Записать всё в конспект. Решить домашнее задание. Не высылать, проверка на уроке.

Иррациональные уравнения

Иррациональное уравнение – это уравнение, содержащее переменную под знаком корня.

Решается иррациональное уравнение возведением обеих частей уравнения в степень корня.

Если уравнение чётной степени, то необходимо находить область допустимых значений (ОДЗ).

$$\sqrt[n]{f(x)} = g(x)$$

$$\Downarrow$$

$$\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)^n = g^n(x)$$

$$f(x) = g^n(x)$$

Примеры:

1. $\sqrt{2x-3} = 5$

$\left(\sqrt{2x-3}\right)^2 = 5^2$

$2x - 3 = 25$

$2x = 25 + 3$

$2x = 28$

$x = 14$

Ответ: $x = 14$

3. $\sqrt[3]{5x+1} = -4$

$\left(\sqrt[3]{5x+1}\right)^3 = (-4)^3$

$5x + 1 = -64$

$5x = -64 - 1$

$5x = -65$

$x = -13$

Ответ: $x = -13$

2. $\sqrt{4x+1} = x-1$

ОДЗ: $x - 1 \geq 0$

$x \geq 1$

$\left(\sqrt{4x+1}\right)^2 = (x-1)^2$

$4x + 1 = x^2 - 2x + 1$

$x^2 - 2x + 1 - 4x - 1 = 0$

$x^2 - 6x = 0$

$x(x - 6) = 0$

$x_1 = 0$ или $x - 6 = 0$

$x_2 = 6$

$x_1 = 0$ не удовлетворяет ОДЗ

Ответ: $x = 6$

4. $\sqrt{3x+1} + 3 = x$

$\sqrt{3x+1} = x - 3$

ОДЗ: $x - 3 \geq 0$

$x \geq 3$

$(\sqrt{3x+1})^2 = (x-3)^2$

$3x + 1 = x^2 - 6x + 9$

$x^2 - 9x + 8 = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 81 - 32 = 49$, $D>0$, 2 корня

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$x_1 = \frac{-(-9) + 7}{2 \cdot 1} = \frac{9 + 7}{2} = \frac{16}{2} = 8$

$x_2 = \frac{-(-9) - 7}{2 \cdot 1} = \frac{9 - 7}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$x_2 = 1$ не удовлетворяет ОДЗ

Ответ: $x = 8$

1) $\sqrt{2x+6} = 4$

2) $\sqrt[5]{3x + 1} = -2$

3) $\sqrt{2x+7} = x - 4.$

4) $\sqrt{3x+1} = x - 1$

5) $\sqrt{2x^2 - 7x - 3} + x = 3$