)  $\left(\frac{2x + 1}{2x}\right)^{\frac{x^2 + 1}{x}}$

4. Sea la función  $f(x) = \begin{cases} e^{x-1}, & \text{si } x \leq 1 \\ ax^2, & \text{si } x > 1 \end{cases}$ , con  $a \in \mathbb{R}$ .

a) Determina el valor de  $a$  para que  $f(x)$  sea continua en todo su dominio.

b) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa  $x = -1$ .

5. Sean los vectores  $\vec{u} = (1, -2, 1)$  y  $\vec{v} = (0, 1, a)$ , con  $a \in \mathbb{R}$ .

a) Calcula el valor de  $a$  para que los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sean perpendiculares.

b) Para el valor de  $a$  obtenido en el apartado anterior, calcula la ecuación del plano cuyo vector normal es perpendicular a los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  y que pasa por el punto  $A(1, 0, -1)$ .

6.

a) Un circuito electrónico está formado por tres componentes (C1, C2 y C3) que funcionan de manera independiente. El circuito sólo funciona si las tres componentes lo hacen. Las probabilidades de que cada una de ellas funcione son  $p(C1) = 0,9$  ;  $p(C2) = 0,95$  ;  $p(C3) = 0,99$ .

a.1) ¿Cuál es la probabilidad de que el circuito funcione?

a.2) ¿Cuál es la probabilidad de que alguna componente falle y el circuito no funcione?

b) El tiempo que tarda un cirujano en completar una operación de rodilla se puede representar con una distribución normal de media 45 minutos y desviación típica 10 minutos.

b.1) ¿Cuál es la probabilidad de que la operación se complete en menos de 30 minutos?

b.2) ¿Cuál es la probabilidad de que la operación se complete entre 40 y 50 minutos?

**PROPUESTA B**

B1. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

a) Calcula el determinante de  $AB$ .

b) Despeja  $X$  en la ecuación matricial  $AX - B = 0$  y calcula  $X$ .

2. Sea el siguiente sistema de ecuaciones lineales:  $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y = 0 \\ 2x + y + z = -1 \end{cases}$

a) Clasifícalo razonadamente e indica el número de soluciones.

b) Resuelve razonadamente el sistema anterior, si es posible, e indica el método de resolución empleado.

3. Sea la función  $f(x) = e^x(x^2 + 2x)$ .

a) Estudia sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Estudia sus extremos relativos. ¿Hay alguno de ellos que sea un extremo absoluto?

4. Calcula las siguientes integrales: a)  $\int \frac{1}{\sqrt{3x}} dx$       b)  $\int \frac{x}{x^2 + 3} dx$

5. Sean los vectores  $\vec{u} = (1, 2, 3)$  y  $\vec{v} = (2, a, b)$ , con  $a, b \in \mathbb{R}$

a) Determina los valores de  $a$  y  $b$  para que los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sean paralelos.

b) Calcula la ecuación del plano que es perpendicular al vector  $\vec{u}$  y que pasa por el punto  $A(0, 0, 0)$ .

6.

a) Una urna contiene dos bolas negras, dos blancas y una roja. Se extraen dos bolas al azar sin reemplazamiento.

a.1) ¿Cuál es la probabilidad de que una de las bolas extraída sea roja?

a.2) Si la primera bola extraída es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda bola sea roja?

b) La probabilidad de que un jugador gane una partida a un determinado juego de azar es de  $1/10$ .

Si este jugador juega 6 partidas, calcula:

- b.1) La probabilidad de que no gane ninguna partida.  
b.2) La probabilidad de que gane al menos dos partidas.

### AÑO 2025

#### MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

##### PROPUESTA A

Ejercicio 1. Se lanza una pelota hacia arriba desde una terraza con una elevación  $E$  desde el suelo.

La altura que alcanza depende funcionalmente del tiempo,  $t$ , mediante la fórmula  $h(t) = 10 + 16t - 2t^2$ .

Se pide:

- a) Hallar la elevación  $E$  de la terraza.  
b) ¿En cuánto tiempo alcanza la pelota la máxima altura? ¿Cuál es dicha altura máxima?

Ejercicio 2. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Calcula  $A^{-1}(B + B)$ .  
b) Despeja y calcula la matriz  $X$  en la ecuación  $AX - C = B$   
c) ¿Es posible hallar una matriz  $Y$  tal que  $YA - C = B$ ?

Ejercicio 3. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} ax^2, & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ b - x, & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ x - 1, & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$

- a) Calcula los valores de  $a$  y  $b$  para que  $f(x)$  sea continua en todo el intervalo  $[0, 3]$ .  
b) Representa gráficamente la función  $f(x)$  cuando  $a = 1$  y  $b = 2$ .

Ejercicio 4. Para otorgar un premio literario se sortea, al azar, un jurado formado por tres novelistas entre un conjunto de 50 personas, de las cuales 30 son mujeres. Se pide:

- a) La probabilidad de que el jurado esté formado sólo por mujeres.  
b) La probabilidad de que todas las personas del jurado sean del mismo sexo.  
c) La probabilidad de que haya al menos una persona de cada sexo en el jurado.

##### PROPUESTA B

Ejercicio 1. Un centro de distribución venta online tiene una demanda semanal de productos,  $D$ , que se ajusta a la función  $D(x) = 400x - 50x^2$ , donde  $x$  representa el día de la semana, de lunes a domingo ( $1 \leq x \leq 7$ ).

- a) Calcule qué día de la semana se demandan 600 productos.  
b) Calcule la demanda de un domingo.  
c) Calcule el día de la semana con mayor demanda y cuántos productos son.

Ejercicio 2. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 & 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,

$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Calcula la matriz  $2IA^2B$   
b) Calcula, si es posible, la matriz  $X$  tal que  $AX - I = C^T$ .

Ejercicio 3. Una cafetería universitaria ofrece dos tipos de postres,  $A$  y  $B$ . Para el primero, utiliza 3 litros de leche y 1 kilogramo de azúcar, mientras que para el segundo utiliza 2 litros de leche y 2 kilogramos de azúcar. Ha observado que diariamente necesita al menos 2 postres del tipo  $A$  y 3 postres del tipo  $B$ , y que dispone de 24 litros de leche y 16 kilogramos de azúcar. El beneficio que obtiene por la venta por porciones de un postre de tipo  $A$  es de 15 euros, mientras que por cada postre del tipo  $B$  es de 20 euros.

- a) Expresa la función objetivo.  
b) Expresa, mediante inecuaciones, las restricciones del problema y representa gráficamente la región factible.  
c) Calcule cuántos postres de cada tipo debe hacer para obtener el máximo beneficio.

Ejercicio 4. Se estima que el tiempo, en minutos, de una operación ambulatoria en un centro de salud se

aproxima por una distribución normal con desviación típica  $\sigma = 12$  minutos. Se toma una muestra de 16 pacientes y se observa que la duración media en la muestra es de 25 minutos. Con un nivel de confianza del 95%,

- Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional.
- Explica, justificando la respuesta, cómo se podría obtener un intervalo de confianza con menor amplitud sin modificar el nivel de confianza.
- La gerencia del centro de salud afirma que la duración media de las operaciones ambulatorias es de 32 minutos. ¿Se puede aceptar tal afirmación con un nivel de confianza del 90%? Justificar la respuesta.

## MATEMÁTICAS

## PROPUESTA A

A1. Sea el sistema de ecuaciones  $\begin{cases} x + 3y - 3z = 4 \\ 2x - y + z = 1 \\ 3x + 2y + kz = 5 \end{cases}, k \in \mathbb{R}$ .

- Discute el sistema, indicando claramente el número de soluciones en función de parámetro  $k$
- Resuelve, razonadamente, el sistema de ecuaciones para el valor  $k = 1$ .

A2. Sea la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 9, & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{x^3 - 9x}{x - 3}, & \text{si } x > 3 \end{cases}$

- Estudia la continuidad de la función  $f(x)$  en todo su dominio.
- Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa  $x = 5$ .

A3. Calcula las siguientes integrales: a)  $\int x^2 e^{-x} dx$       b)  $\int \frac{x}{3x^2 + 1} dx$

A4. Sean los vectores  $\vec{u} = (2, 1, 1)$  y  $\vec{v} = (-1, a, 1)$ , con  $a \in \mathbb{R}$ .

- Determina el valor de  $a$  para que los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sean perpendiculares.
- Sean los planos  $\pi_1: x + 2y + z = 1$ ,  $\pi_2: 2x + by + z = 0$ , con  $b \in \mathbb{R}$ . ¿Existe algún valor de  $b$  para el que los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$  sean paralelos? Justifica tu respuesta.
- Calcula la ecuación de la recta perpendicular al plano  $\pi_1$  y que pasa por el punto  $A(0, 0, 1)$  de dicho plano.

## PROPUESTA B

B1. Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 & -1 & -3 & 2 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 1 & -4 & 1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

- Calcula razonadamente el rango de  $B$
- Despeja  $X$  en la ecuación matricial  $-B = 2AX + I$ , donde  $I$  es la matriz identidad  $3 \times 3$ . Calcula el valor de  $X$  que cumple dicha ecuación matricial.

B2. Sea la función  $f(x) = 7 - (x + 1)^3$ .

- Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
- ¿Tiene un punto de inflexión en  $x = -1$ ? Justifica tu respuesta.
- Calcula la ecuación de la recta normal a la gráfica de la función en el punto de abscisa  $x = 0$ .

B3. Calcula razonadamente los siguientes límites: a)  $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x-3}$       b)  $\frac{\sqrt{2-x}-1}{x-1}$

B4.

- Sean los sucesos aleatorios  $A$  y  $B$  tales que se dan las siguientes probabilidades:  $p(A) = 0,2$ ;  $p(A \cup B) = 0,2$ ;  $p(A \cap B) = 0,1$ . Calcula:

a.1)  $p(B)$ ,  $p(A \cap B^c)$  y  $p(A \cup B^c)$ , donde  $B^c$  es el suceso complementario de  $B$ .

a.2)  $p(A/B)$  y  $p(B^c/A)$ .

b) Una empresa decide incluir anuncios publicitarios en la página web de un periódico local. Sabe que la probabilidad de que una persona que visita la página pinche en el anuncio es del 20%. En un momento dado, 8 personas visitan la página. Calcula:

b.1) La probabilidad de que ninguna de ellas pinche en el anuncio.

b.2) La probabilidad de que entre 2 y 4 personas (ambas inclusive) pinchen en el anuncio.