التمرين 1 : (بكالوريا 2018 الشعبة : رياضيات)

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي :
خمس كريات حمراء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 3ـ ، 2 ، 3 وكرية بيضاء مرقمة بـ : 1 . نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد .
1) احسب احتمال الحوادث التالية :
A : " الحصول على أربع كريات من نفس اللون " .
B : " الحصول على كرية بيضاء على الأكثر " .
C : " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم " .
2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس .
أ) عيّن قيم المتغيّر العشوائي X ، ثم عرّف قانون احتماله .
ب) احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغيّر العشوائي X .
جـ) احسب احتمال الحادثة : " $X^2 - X > 0$ " .

التمرين 2 : (بكالوريا 2018 الشعبة : تقني رياضي)

كيس به 7 كريات متماثلة ، لا نفرق بينها باللمس ، منها 3 بيضاء و 4 خضراء .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس .
1 (🚗) احسب احتمال الحادثة A : " سحب كريتين مختلفتين في اللون "
2) احسب احتمال الحادثة B : " سحب كريتين من نفس اللون "
🚗🚗) نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha(DA)$ ، (حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري)
فإذا سحب كرتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ ، وإذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$ ، وإذا سحب كرتين خضراوين يخسر ما دفعه . وليكن X المتغيّر العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .
1) برّر أن قيم المتغيّر العشوائي X هي $\{100-\alpha\ ,\ 50-\alpha\ ,\ -\alpha\}$ ، ثم عرّف قانون احتماله .
2) بيّن أن الأمل الرياضياتي للمتغيّر العشوائي X بدلالة α هو $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$.
ثم أوجد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

التمرين 3 : (بكالوريا 2018 الشعبة : علوم تجريبية)

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ، منها أربع كريات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 ، 3 وثلاث كريات حمراء مرقمة بـ : 2 ، 2 ، 3 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : 2 ، 3 ، 3 .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من هذا الصندوق .
نعتبر الحادثتين A : " الكريات الثلاثة المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني "
B : " الكريات الثلاثة المسحوبة لها نفس الرقم "
1) أ) احسب : P(A) و P(B) احتمالي الحادثتين A وB على الترتيب .
ب) بيّن أن : $P(A\cap B) = \frac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$.
2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا .
عرّف قانون احتمال المتغيّر العشوائي X و احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

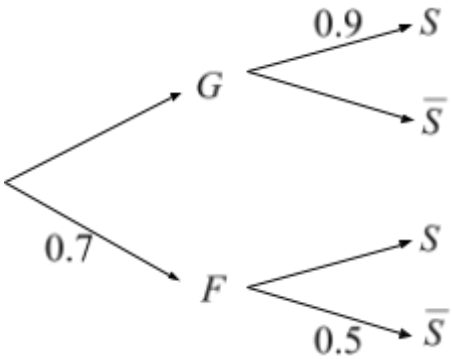
التمرين 4 : (بكالوريا 2018 الشعبة : تسيير واقتصاد)

أجريت دراسة إحصائية على قسم نهائي تسيير واقتصاد حول ممارسة التلاميذ لرياضة ما ، فكانت النتائج كما يلي :

70% من التلاميذ إناث ، منهن 50% لا يمارسن هذه الرياضة .

90% من التلاميذ الذكور يمارسون هذه الرياضة

نختار عشوائيا تلميذا من هذا القسم ونعتبر الحوادث التالية :



G : التلميذ المختار ذكر .

F: التلميذ المختار أنثى .

S : التلميذ المختار يمارس هذه الرياضة .

1) انقل الشجرة المقابلة ثم أكملها .

2) احسب الاحتمالات الآتية :

$P(S)$ ، $P(G \cap \overline{S})$ ، $P_{\overline{S}}(F)$ و $P_S(G)$

3) هل الحادثتان G و S مستقلتان ؟ برّر إجابتك .

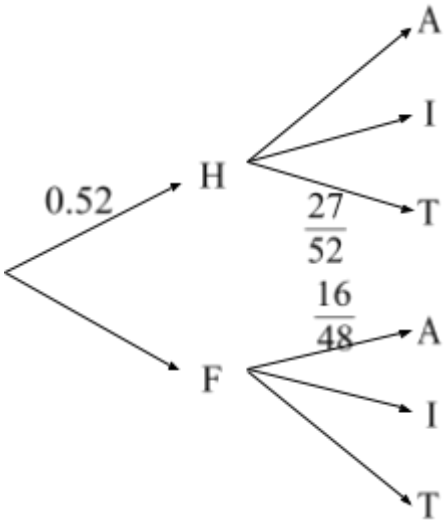
التمرين 5 : (بكالوريا 2018 الشعبة : تسيير واقتصاد)

تضم مؤسسة إنتاجية موظفين من الجنسين ، رجالا يرمز لهم بـ H ونساء يرمز لهن بـ F .

منهم الإداريون " A " ، المهندسون " I " والعمال " T " .

موزعين حسب الجدول المقابل :

يخضع الموظفون لفحص طبي دوري . نختار عشوائيا موظفا .



1) أ- بيّن أن احتمال أن يكون الموظف رجلا هو $P(H) = 0.52$.

ب- انقل ثم أتمم الشجرة .

2) احسب $P(H \cap T)$ و $P(F \cap I)$.

3) ما احتمال أن يكون الموظف مهندسا ؟

4) ما احتمال أن يكون الموظف رجلا علما أنه إداري ؟

التمرين 6 : (بكالوريا 2009 . الشعبة : رياضيات)

كيس به 10 كريات متماثلة لا نميّز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و 6 حمراء .

1) نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في أن واحد .

أ- احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء .

ب- احسب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء .

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة .

- عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين 1 : (بكالوريا 2008 مقترحة . الشعبة : رياضيات)

يحتوي كيس على 12 كرة منها : 3 بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 .

4 حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 .

5 خضراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 3 .

نسحب عشوائيا ، وفي أن واحد ، كرتين من الكيس .

1) نعتبر الحادثتين :

A : " سحب كرتين من نفس اللون "

B : " سحب كرة خضراء على الأقل "

أ- احسب احتمال كلا من الحوادث : A ، B و $A \cap B$.

ب- هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين .

أ- اعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

ب- احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغيّر العشوائي X .

جـ- احسب التباين $Var(X)$ واستنتج الانحراف المعياري $\sigma(X)$.

التمرين 7 : (بكالوريا 2008 مقترحة . الشعبة : علوم تجريبية)

يحتوي كيس على 5 كريات بيضاء و 7 كريات سوداء ، لا نفرق بينها عند اللمس .

يسحب لاعب عشوائيا 3 كريات في آن واحد .

أ) احسب كلا من الحوادث التالية

A : " يسحب اللاعب كرية بيضاء واحدة فقط "

B : " يسحب اللاعب كريتين بيضاوين واحدة فقط "

C : " يسحب اللاعب ثلاث كريات بيضاء واحدة "

ب) يربح اللاعب 10 دنانير من أجل كل كرية بيضاء مسحوبة ، وليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الربح المحصل عليه .

عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X و احسب أمله الرياضي .

التمرين 8 : (بكالوريا 2002 . الشعبة : علوم الطبيعة والحياة)

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس منها : 3 حمراء ، 3 خضراء و 4 بيضاء .

1) نسحب من هذا الكيس ثلاث كرات في آن واحد . ما هو احتمال الحصول على :

أ- نفس اللون ؟

ب- الألوان الثلاثة ؟

جـ- كرة بيضاء واحدة على الأقل ؟

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الكرات البيضاء المسحوبة .

أ- ما هو قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ؟

ب- احسب الأمل الرياضي للمتغيّر العشوائي X .

التمرين 9 : (بكالوريا 2003 . الشعبة : علوم الطبيعة والحياة)

يحتوي وعاء على 3 قريصات بيضاء و 4 حمراء ، إحدى القريصات البيضاء تحمل الرقم 1 والأخريان تحملان الرقم 5 أما القريصات الحمراء فاثنتان منها تحملان الرقم 2 والاخريان تحملات الرقم 3 .

نسحب عشوائيا من هذا الوعاء قريصتين في آن واحد ونحسب مجموع الرقمين المسجلين عليهما .

1) ما هو احتمال أن يكون هذا المجموع أكبر تماما من 6 ؟

2) ما هو احتمال أن يكون هذا المجموع أكبر تماما من 6 علما أن القريصتين بيضاوين ؟

3) نعرف المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لقريصتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما .

أ- ما هي قيم المتغيّر العشوائي X ؟

ب- اعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي .

التمرين 10 : (بكالوريا المغرب 2017 - الشعبة : علوم اقتصادية) بتصرف

يحتوي كيس على 9 كرات تحمل على التوالي الأرقام : 0 ، 0 ، 1 ، 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 .

(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) . نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .

1) بيّن أن حالات السحب الممكنة هو 36 .

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يساوي مجموع العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتان .
أ- عيّن القيم التي يأخذها المتغيّر العشوائي X .
ب- بيّن أن : $P(X=2)=\frac{12}{36}$ ثم حدّد قانون احتمال المتغيّر العشوائي X .
جـ- احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغيّر العشوائي X .

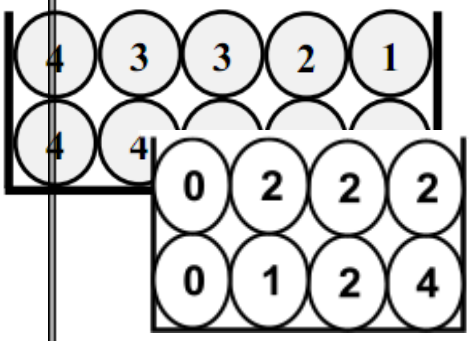
التمرين 11 : (بكالوريا المغرب 2016 - الشعبة : علوم تجريبية - الدورة العادية)

يحتوي صندوق على 10 كرات : 4 كرات حمراء و 6 كرات خضراء .
(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) . نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق .
1) لتكن A الحادثة : " الكرتان المسحوبتان حمراوان " .
- بيّن أن : $P(A)=\frac{2}{15}$.
2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحبة بعدد الكرات المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين .
أ- بيّن أن مجموعة القيم التي يأخذها المتغيّر العشوائي X هي $\{2;3;4\}$.
ب- بيّن أن : $P(X=3)=\frac{8}{15}$ ثم حدّد قانون احتمال المتغيّر العشوائي X .

التمرين 12 : (بكالوريا المغرب 2016 - الشعبة : علوم تجريبية - الدورة الاستدراكية)

يحتوي صندوق على 10 كرات تحمل الأرقام : 1 و 2 و 2 و 3 و 3 و 3 و 4 و 4 و 4 و 4 .
(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
نعتبر التجربة التالية :
نسحب عشوائيا على التوالي وبدون إرجاع كرتين من الصندوق .
1) لتكن A الحادثة : " الحصول على كرتين تحملان عددين زوجيين " .
- بيّن أن : $P(A)=\frac{1}{3}$.
2) نكرر التجربة السابقة 3 مرات بحيث نعيد الكرتين المسحوبتين إلى الصندوق بعد كل تجربة .
ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي تتحقق فيها الحادثة A .
بيّن أن : $P(X=1)=\frac{4}{9}$ ثم حدّد قانون احتمال المتغيّر العشوائي X .

التمرين 13 : (بكالوريا المغرب 2017 - الشعبة : علوم تجريبية - الدورة العادية)

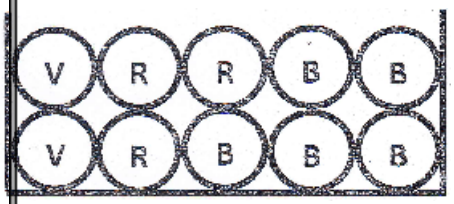


يحتوي صندوق على ثماني كرات (لا يمكن التمييز بينها عند اللمس) وتحمل كل واحدة
منها رقما كما هو مبين في الشكل المقابل .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .
1) نعتبر الحادثتين :
A : " من بين الكرات الثلاث المسحوبة لا توجد أية كرة تحمل الرقم 0 "
B : " جداء الأرقام التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 8 "
- بيّن أن : $P(A)=\frac{5}{14}$ و $P(B)=\frac{1}{7}$.
2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحبة بجداء الأرقام التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة .
أ- عيّن القيم التي يأخذها المتغيّر العشوائي X .

ب- بيّن أن : $P(X=16)=\frac{3}{28}$ ثم حدّد قانون احتمال المتغيّر العشوائي X

التمرين 14 : (بكالوريا المغرب 2017 - الشعبة : علوم تجريبية - الدورة الاستدراكية)

يحتوي صندوق على 10 كرات (لا يمكن التمييز بينها عند اللمس) منها :
5 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء و كرتان خضراوان .
منها رقما كما هو مبين في الشكل المقابل .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق .



1) نعتبر الحادثتين :
A : " من بين الكرات الأربع المسحوبة توجد كرة خضراء واحدة فقط "
B : " من بين الكرات الأربع المسحوبة توجد بالضبط ثلاث كرات من نفس اللون "
- بيّن أن : $P(A)=\frac{8}{15}$ و $P(B)=\frac{19}{70}$.

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحبة بعدد الكرات الخضراء المسحوبة .
أ- عيّن القيم التي يأخذها المتغيّر العشوائي X .
ب- بيّن أن : $P(X=2)=\frac{2}{15}$
جـ- حدّد قانون احتمال المتغيّر العشوائي X .
د- احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغيّر العشوائي X .

التمرين 15 : (بكالوريا تونس 2016 - الشعبة : رياضة) بتصرف

يحتوي كيس على خمس كرات (لا يمكن التمييز بينها عند اللمس) وتحمل الأرقام التالية : 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 3 .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .
1) نعتبر الحوادث :
A : " الكرتان المسحوبتان تحملان نفس الرقم "
B : " من بين الكرتين المسحوبتين توجد واحدة تحمل الرقم 1 "
F : " الكرتان المسحوبتان تحملان نفس الرقم أو من بين الكرتين المسحوبتين توجد واحدة تحمل الرقم 1 "
- احسب كلا من : $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(F)$.
2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكرتين عدد الكرات التي تحمل أعدادا فردية .
أ- حدّد قانون احتمال المتغيّر العشوائي X .
ب- احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغيّر العشوائي X .

التمرين 16 : (بكالوريا 2017 تسيير واقتصاد - الدورة الاستثنائية - الموضوع الثاني)

في كل حالة من الحالات الآتية ، اقتُرحت ثلاث إجابات واحدة منها فقط صحيحة ، عيّن الاقتراح الصحيح مع التبرير .

1) A و B حادثتان مستقلتان . إذا كان $P(A\cap B)=0.03$ و $P(A)=0.4$ فإن :
أ) $P(B)=0.43$ ب) $P(B)=0.075$ جـ) $P(B)=0.37$

2) A و B حادثتان .

إذا كان $P(A\cap B)=\frac{3}{100}$ و $P_A(B)=\frac{1}{4}$ فإن :

أ) $P(A)=\frac{3}{25}$ ب) $P(A)=\frac{4}{25}$ جـ) $P(A)=\frac{3}{400}$

3) إذا كان $P(A)=0.4$ و $P(B)=0.5$ و $P(\overline{A\cup B})=0.55$ فإن :

أ) $P(A\cap B)=0.2$ ب) $P(A\cap B)=0.45$ جـ) $P(A\cap B)=0.9$

4) الجدول التالي يعرف قانون احتمال تجربة عشوائية.

x_i	-2	-1	α	3
$P(X=x_i)$	0.12	0.50	β	0.30

قيمتا α و β حتى يكون الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X يساوي 0.32 هما :

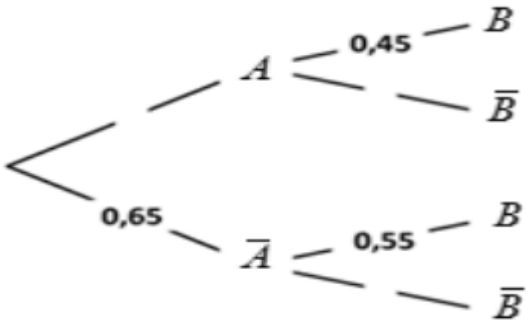
أ) $\alpha=1$ و $\beta=0.08$ ب) $\alpha=2$ و $\beta=0.03$ جـ) $\alpha=2$ و $\beta=0.08$

<u>التمرين 17</u> : (بكالوريا 2017 تسيير واقتصاد - الدورة الاستثنائية - الموضوع الأول)

الشجرة المقابلة تنمذج تجربة عشوائية حيث A و B حادثتان ، $\overline{A}$ و $\overline{B}$ حادثتاهما العكسيتان على الترتيب.

1) أنقل وأكمل الشجرة المقابلة ثم احسب الاحتمالين الآتيين :

$P(A\cap B)$ و $P(A\cap\overline{B})$



2) أ) احسب الاحتمالات الآتية :

$P(B)$ ، $P_B(A)$ و $P_{\overline{B}}(A)$

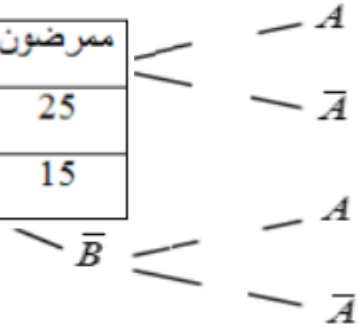
<u>التمرين 18</u> : (بكالوريا 2014 - الشعبة : تسيير واقتصاد - الموضوع الثاني)

عيّن مع التبرير الجواب الصحيح الوحيد من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة في كل حالة من الحالات الآتية :

I) أعضاء الطاقم الصحي لمؤسسة استشفائية موزعين حسب الجدول المقابل .

	أطباء	ممرضون
ذكور	12	25
إناث	8	15

اختير عشوائيا عضو من هذا الطاقم .



1) احتمال أن يكون العضو المختار أنثى هو :

أ) $\frac{1}{23}$ ب) $\frac{23}{60}$ جـ) $\frac{8}{23}$

2) احتمال أن يكون العضو المختار أنثى علما أنها طبيبة هو :

أ) $\frac{2}{5}$ ب) $\frac{2}{15}$ جـ) $\frac{8}{23}$

II) الجدول المقابل يعرف قانون احتمال لتجربة عشوائية :

x_i	1	2	3	4
p_i	0.2	0.4	0.1	0.3

1) تباين قانون الاحتمال هو :

أ) 1.12 ب) 2.5 جـ) 1.25

2) إذا كانت A و B حادثتين مستقلتين حيث : $P(A)=0.4$ ، $P(B)=0.3$ فإن $P(A \cap B)$ هو :

أ) 0.12 ب) 0.7 جـ) 0.75