

Записать всё в конспект. Решить домашнее задание. Не высылать, проверка на уроке.

Иррациональные уравнения

Иррациональное уравнение – это уравнение, содержащее переменную под знаком корня.

Решается иррациональное уравнение возведением обеих частей уравнения в степень корня.

Если уравнение чётной степени, то необходимо находить область допустимых значений (ОДЗ).

$$\sqrt[n]{f(x)} = g(x)$$

$\Downarrow$

$$\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)^n = g^n(x)$$

$$f(x) = g^n(x)$$

Примеры:

1. $\sqrt{2x-3} = 5$

3. $\sqrt[3]{5x+1} = -4$

$$(\sqrt{2x-3})^2 = 5^2$$

$$(\sqrt[3]{5x+1})^3 = (-4)^3$$

$$2x - 3 = 25$$

$$5x + 1 = -64$$

$$2x = 25 + 3$$

$$5x = -64 - 1$$

$$2x = 28$$

$$5x = -65$$

$$x = 14$$

$$x = -13$$

Ответ: $x = 14$

Ответ: $x = -13$

$$2. \sqrt{4x+1} = x-1$$

$$\text{ОДЗ: } x-1 \geq 0$$

$$x \geq 1$$

$$(\sqrt{4x+1})^2 = (x-1)^2$$

$$4x+1 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 - 2x + 1 - 4x - 1 = 0$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x-6) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \text{или} \quad x-6 = 0$$

$$x_2 = 6$$

$x_1 = 0$ не удовлетворяет ОДЗ

Ответ: $x = 6$

$$4. \sqrt{3x+1} + 3 = x$$

$$\sqrt{3x+1} = x-3$$

$$\text{ОДЗ: } x-3 \geq 0$$

$$x \geq 3$$

$$(\sqrt{3x+1})^2 = (x-3)^2$$

$$3x+1 = x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 81 - 32 = 49, D > 0, 2 \text{ корня}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-(-9) + 7}{2 \cdot 1} = \frac{9 + 7}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$x_2 = \frac{-(-9) - 7}{2 \cdot 1} = \frac{9 - 7}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$x_2 = 1$ не удовлетворяет ОДЗ

Ответ: $x = 8$

$$1) \sqrt{2x+6} = 4$$

$$2) \sqrt[5]{3x+1} = -2$$

$$3) \sqrt{2x+7} = x-4.$$

$$4) \sqrt{3x+1} = x-1$$

$$5) \sqrt{2x^2 - 7x - 3} + x = 3$$