

CORRIGE CCP PHYSIQUE PSI 2012

Corrigé proposé par :

Nicole ADLOFF (nicole.adloff0212@orange.fr) et Marc STRUBEL (marc.strubel@wanadoo.fr)

Merci de nous faire part de vos remarques et commentaires !

Ce corrigé peut être diffusé à vos élèves dès 2012.

PROBLEME A :

Le trigger est de Schmitt, c'est comme Dupont et Dupond !

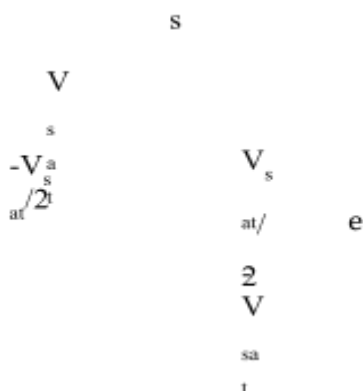
A1. $\varepsilon = V^+ - V^- = V^+$ si $V^+ > 0$ alors $s = + V_{\text{sat}}$

A2. Théorème de Millmann en $V^+ = e + s/2$

A3. Basculement de $-V_{\text{sat}}$ à $+V_{\text{sat}}$ lorsque $\varepsilon = 0$ soit $e = -s/2 = V_{\text{sat}} / 2 = V_1$

Basculement de V_{sat} à $-V_{\text{sat}}$ lorsque $\varepsilon = 0$ soit $e = -s/2 = -V_{\text{sat}} / 2 = V_2$

A4.



A5. A 13 chiffres : $\sum_{k=0}^{12} 2^k = \frac{2^{13} - 1}{2 - 1} = 2^{13} - 1 = 8\,191$; à 14 chiffres $\sum_{k=0}^{13} 2^k = 2^{14} - 1 = 16\,383$;

à 4 chiffres $\sum_{k=0}^3 2^k = 2^4 - 1 = 15$ soit 14 triggers de Schmitt l'état 0 étant réalisé par tous les comparateurs à zéro.

Le comparateur à hystérésis est utilisé pour fabriquer des circuits oscillants.

A6.

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{cT} n_o 2L = \frac{\omega}{c} n_o 2L$$

A7. I_t est max pour un dénominateur mini soit pour $\cos\varphi = 1$ soit $\varphi_p = 2\pi P$.

A8. $I_1 / I_o \text{ max} = 1$; $I_1 / I_o \text{ min} = 0,67$
 $I_9 / I_o \text{ max} = 1$; $I_9 / I_o \text{ min} = 3.10^{-3}$

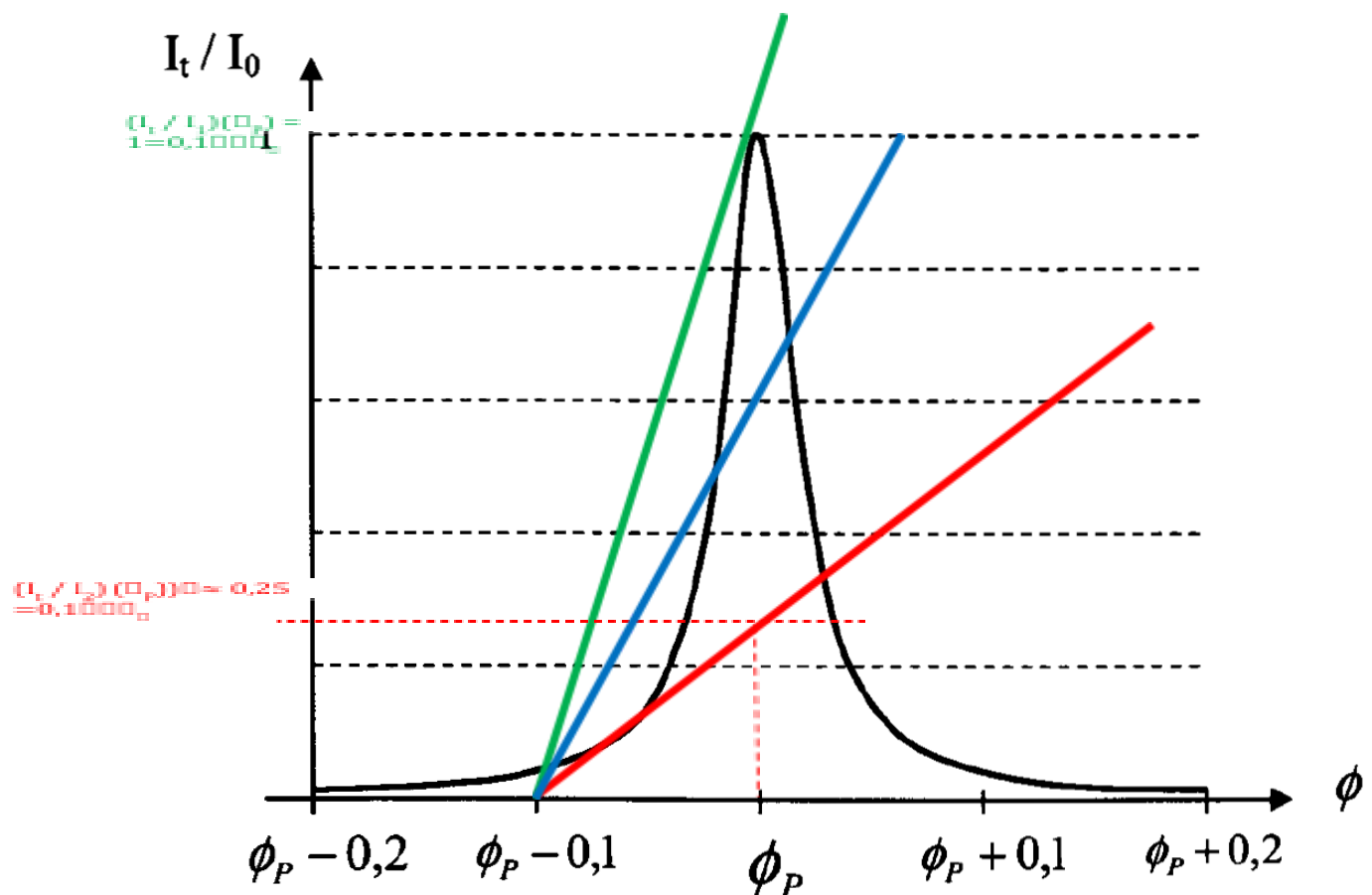
A9.
$$\phi = 2k \int_0^L n(x) dx = 2k \int_0^L n_o (1 + \alpha I(x)) dx = 2kn_o L (1 + \alpha \langle I \rangle)$$

A10. D'où $\langle I \rangle = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\phi}{2kn_o L} - 1 \right)$ et $I_t = \xi \langle I \rangle = \frac{\xi}{\alpha} \left(\frac{\phi}{2kn_o L} - 1 \right) = \frac{\xi}{\alpha 2kn_o L} (\phi - 2kn_o L)$ d'où

$$I_t = \gamma(\varphi - \varphi_o) \text{ avec } \gamma = \frac{\xi}{\alpha 2kn_o L} \text{ et } \phi_o = 2kn_o L$$

(erreur d'énoncé γ et φ_o dépendent de k , L , n_o et ξ au lieu de k , L , n_o et λ)

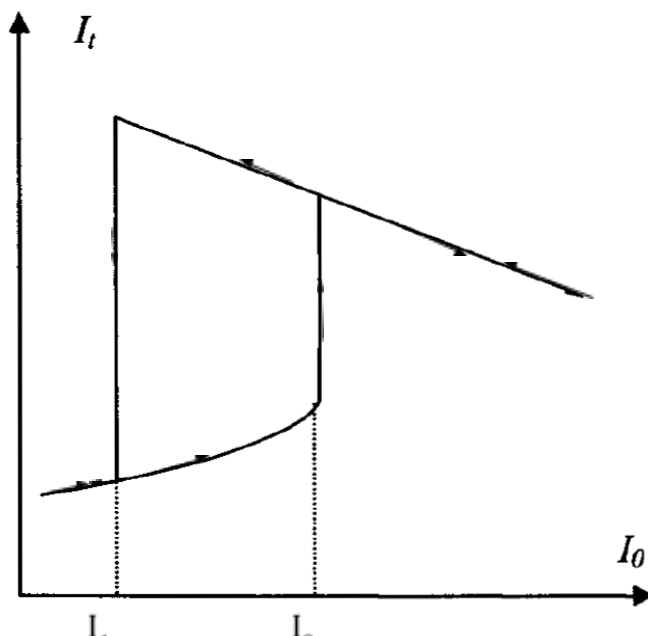
A11. $I_t = \gamma(\varphi - \varphi_o) = \gamma(\varphi - \varphi_p + 0,1)$ et $I_t / I_o = \gamma(\varphi - \varphi_p + 0,1) / I_o$ est une droite qui passe par le point $(\varphi_p - 0,1 ; 0)$ et dont la pente est γ / I_o .



On remarque que si la pente de la droite $(I_t / I_0)(\phi)$ est inférieure à celle de la droite rouge c'est-à-dire $\gamma / I_0 < \gamma / I_2$ donc $I_0 > I_2$ (E) n'admet qu'une seule solution $\phi > \phi_P$ et $I_t / I_0 < 0,25$, de même si la pente de la droite $(I_t / I_0)(\phi)$ est supérieure à celle de la droite verte, c'est-à-dire $\gamma / I_0 > \gamma / I_1$ donc $I_0 < I_1$ la seule solution possible est $\phi < \phi_P$ et I_t / I_0 est petit. Dans le cas de la droite bleue c'est-à-dire $\gamma / I_2 < \gamma / I_0 < \gamma / I_1$ donc $I_1 < I_0 < I_2$ on trouve bien 3 points d'intersection avec la courbe noire, donc 3 solutions.

$$I_2 / I_1 = (I_t / I_1) / (I_t / I_2) = 1 / 0,25 = 4$$

A12.



On trouve le sens de parcours en analysant la valeur de I_t selon que I_0 soit croissante ou décroissante.

A13. Fabrication d'une porte logique optique, conversion de l'intensité lumineuse d'un signal optique en binaire. Le dispositif peut aussi servir à s'affranchir des fluctuations d'intensité dans un lecteur optique numérique.

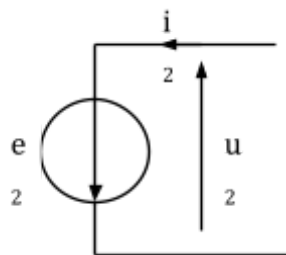
A14. Mettre en cascade un intégrateur puis un inverseur. $\tau = RC$.

A15. On applique le théorème d'Ampère sur un cercle de rayon R_m dans le tore :

$$H \cdot 2\pi R_m = N i_1 \quad (i_2 = 0)$$

Confusion des notations dans l'énoncé entre le rayon r et la résistance r . R doit s'appeler R_m rayon moyen du tore et pas R résistance précédente.

A16. Etant donnée les conventions d'orientation choisies, le secondaire est équivalent à :



La loi de Faraday donne $e_2 = - d\Phi(B) / dt = - N_2 S dB / dt = - u_2$

$$\text{Or } u_s(t) = \frac{1}{\tau} \int u_2(t) dt = \frac{1}{\tau} \int N_2 S \frac{dB}{dt} dt = \frac{N_2 S}{\tau} B(t)$$

$$\text{D'où } B(t) = \frac{N_2 S}{\tau} u_s(t) ; \text{ pas de signe - nécessaire...}$$

A17. Le montage est alimenté par un générateur de tension sinusoïdale $u_e(t) = E \cdot \cos(2\pi ft)$.

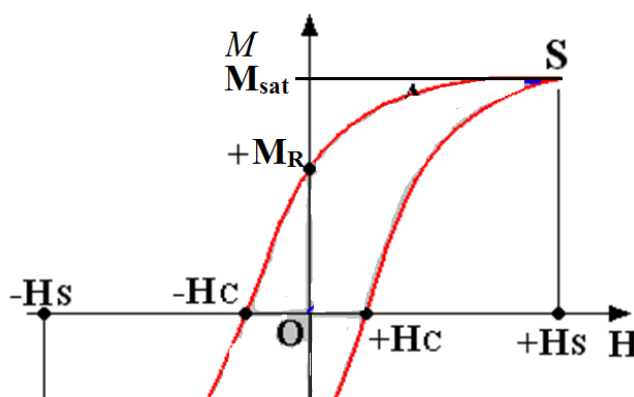
A l'aide de l'oscilloscope on enregistre la tension u_r aux bornes de r telle que

$u_r = r i_1 = r \cdot 2\pi R_m \cdot H / N_1$. u_r est donc une image de H . On obtient un tableau de valeurs $u_r(t)$, il suffit de faire le changement de variables pour créer $H(t)$.

Dans le même temps on enregistre $u_s(t) = N_2 S B(t) / \tau$. u_s est une image de B . On obtient un tableau de valeurs aux mêmes instants que le précédent, il suffit de faire le changement de variable pour avoir $B(t)$.

Il ne reste plus qu'à créer la variable $M(t) = B(t) / \mu_0 - H(t)$ et à tracer $M(H)$.

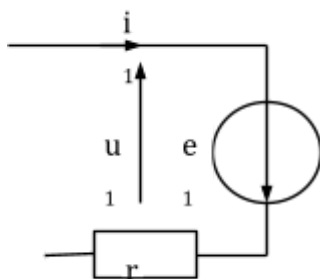
A18.



Avec H_c : champ coercitif
 M_R aimantation rémanente
 M_{sat} aimantation à saturation

A19. Ici u_1 est bien la tension aux bornes du primaire et pas la tension aux bornes de r .

Le circuit équivalent au primaire est



La puissance instantanée reçue par le primaire est

$$P(t) = u_1(t) \cdot i_1(t) = -e_1(t) \cdot 2\pi R_m H(t) / N_1$$

en exprimant e_1 à l'aide de la loi de Faraday

$$e_1 = -d\Phi(B) / dt = -N_1 S dB(t) / dt \text{ on en déduit}$$

$$P(t) = S \cdot 2\pi R_m H(t) \cdot dB(t) / dt = \mathcal{V} H(t) \cdot dB(t) / dt \text{ où } \mathcal{V} \text{ est le volume du tore.}$$

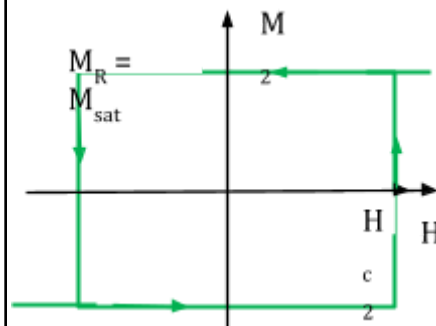
$$\text{D'où } P_{\text{moy}} = \langle P(t) \rangle = \mathcal{V} \frac{1}{T} \int_0^T H(t) \frac{dB(t)}{dt} dt = \mathcal{V} \frac{1}{T} \oint_{\text{cycle}} H \cdot dB$$

$$P_{\text{moy}} = \mathcal{V} \frac{1}{T} \oint_{\text{cycle}} \mu_0 H \cdot dM \quad \text{cqfd}$$

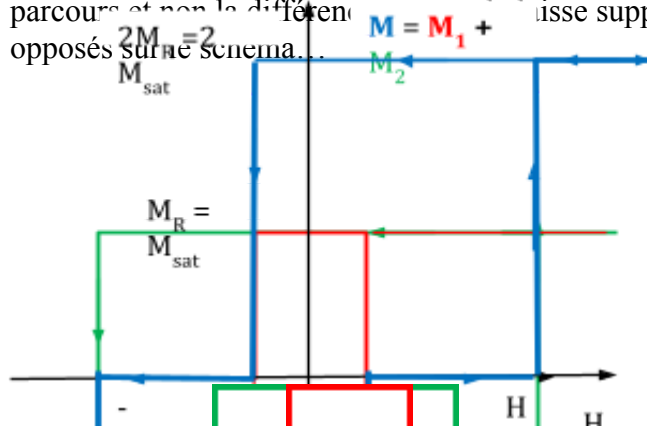
A20. L'aimantation totale est $\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$

D'après l'énoncé le matériau 1 est doux, donc son cycle modélisé par un rectangle est étroit :

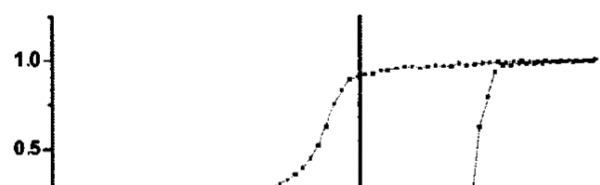
D'après l'énoncé le matériau 2 est dur, donc son cycle modélisé aussi par un rectangle est large :



D'après le cycle proposé il suffit de faire la somme des deux cycles en respectant le sens de parcours et non le différen. (Note: The text is partially obscured and seems to be a mix of French and English.)



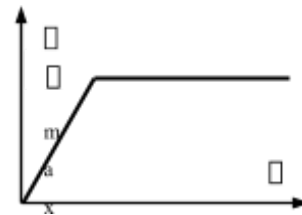
Ce que l'on peut retrouver sur le cycle proposé :



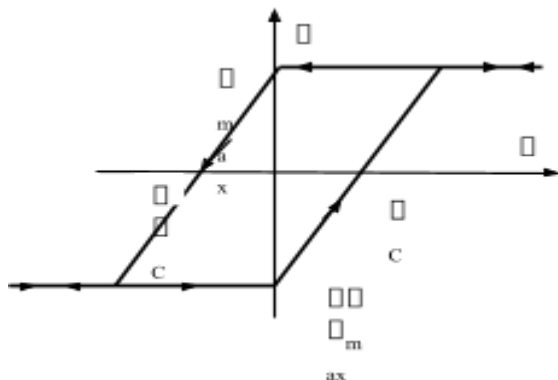
A21. $\Gamma = F.d$; $\delta W = \vec{F}_1.d\vec{x}_1 + \vec{F}_2.d\vec{x}_2 = F \frac{d}{2} d\theta + F \frac{d}{2} d\theta = Fd.d\theta = \Gamma d\theta$ cqfd

A22. Lorsque $\Gamma = C\theta$ on est dans le domaine élastique, les transformations subies par le ruban sont réversibles.

$[C] = \text{N.m}$ (comme Γ)



A23.



le couple coercitif est $\Gamma_C = C\theta_{\max}$.

Travail fourni par l'opérateur : $W_{\text{op}} =$

$$\oint_{\text{cycle}} \delta W = \oint_{\text{cycle}} \Gamma d\theta = \text{Aire du cycle} = 2\theta_{\max} \cdot 2\Gamma_C$$

$$W_{\text{op}} = 4\theta_{\max} \cdot \Gamma_C = 4C \theta_{\max}^2$$

PROBLEME B

B.1 On applique le pfd à la particule soumise uniquement à la force de Lorentz,

$$m\vec{a} = q\vec{v} \wedge \vec{B}_o \quad \text{et on projette sur les 3 axes :}$$

$$m\dot{x} = qyB_o; m\dot{y} = -qx B_o; m\dot{z} = 0 \quad \text{en intégrant la dernière par rapport au temps } z = \text{const} = 0$$

d'après les conditions initiales, puis en intégrant une 2^e fois : $z = \text{const} = 0$ quelque soit t . Le mouvement a donc lieu dans le plan Oxy.

$$\left[\frac{qB_o}{m} \right] = \left[\frac{\ddot{x}}{y} \right] = s^{-1} \quad \text{donc bien homogène à une pulsation, d'où} \quad \frac{dv_x}{dt} = \omega_c v_y; \frac{dv_y}{dt} = -\omega_c v_x$$

B2. $\underline{V} = v_x + jv_y$ donc $\frac{d\underline{V}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} + j \frac{dv_y}{dt} = \omega_c (v_y - jv_x) = -j\omega_c \underline{V}$ soit $\underline{V}$ solution d'une

équation différentielle d'ordre 1 : $\frac{d\underline{V}}{dt} + j\omega_c \underline{V} = 0$ de solution

$$\underline{V}(t) = \underline{V}(t=0)e^{-j\omega_c t} = v_o e^{-j\omega_c t}$$

B3. $\underline{V}(t) = \frac{d\underline{R}}{dt}$ d'où $\underline{R}(t) = \frac{j}{\omega_c} v_o e^{-j\omega_c t} + \text{const}$, à $t=0$ $\underline{R}(t=0) = \frac{j}{\omega_c} v_o + \text{const} = 0$, d'où

$\text{const} = -\frac{j}{\omega_c} v_o$ et $\underline{R}(t) = \frac{j}{\omega_c} v_o (e^{-j\omega_c t} - 1) = \frac{v_o}{\omega_c} \sin(\omega_c t) + j \frac{v_o}{\omega_c} (\cos(\omega_c t) - 1)$ soit

$x(t) = \frac{v_o}{\omega_c} \sin(\omega_c t); y(t) = \frac{v_o}{\omega_c} (\cos(\omega_c t) - 1)$ avec $\sin^2(\omega_c t) + \cos^2(\omega_c t) = 1$

$\left(\frac{\omega_c x(t)}{v_o} \right)^2 + \left(\frac{\omega_c y(t)}{v_o} + 1 \right)^2 = 1$ on retrouve l'équation demandée

$x(t)^2 + \left(y(t) + \frac{v_o}{\omega_c} \right)^2 = \left(\frac{v_o}{\omega_c} \right)^2$ équation cartésienne d'un cercle de centre

C ($x_C = 0, y_C = -v_o/\omega_c$) de rayon $\rho_L = v_o / \omega_c$.

B4. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique : $E_{cB} - E_{cA} = -qU_{BA}$

B5. $d = 2\rho_L = 2V_m / qB$. d dépend du rapport m/q les ions sont donc triés en fonction de ce rapport.

Les ions étant positifs $U_{BA} = -U$ avec $E_{cA} = 0$ on en déduit $\frac{1}{2} mV^2 = qU$ soit $V = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$.
 $d_1 / d_2 = V_1 m_1 \cdot q / V_2 m_2 \cdot q = (m_1 / m_2)^{1/2}$.

B6. Au repos la barre est soumise à son poids et aux tensions des ressort en C et en D, soit en écrivant le pfd et en le projetant sur l'axe Oz :

(Eq) $-mg + k(l_{\text{eq}} - l_o) + k(l_{\text{eq}} - l_o) = 0$ d'où $l_{\text{eq}} = l_o + mg / 2k$.

B7. La barre CD est assimilable à un circuit mobile dans un champ B stationnaire on calcule

donc la fém induite par $e_{\text{ind}} = e_{\text{CD}} = \int_C^D (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{\ell} = \int_C^D vB \cdot d\ell = vBL$

B8. $F_{\text{Lap}} = \int_C^D i(t) \cdot d\vec{\ell} \wedge \vec{B} = \int_C^D -i(t)B \cdot d\vec{\ell} = -i(t)BL \vec{e}_z$

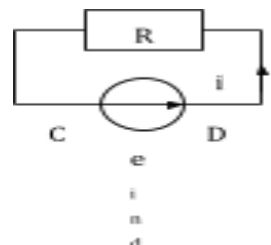
B9. Lorsque la tige est en mouvement elle est de plus soumise à la force de Laplace, donc l'équation différentielle du mouvement projetée sur Oz donne :

$-mg + 2k(l(t) - l_o) - i(t)BL = m dv/dt$ où $l(t)$ est la longueur des ressorts à l'instant t

Si on soustrait à cette équation l'équation (Eq) à l'équilibre on obtient :

$2k(l(t) - l_{\text{eq}}) - i(t)BL = m dv/dt$ et si le ressort est étiré $l(t) - l_{\text{eq}} > 0$ mais l'abscisse de la tige est négative d'où $l(t) - l_{\text{eq}} = -z$. Soit $-2kz(t) - i(t)BL = m d^2z / dt^2$

Du point de vue électrocinétique le montage peut être assimilé à l'association en série de e_{ind} et d'une résistance R, d'où $e_{\text{ind}} = Ri(t) = BL dz/dt$.



D'où l'équation différentielle classique d'un oscillateur amorti :

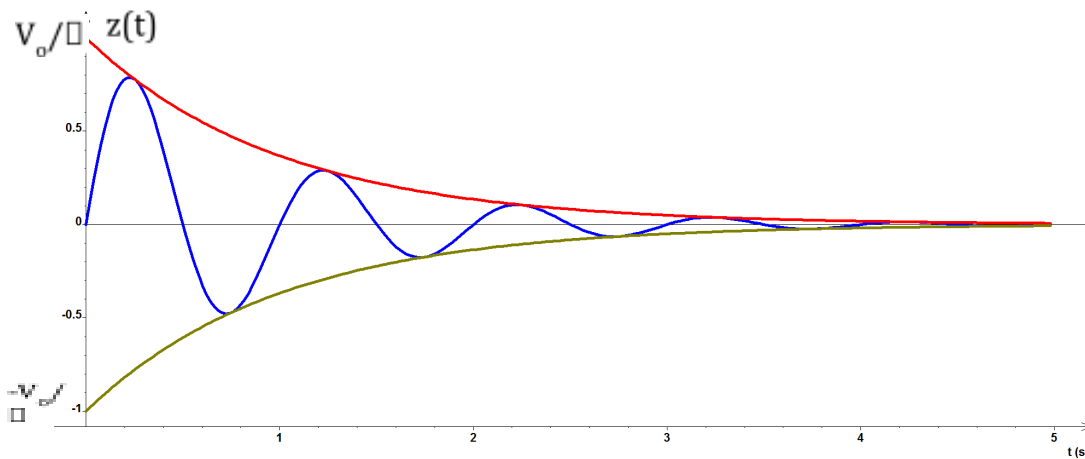
$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -2kz(t) - i(t)(BL)^2 \frac{dz}{dt} \text{ soit avec les notations de l'énoncé } \frac{d^2 z}{dt^2} + 2\alpha \frac{dz}{dt} + \omega_o^2 z = 0$$

B10. L'équation caractéristique est $r^2 + 2\alpha r + \omega_o^2 = 0$ de discriminant réduit $\alpha^2 - \omega_o^2 = -\gamma^2 < 0$ donc le régime est pseudopériodique.

Les racines sont $r = -\alpha \pm j\gamma$ donc $z(t) = e^{-\alpha t}(A \cos \gamma t + B \sin \gamma t)$ avec $z(t=0) = 0$ soit $A = 0$ d'où

$$\frac{dz}{dt} = e^{-\alpha t} B (\gamma \cos \gamma t - \alpha \sin \gamma t) \text{ et en } t = 0 \frac{dz}{dt} = V_o = B\gamma \text{ d'où } B = V_o / \gamma$$

$$\text{donc } z(t) = (V_o / \gamma) e^{-\alpha t} \sin(\gamma t).$$



B11. A partir de l'équation mécanique (M) du système multipliée par $v(t)$ on obtient une puissance instantanée :

$$(M) \cdot v(t) : [-2kz(t) - i(t)BL] = m \frac{dv}{dt} \cdot v(t)$$

$$-2k \frac{d}{dt} \left(\frac{z^2}{2} \right) + F_{Lap} \cdot v = m \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{2} \right)$$

$$\text{Soit } d(E_c + kz^2) = -\mathcal{P}_{Lap} \cdot dt = \delta W_{Lap} \text{ où } \mathcal{P}_{Lap} \text{ est la puissance des forces de Laplace.}$$

$$\text{d'où } W_{Lap} = (E_{cf} + kz_f^2) - (E_{ci} + kz_i^2) \text{ avec } z_i = z_f = 0 ; E_{cf} = 0 \text{ et } E_{ci} = mV_o^2 / 2 \text{ d'où } W_{Lap} = -E_{ci} = -mV_o^2 / 2.$$

Sachant que $e_{ind} = Ri = vBL$ la puissance dissipée par effet Joule est

$$Ri^2 = vBLi = -F_{Lap} \cdot v = -\mathcal{P}_{Lap} \text{ et donc l'énergie dissipée par effet Joule } = W_{Lap}.$$

B12. Equation de Maxwell Ampère : $\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_o \vec{j}$ donc $\left[\frac{B}{L} \right] = [\mu_o j]$ et

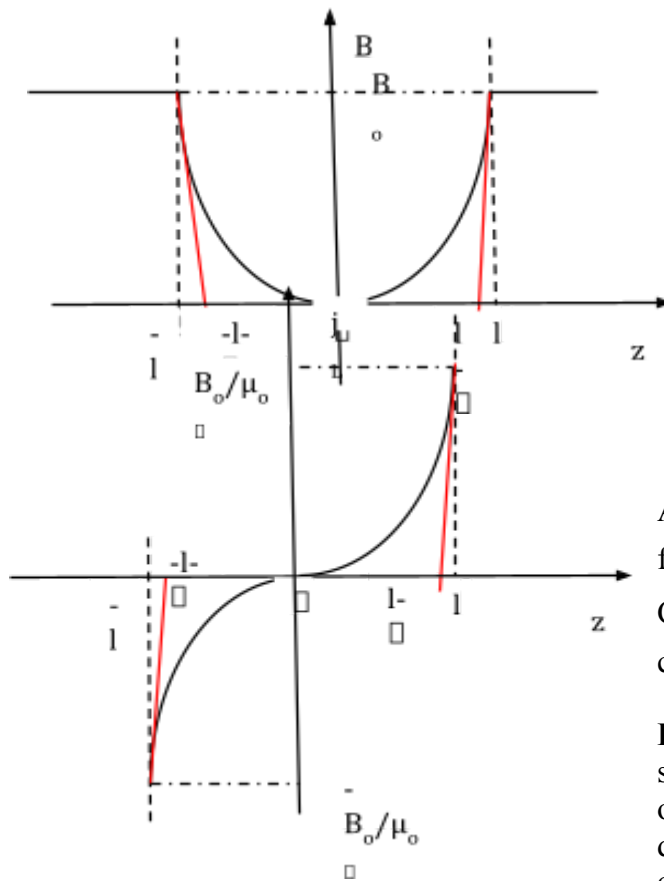
$$[\Lambda^2] = \left[\frac{B}{\mu_o j / L} \right] = \left[\frac{B}{B / L^2} \right] = L^2. \Lambda \text{ a donc les dimensions d'une longueur.}$$

B13. Sachant que $\vec{B}(M, t) = B(z) \vec{e}_z$ on calcule $\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_o \vec{j}_L$ et on trouve $\frac{dB}{dz} = \mu_o j_L(z)$ avec le vecteur j_L colinéaire à y . Comme B ne dépend que de z il en est de même pour j_L .

Puis à partir de $\vec{\text{rot}} \vec{j}_L = -\frac{\vec{B}}{\mu_o \Lambda^2}$ on trouve $\frac{dj_L}{dz} = \frac{B(z)}{\mu_o \Lambda^2}$ soit $\frac{d^2 B}{dz^2} - \frac{1}{\Lambda^2} B(z) = 0$

B14. La relation de passage du champ magnétique est $\vec{B}(z=0+) - \vec{B}(z=0-) = \mu_o \vec{j}_S \wedge \vec{e}_z$ sachant qu'il n'y a pas de courants superficiels, on en déduit la continuité du champ magnétique à l'interface. $B(0) = B(0) = B_o$

B15. $B(z) = A \text{ch}(z/\Lambda) + C \text{sh}(z/\Lambda)$, comme la fonction est paire par raison de symétrie $C = 0$ et $B(0) = B(-0) = B_o$ d'où $A = B_o / \text{ch}(\Lambda/\Lambda)$ et $B(z) = B_o \text{ch}(z/\Lambda) / \text{ch}(\Lambda/\Lambda)$



B16. Comme $\Lambda/\Lambda \gg 1$ $B_o / \text{ch}(\Lambda/\Lambda) \approx B_o \cdot \exp(-\Lambda/\Lambda)$ donc $B(0) \rightarrow 0$ et $B(\Lambda) = B_o$

Le champ magnétique pénètre dans le métal sur une très petite épaisseur Λ , épaisseur de peau.

B17. On reprend l'expression vue à la question B13 : $\frac{dB}{dz} = \mu_o j_L(z)$ d'où $j_L(z) = B_o \text{sh}(z/\Lambda) / \mu_o \Lambda \text{ch}(\Lambda/\Lambda)$.

Avec $j_L(z=0) = 0$ et $j_L(z=\Lambda) \approx B_o / \mu_o \Lambda$. La fonction est impaire.

Comme Λ est très faible les courants sont concentrés à la surface du matériau.

B18. On peut supposer j_L orthoradial, B_o doit être colinéaire à la

génératrice du cylindre et la force de Laplace doit s'opposer au poids...La force de Laplace n'est pas nulle car B_o n'est pas uniforme.

