CORRIGE CCP PHYSIQUE PSI 2012

Corrigé proposé par :
Nicole ADLOFF (nicole.adloff0212@orange.fr) et Marc STRUBEL (marc.strubel@wanadoo.fr)
Merci de nous faire part de vos remarques et commentaires !
Ce corrigé peut être diffusé à vos élèves dès 2012.

PROBLEME A :

Le trigger est de Schmitt, c'est comme Dupont et Dupond !

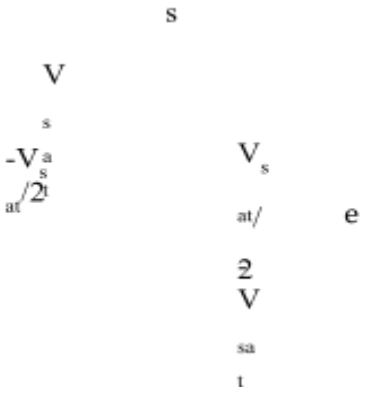
A1. $\varepsilon = V^+ - V^- = V^+$ si $V^+ > 0$ alors $s = +V_{sat}$

A2. Théorème de Millmann en $V^+ = e + s/2$

A3. Basculement de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$ lorsque $\varepsilon = 0$ soit $e = -s/2 = V_{sat} / 2 = V_1$

Basculement de V_{sat} à $-V_{sat}$ lorsque $\varepsilon = 0$ soit $1e = -s/2 = - V_{sat} / 2 = V_2$

A4.



A5. A 13 chiffres : $\sum_{k=0}^{12} 2^k = \frac{2^{13}-1}{2-1} = 2^{13}-1$ = 8 191 ; à 14 chiffres $\sum_{k=0}^{13} 2^k = 2^{14}-1$ = 16 383; à 4 chiffres $\sum_{k=0}^{3} 2^k = 2^4 - 1 = 15$ soit 14 triggers de Schmitt l'état 0 étant réalisé par tous les comparateurs à zéro.

Le comparateur à hystérésis est utilisé pour fabriquer des circuits oscillants.

A6.

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{2\pi}{cT}n_o 2L = \frac{\omega}{c}n_o 2L$$

A7. I_t est max pour un dénominateur mini soit pour cosφ = 1 soit $\varphi_P = 2\pi P$.

A8. I_1 / I_o max = 1 ; I_1 / I_o min = 0,67
I_9 / I_o max = 1 ; I_9 / I_o min = 3.10^{-3}

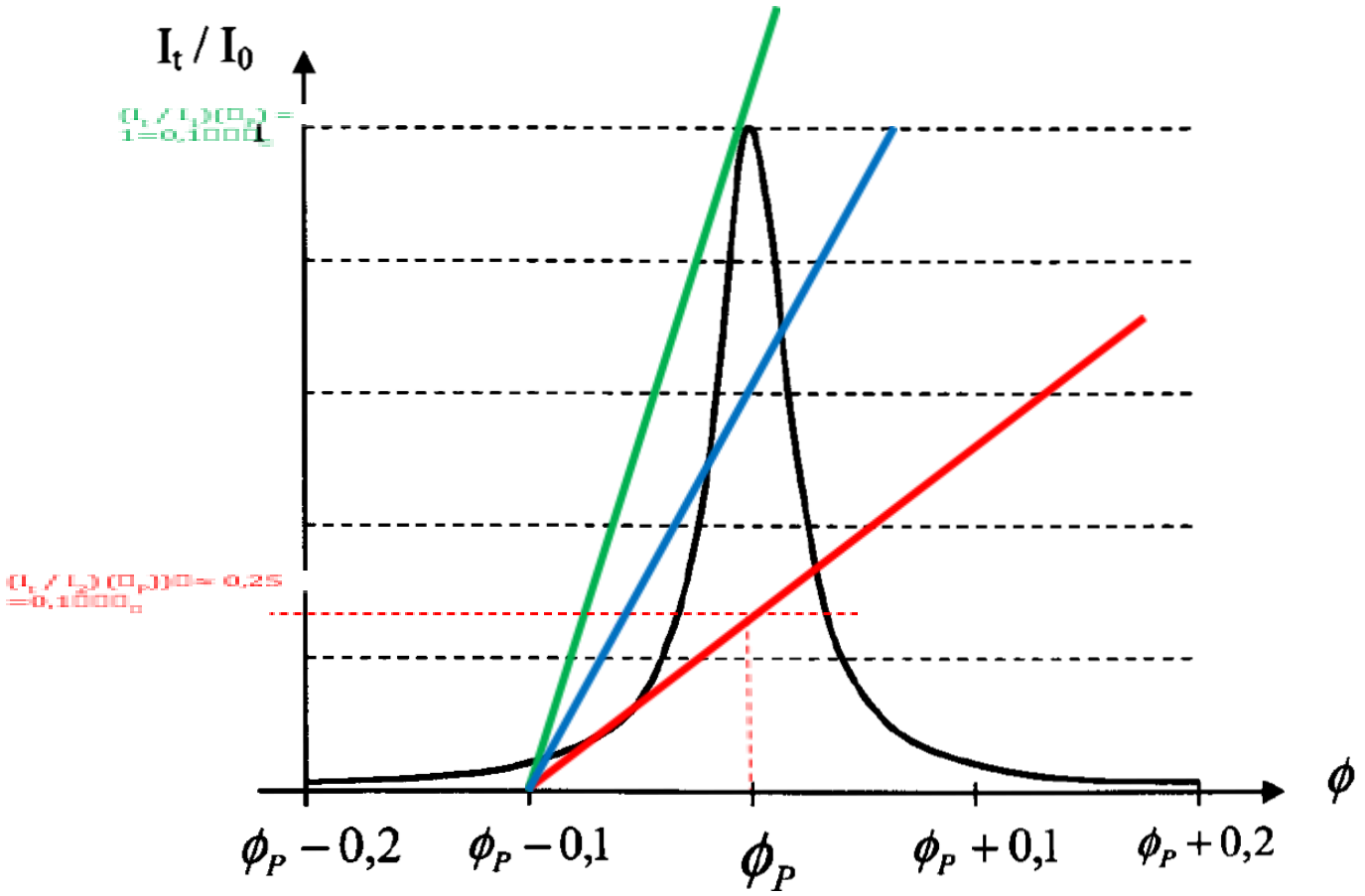
A9. $$\phi = 2k\int_0^L n(x)dx = 2k\int_0^L n_o\left(1+\alpha I(x)\right)dx = 2kn_oL\left(1+\alpha < I >\right)$$

A10. D'où <I> = $\frac{1}{\alpha}\left(\frac{\phi}{2kn_oL}-1\right)$ et $I_t = \xi <I> = \frac{\xi}{\alpha}\left(\frac{\phi}{2kn_oL}-1\right) = \frac{\xi}{\alpha 2kn_oL}\left(\phi - 2kn_oL\right)$ d'où

$I_t = \gamma(\varphi - \varphi_o)$ avec $\gamma = \frac{\xi}{\alpha 2kn_oL}$ et $\phi_o = 2kn_oL$

(erreur d'énoncé γ et φ_o dépendent de k, L, n_o et **ξ** au lieu de k, L, n_o et **λ**)

A11. $I_t = \gamma(\varphi - \varphi_o) = \gamma(\varphi - \varphi_P + 0{,}1)$ et $I_t / I_o = \gamma(\varphi - \varphi_P + 0{,}1) / I_o$ est une droite qui passe par le point (φ_P – 0,1 ; 0) et dont la pente est γ / I_o.

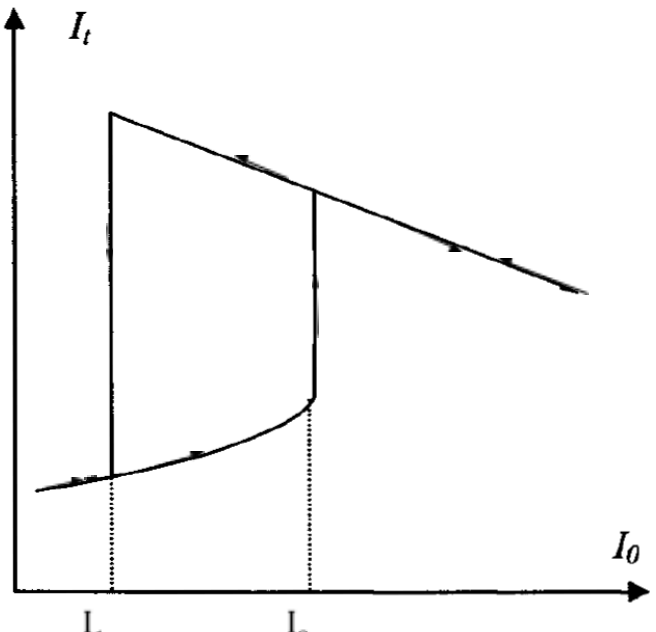


On remarque que si la pente de la droite (It/ I_o) (φ) est inférieure à celle de la droite rouge c'est-à-dire γ / I_o < γ / I_2 donc $I_o > I_2$ (E) n'admet qu'une seule solution φ > φ_p et $I_t / I_o < 0,25$, de même si la pente de la droite (It/ I_o) (φ) est supérieure à celle de la droite verte, c'est-à-dire γ / I_o > γ / I_1 donc $I_o < I_1$ la seule solution possible est φ < φ_p et I_t / I_o est petit.

Dans le cas de la droite bleue c'est-à-dire c'est-à-dire γ / I_2 < γ / I_o < γ / I_1 donc $I_1 < I_o < I_2$ on trouve bien 3 points d'intersection avec la courbe noire, donc 3 solutions.

$I_2 / I_1 = (I_t / I_1) / (I_t / I_2) = 1 / 0,25 = 4$

A12.



On trouve le sens de parcours en analysant la valeur de I_t selon que I_o soit croissante ou décroissante.

A13. Fabrication d'une porte logique optique, conversion de l'intensité lumineuse d'un signal optique en binaire. Le dispositif peut aussi servir à s'affranchir des fluctuations d'intensité dans un lecteur optique numérique.

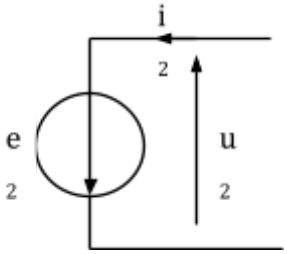
A14. Mettre en cascade un intégrateur puis un inverseur. $\tau = RC$.

A15. On applique le théorème d'Ampère sur un cercle de rayon Rm dans le tore :

$H.2\pi Rm = Ni_1$ ($i_2 = 0$)

Confusion des notations dans l'énoncé entre le rayon r et la résistance r. R doit s'appeler Rm rayon moyen du tore et pas R résistance précédente.

A16. Etant donnée les conventions d'orientation choisies, le secondaire est équivalent à :



La loi de Faraday donne $e_2 = - d\Phi(B) / dt = - N_2 S\, dB / dt = - u_2$

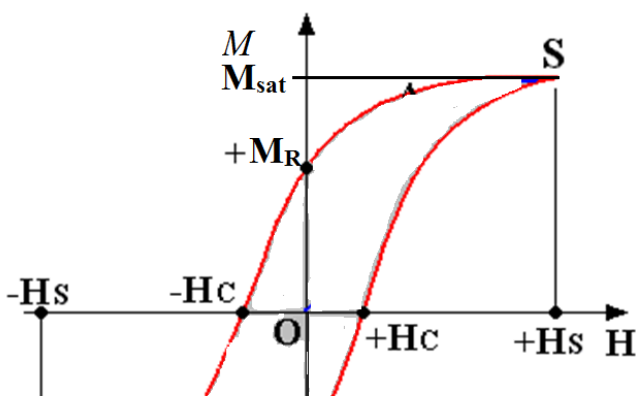
Or $u_s(t) = \frac{1}{\tau}\int u_2(t)dt = \frac{1}{\tau}\int N_2 S \frac{dB}{dt} dt = \frac{N_2 S}{\tau} B(t)$

D'où $B(t) = \frac{N_2 S}{\tau} u_s(t)$; pas de signe – nécessaire…

A17. Le montage est alimenté par un générateur de tension sinusoïdale $u_e(t) = E.\cos(2\pi ft)$.
A l'aide de l'oscilloscope on enregistre la tension u_r aux bornes de r telle que $u_r = ri_1 = r.2\pi Rm.H / N_1$. u_r est donc une image de H. On obtient un tableau de valeurs $u_r(t)$, il suffit de faire le changement de variables pour créer H(t).

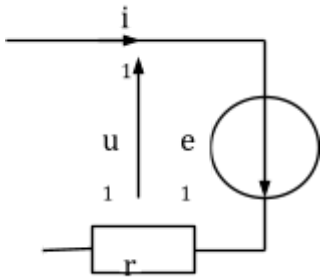
Dans le même temps on enregistre $u_s(t) = N_2 SB(t) / \tau$. u_s est une image de B. On obtient un tableau de valeurs aux mêmes instants que le précédent, il suffit de faire le changement de variable pour avoir B(t).
Il ne reste plus qu'à créer la variable $M(t) = B(t) / \mu_o - H(t)$ et à tracer M(H).

A18.



Avec H_c : champ coercitif
M_R aimantyation rémanente
M_{sat} aimantation à saturarion

A19. Ici u_1 est bien la tension aux bornes du primaire et pas la tension aux bornes de r.
Le circuit équivalent au primaire est



La puissance instantanée reçue par le primaire est

$P(t) = u_1(t).i_1(t) = -e_1(t).2\pi RmH(t)/N_1$

en exprimant e_1 à l'aide de la loi de Faraday

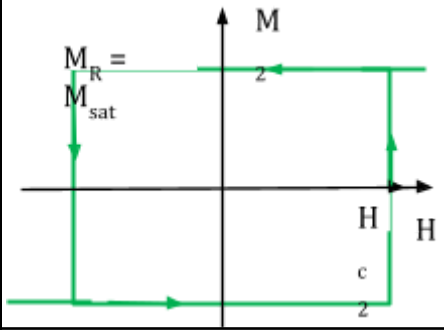
$e_1 = - d\Phi(B) / dt = - N_1 S\, dB(t) / dt$ on en déduit

$P(t) = S.2\pi RmH(t).dB(t)/dt = \mathcal{V} H(t).dB(t)/dt$ où $\mathcal{V}$ est le volume du tore.

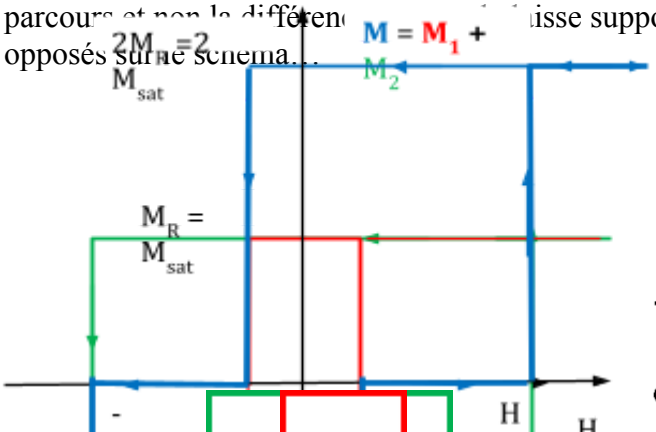
D'où $P_{moy} = \langle P(t) \rangle = \mathcal{V} \frac{1}{T}\int_o^T H(t)\frac{dB(t)}{dt}dt == \mathcal{V}\frac{1}{T}\oint_{cycle} H.dB$

$P_{moy} = \mathcal{V}\frac{1}{T}\oint_{cycle}\mu_o H.dM$ cqfd

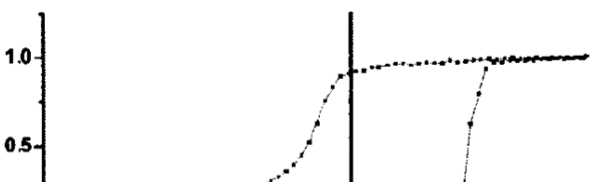
A20. L'aimantation totale est $\vec{M} = \overrightarrow{M_1} + \overrightarrow{M_2}$

D'après l'énoncé le matériau 1 est doux, donc son cycle modélisé par un rectangle est étroit :	D'après l'énoncé le matériau 2 est dur, donc son cycle modélisé aussi par un rectangle est large :
	

D'après le cycle proposé il suffit de faire la somme des deux cycles en respectant le sens de parcours et non la différen isse supposer l'énoncé car les vecteurs M_1 et M_2 sont opposés sur le schéma…



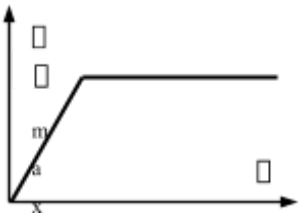
Ce que l'on peut retrouver sur le cycle proposé :



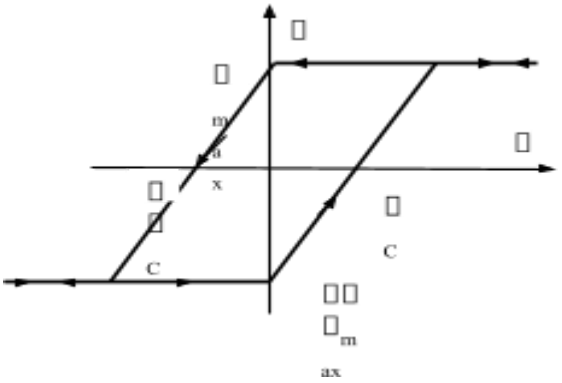
A21. Γ = F.d ; $\delta W = \overrightarrow{F_1}.d\overrightarrow{\ell_1} + \overrightarrow{F_2}.d\overrightarrow{\ell_2} = F\frac{d}{2}d\theta + F\frac{d}{2}d\theta = Fd.d\theta = \Gamma d\theta$ cqfd

A22. Lorsque Γ = Cθ on est dans le domaine élastique, les transformations subies par le ruban sont réversibles.

[C] = N.m (comme Γ)



A23.



le couple coercitif est $\Gamma_C = C\theta_{max.}$

Travail fourni par l'opérateur : $W_{op} = \oint_{cycle}\delta W = \oint_{cycle}\Gamma d\theta = Aire\ du\ cycle$ $= 2\theta_{max}.2\Gamma_C$

$W_{op} = 4\theta_{max}.\Gamma_C = 4C\ \theta_{max}^2$

PROBLEME B

B.1 On applique le pfd à la particule soumise uniquement à la force de Lorentz, $m\vec{a} = q\vec{v} \wedge \vec{B}_o$ et on projette sur les 3 axes :

$m\ddot{x} = qy\dot{B}_o ; m\ddot{y} = -qx\dot{B}_o ; m\ddot{z} = 0$ en intégrant la dernière par rapport au temps $\dot{z} = const = 0$ d'après les conditions initiales, puis en intégrant une 2è fois : z = const = 0 quelque soit t. Le mouvement a donc lieu dans le plan Oxy.

$\left[\frac{qB_o}{m}\right] = \left[\frac{\ddot{x}}{\dot{y}}\right] = s^{-1}$ donc bien homogène à une pulsation, d'où $\frac{dv_x}{dt} = \omega_c v_y ; \frac{dv_y}{dt} = -\omega_c v_x$

B2. $\underline{V} = v_x + jv_y$ donc $\frac{d\underline{V}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} + j\frac{dv_y}{dt} = \omega_C\left(v_y - jv_x\right) = -j\omega_C\underline{V}$ soit $\underline{V}$ solution d'une équation différentielle d'ordre 1 : $\frac{d\underline{V}}{dt} + j\omega_C\underline{V} = 0$ de solution $\underline{V}(t) = \underline{V}(t=0)e^{-j\omega_C t} = v_o e^{-j\omega_C t}$

B3. $\underline{V}(t) = \frac{d\underline{R}}{dt}$ d'où $\underline{R}(t) = \frac{j}{\omega_c} v_o e^{-j\omega_C t} + const$, à t=0 $\underline{R}(t=0) = \frac{j}{\omega_c} v_o + const = 0$, d'où $const = -\frac{j}{\omega_c} v_o$ et $\underline{R}(t) = \frac{j}{\omega_c} v_o \left(e^{-j\omega_C t} - 1\right) = \frac{v_o}{\omega_c}\sin(\omega_C t) + j\frac{v_o}{\omega_c}\left(\cos(\omega_C t) - 1\right)$ soit

$x(t) = \frac{v_o}{\omega_c}\sin(\omega_C t); y(t) = \frac{v_o}{\omega_c}\left(\cos(\omega_C t) - 1\right)$ avec $\sin^2(\omega_C t) + \cos^2(\omega_C t) = 1$

$\left(\frac{\omega_c x(t)}{v_o}\right)^2 + \left(\frac{\omega_c y(t)}{v_o} + 1\right)^2 = 1$ on retrouve l'équation demandée

$x(t)^2 + \left(y(t) + \frac{v_o}{\omega_c}\right)^2 = \left(\frac{v_o}{\omega_c}\right)^2$ équation cartésienne d'un cercle de centre C ($x_C = 0$, $y_C = -v_o/\omega_C$) de rayon $\rho_L = v_o / \omega_C$.

B4. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique : $Ec_B - Ec_A = - qU_{BA}$

B5. $d = 2\rho_L = 2Vm / qB$. d dépend du rapport m/q les ions sont donc triés en fonction de ce rapport.

Les ions étant positifs $U_{BA} = - U$ avec $Ec_A = 0$ on en déduit ½ $mV^2 = qU$ soit $V = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$.
$d_1 / d_2 = V_1 m_1 . q / V_2 m_2 . q = (m_1 / m_2)^{1/2}$.

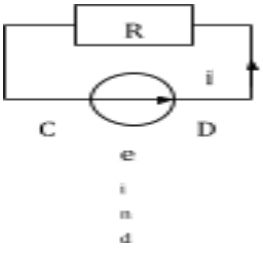
B6. Au repos la barre est soumise à son poids et aux tensions des ressort en C et en D, soit en écrivant le pfd et en le projetant sur l'axe Oz :
(Eq) $- mg + k(l_{éq} - l_o) + k(l_{éq} - l_o) = 0$ d'où $l_{éq} = l_o + mg / 2k$.

B7. La barre CD est assimilable à un circuit mobile dans un champ B stationnaire on calcule donc la fém induite par $e_{ind} = e_{CD} = \int_C^D \left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right) d\vec{\ell} = \int_C^D vB.d\vec{\ell} = vBL$

B8. $\vec{F}_{Lap} = \int_C^D i(t).d\vec{\ell} \wedge \vec{B} = \int_C^D - i(t)B.d\vec{\ell} = -i(t)BL\vec{e}_z$

B9. Lorsque la tige est en mouvement elle est de plus soumise à la force de Laplace, donc l'équation différentielle du mouvement projetée sur Oz donne :
$- mg + 2k(l(t) - l_o) - i(t)BL = mdv/dt$ où l(t) est la longueur des ressorts à l'instant t
Si on soustrait à cette équation l'équation (Eq) à l'équilibre on obtient :
$2 k(l(t) - l_{éq}) - i(t)BL = mdv/dt$ et si le ressort est étiré $l(t) - l_{éq} > 0$ mais l'abscisse de la tige est négative d'où $l(t) - l_{éq} = - z$. Soit $-2 kz(t) - i(t)BL = md^2z / dt^2$

Du point de vue électrocinétique le montage peut être assimilé à l'association en série de e_{ind} et d'une résistance R, d'où $e_{ind} = Ri(t) = BL\, dz/dt$.



D'où l'équation différentielle classique d'un oscillateur amorti :

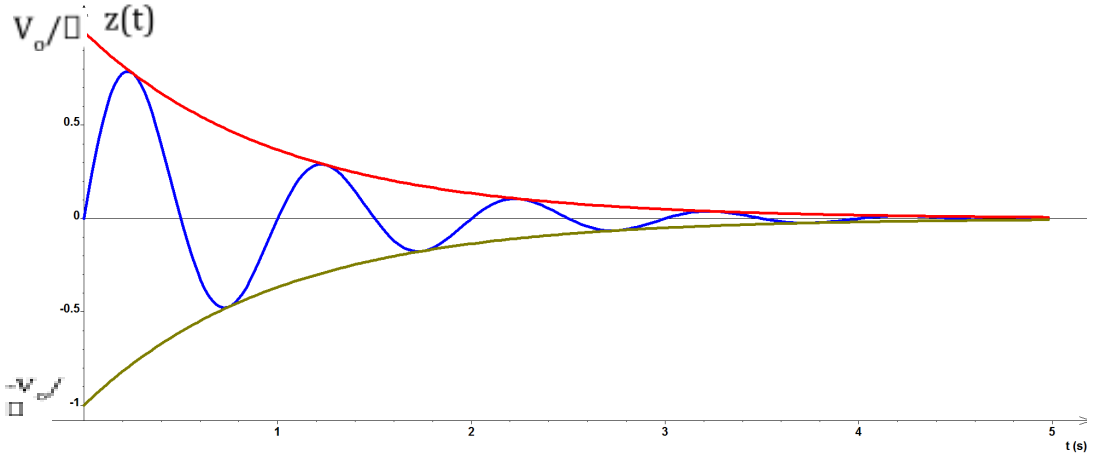
m d^2z/dt^2 = -2 kz(t) –i(t)$(BL)^2$ dz/dt soit avec les notations de l'énoncé $\ddot{z} + 2\alpha\dot{z} + \omega_o^2 z = 0$

B10. L'équation caractéristique est $r^2 + 2\alpha r + \omega_o^2 = 0$ de discriminant réduit $\alpha^2 - \omega_o^2 = -\gamma^2 < 0$ donc le régime est pseudopériodique.

Les racines sont $r = -\alpha \pm j\gamma$ donc $z(t) = e^{-\alpha t}(A\cos\gamma t + B\sin\gamma t)$ avec z(t=0) = 0 soit A = 0 d'où

$dz/dt = e^{-\alpha t} B\,(\gamma\cos\gamma t - \alpha\sin\gamma t)$ et en t = 0 $dz/dt = V_o = B\gamma$ d'où $B = V_o/\gamma$

donc $z(t) = (V_o/\gamma)\, e^{-\alpha t}\sin(\gamma t)$.



B11. A partir de l'équation mécanique (M) du système multipliée par v(t) on obtient une puissance instantantanée :

(M)*v(t) : [-2 kz(t) –i(t)BL = mdv /dt]*v(t)

$-2kd(z^2/2)/dt + F_{Lap}.v = m\, d(v^2/2)/dt$

Soit $d(Ec + kz^2) = -\mathcal{P}_{lap}\,.\,dt = \delta W_{Lap}$ où $\mathcal{P}_{Lap}$ est la puissance des forces de Laplace.

d'où $W_{Lap} = (Ec_f + kz_f^2) - (Ec_i + kz_i^2)$ avec $z_i = z_f = 0$; $Ec_f = 0$ et $Ec_i = mV_o^2/2$ d'où

$W_{Lap} = -Ec_i = -mV_o^2/2$.

Sachant que $e_{ind} = Ri = vBL$ la puissance dissipée par effet Joule est

$Ri^2 = vBLi = -F_{Lap}.v = -\mathcal{P}_{Lap}$ et donc l'énergie dissipée par effet Joule = W_{Lap}.

B12. Equation de Maxwell Ampère : $\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_o \vec{j}$ donc $\left[\frac{B}{L}\right] = [\mu_o j]$ et

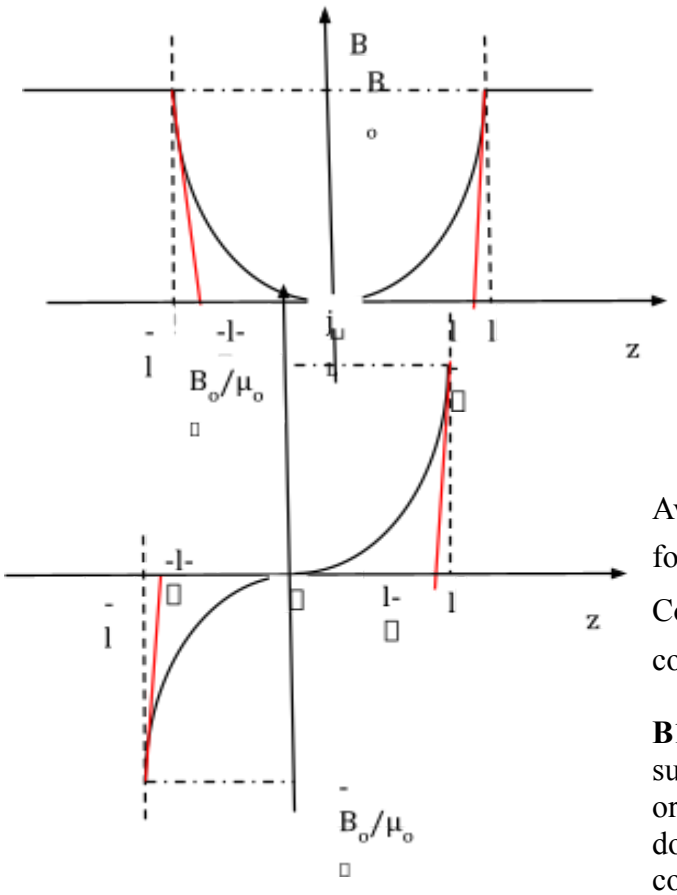
$[\Lambda^2] = \left[\frac{B}{\mu_o j/L}\right] = \left[\frac{B}{B/L^2}\right] = L^2$. Λ a donc les dimensions d'une longueur.

B13. Sachant que $\vec{B}(M,t) = B(z)\,\vec{e_z}$ on calcule $\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_o \vec{j}_L$ et on trouve $\frac{dB}{dz} = \mu_o j_L(z)$ avec le vecteur j_L colinéaire à y. Comme B ne dépend que de z il en est de même pour j_L.

Puis à partir de $\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{j_L} = -\frac{\underline{\vec{B}}}{\mu_o \Lambda^2}$ on trouve $\frac{dj_L}{dz} = \frac{B(z)}{\mu_o \Lambda^2}$ soit $\frac{d^2B}{dz^2} - \frac{1}{\Lambda^2} B(z) = 0$

B14. La relation de passage du champ magnétique est $\underline{\vec{B}}(z=0+) - \underline{\vec{B}}(z=0-) = \mu_o \overrightarrow{j_S} \wedge \overrightarrow{e_z}$ sachant qu'il n'y a pas de courants superficiels, on en déduit la continuité du champ magnétique à l'interface. $\underline{\vec{B}}(\square) = \underline{\vec{B}}(-\square) = \underline{\vec{B}}_o$

B15. B(z) = A ch(z/Λ) + C sh(z/Λ) , comme la fonction est paire par raison de symétrie C = 0 et $B(\square) = B(-\square) = B_o$ d'où A = B_o / ch(□ /Λ) et B(z) = B_o ch(z/Λ) / ch(□ /Λ)



B16. Comme □ /Λ >> 1 B_o / ch(□ /Λ) ≈ B_o.exp(- □ /Λ) donc B(0) → 0 et $B(\square) = B_o$

Le champ magnétique pénètre dans le métal sur une très petite épaisseur Λ, épaisseur de peau.

B17. On reprend l'expression vue à la question B13 : $\frac{dB}{dz} = \mu_o j_L(z)$ d'où $j_L(z) = B_o \, sh(z/\Lambda) / \mu_o \Lambda \, ch(\square/\Lambda)$.

Avec $j_L(z=0) = 0$ et $j_L(z=l) \approx B_o / \mu_o \Lambda$. La fonction est impaire.

Comme Λ est très faible les courants sont concentrés à la surface du matériau.

B18. On peut supposer j_L orthoradial, B_o doit être colinéaire à la génératrice du cylindre et la force de Laplace doit s'opposer au poids…La force de Laplace n'est pas nulle car B_o n'est pas uniforme.

