

- 1.
- 1-В
- 2-Б
- 3-В
- 4-Г
- 5-А
- 6-Б
- 7-В
- 8-В
- 9-А
- 10-Г
- 11-А
- 12-Г
- 13-Г
- 14-В
- 15-Б

2. Найближча відстань від Землі до Марса $1,52 \text{ а.о.} - 1 \text{ а.о.} = 0,52 \text{ а.о.}$, або в метрах $0,52 \cdot 1,496 \cdot 10^{11} \text{ м} = 0,77792 \cdot 10^{11} \text{ м} = 777,92 \cdot 10^8 \text{ м}$. Це так зване протистояння. Сонце, Земля і Марс на одній лінії. Оскільки радіосигнал повернувся за 518 с , то до Марса він рухався 259 с і подолав відстань $ct = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 259 \text{ с} = 777 \cdot 10^8 \text{ м}$. Отже, Марс дійсно знаходиться в протистоянні (Якби було інше розміщення, то сигнал йшов би довше). Для радіолокації Марс явно повинен знаходитися над горизонтом, отже, Сонце під час радіолокації знаходилося під горизонтом, тобто радіолокація проводилася вночі.

Наступна радіолокація проводилася, коли Марс був у східній квадратурі. За цей час t Марс

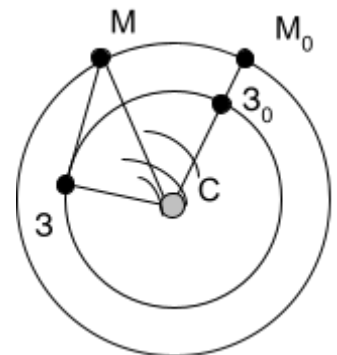
пройшов дугу орбіти $M_0CM = \phi_M = \omega_M t = \frac{2\pi}{T_M} t$, де ω_M – кутова швидкість Марса, T_M – період його обертання. Аналогічно Земля

пройде дугу $Z_0CZ = \phi_Z = \omega_Z t = \frac{2\pi}{T_Z} t$. За умовою східної квадратури

трикутник MZC прямокутний. $\cos MCZ = \frac{CZ}{CM} = \frac{1 \text{ а.о.}}{1,52 \text{ а.о.}} = 0,657$. Кут MCZ в радіанній мірі становить $0,85$.

Отже $\phi_Z - \phi_M = 0,85$; $\frac{2\pi}{T_Z} t - \frac{2\pi}{T_M} t = 0,85$. Звідси $t = \frac{0,85 \cdot T_M \cdot T_Z}{2\pi(T_M - T_Z)}$ $= 105,4$ діб.

В східній квадратурі Марс видно ввечері, отже радіолокація відбувалася ввечері.



3. Очевидно, що фази Місяця не можуть повторюватися в лютому – його тривалість навіть у високосні роки менша, ніж найменше можливе значення синодичного місяця. Всі останні місяці в календарі, навпаки, завжди довші за синодичний місяць, тому в кожному з цих місяців можуть існувати фази Місяця, що повторюються по два рази. Це буде для 1 числа місяця і $1 + 29,5 = 30$ числа місяця, або для 2 і 31. Якщо це буде січень, то завдяки, тому, що в лютому 28 або 29 днів, такої фази в лютому не буде. (для високосного року обов'язково випадок для січня 2 і 31 число) і така ж фаза повториться у березні 1 і 30 числа, або 2 і 31 (для невисокосного року у випадку для січня 2 і 31 число). Тобто одна і та ж фаза по два рази повториться в двох календарних місяцях: січні і березні. Інших таких

місяців бути не може. Причому такі випадки реалізуються в кожному році, звичайно для різних фаз Місяця.

4. Різна тривалість світлового дня в Зарічному і у Форосі пояснюється тим, що ці міста знаходяться на різних широтах. Зарічне північніше від Фороса, тому взимку тривалість дня в Зарічному менша. "Несиметричність" зменшення тривалості світлового дня обумовлена тим, що Зарічне і Форос, хоча і знаходяться в одному часовому поясі, розташовані на істотно різних довготах. Форос на схід від Зарічного, тому моменти сходу і заходу в Форосі за інших рівних умов настають раніше, ніж в Зарічному. У результаті і перший, і другий чинник зміщують час сходу в Форосі в порівнянні з Зарічним вперед (на раніший момент часу), а ось час заходу перший чинник зміщує назад (на пізніший момент), а другий - вперед, і їх вплив компенсується.

5. 1). Кутова швидкість супутника більша за кутову швидкість Землі:

$T_3 = 1$ доба. Тоді:

$$(\omega_c - \omega_3) \cdot 2T_3 = 2\pi, \quad \omega_3 = \frac{2\pi}{T_3},$$

$$\left(\omega_c - \frac{2\pi}{T_3}\right) \cdot 2T_3 = 2\pi \Rightarrow \omega_c = \frac{3\pi}{T_3}.$$

За другим законом Ньютона для супутника:

$$G \frac{m_c M_3}{R^2} = m_c \omega_c^2 R \Rightarrow GM_3 = \omega_c^2 R^3 \Rightarrow GM_3 = \left(\frac{3\pi}{T_3}\right)^2 R^3 \Rightarrow R^3 = \frac{GM_3 T_3^2}{9\pi^2}. \quad (1)$$

Прискорення вільного падіння:

$$g = \frac{GM_3}{R_3^2} \Rightarrow R_3^2 = \frac{GM_3}{g} \Rightarrow R_3^3 = \frac{GM_3 R_3}{g} \quad (2)$$

Поділимо рівняння (1) на рівняння (2):

$$\frac{R^3}{R_3^3} = \frac{g T_3^2}{9\pi^2 R_3} = \frac{10 \cdot (24 \cdot 3600)^2}{9 \cdot 10 \cdot 6400000} \approx 130$$

$$\frac{R^3}{R_3^3} = 130, \quad \frac{R}{R_3} \approx 5, \quad R = 5 \cdot R_3 = 32000 \text{ км}.$$

2). Кутова швидкість супутника менша за кутову швидкість Землі:

$$(\omega_3 - \omega_c) \cdot 2T_3 = 2\pi \Rightarrow \omega_c = \frac{\pi}{T_3}.$$

$$G \frac{m_c M_3}{R^2} = m_c \omega_c^2 R \Rightarrow GM_3 = \omega_c^2 R^3 \Rightarrow GM_3 = \left(\frac{\pi}{T_3}\right)^2 R^3 \Rightarrow R^3 = \frac{GM_3 T_3^2}{\pi^2}. \quad (1)$$

$$R_3^3 = \frac{GM_3 R_3}{g} \quad (2)$$

$$\frac{R^3}{R_3^3} = \frac{g T_3^2}{\pi^2 R_3} \approx 1170;$$

Поділимо рівняння (1) на рівняння (2):

$$\frac{R^3}{R_3^3} = 1170, \quad \frac{R}{R_3} \approx 10,5, \quad R = 10,5 \cdot R_3 = 67200 \text{ км}.$$

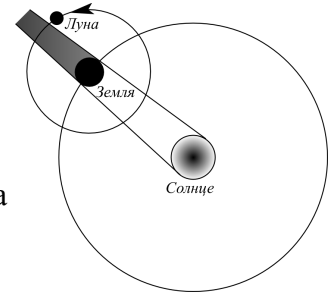
$$G \frac{m_c M_3}{R^2} = m_c \frac{v_c}{R} \Rightarrow G \frac{M_3}{R} = \left(\frac{2\pi R}{T} \right)^2 \Rightarrow GM_3 T^2 = 4\pi^2 R^3$$

Або по іншому:

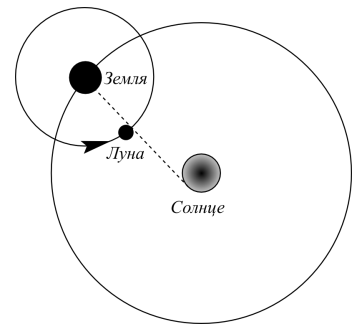
$$g = \frac{GM_3}{R_3^2} \Rightarrow gR_3^2 = GM_3 \quad . \quad \text{Тоді} \quad gR_3^2 T^2 = 4\pi^2 R^3 \quad . \quad \text{Звідки} \quad R^3 = \frac{gR_3^2 T^2}{4\pi^2} \quad .$$

Провівши аналіз задачі, бачимо, що в першому випадку період обертання супутника 2/3 доби, а в другому – 2 доби. Після підстановок отримуємо аналогічні результати.

6. Якщо дивитися на Сонячну систему "зверху", тобто з боку північного полюса Землі, то рух Землі довкола Сонця, Місяця довкола Землі і обертання Землі довкола своєї осі відбуваються в одну і ту ж сторону – проти годинникової стрілки. Поглянувши на схеми затемнень, легко побачити, що під час місячного затемнення Місяць входить в земну тінь лівим краєм (мал. 1), а на Сонце під час сонячного затемнення Місяць насувається справа, так що за місячним диском першим почне ховатися правий край Сонячного диска.



Якби орбіта Місяця лежала в площині орбіти Землі, кожного місяця (строго кажучи — кожні 29,5 діб) на Землі спостерігалось б одне місячне (у повний місяць) і одне сонячне (у молодика) затемнення. Але нахил місячної орбіти складає близько 5 градусів, тому для затемнення необхідно, щоб Місяць під час молодика або повного місяця проходив поблизу одного з вузлів орбіти (тобто поблизу точки перетину орбіт).



7. Від моменту, коли диск Місяця почне заходити на Плеяди, до моменту, коли Місяць повністю пройде скупчення, Місяць повинен пройти свій діаметр ($\phi=0,5^\circ$), а також діаметр скупчення α . Кутовий діаметр скупчення α можна знайти вимірявши лінійкою діаметр Місяця d , відстань між двома зорями скупчення a . Тоді

$$\frac{\alpha}{\phi} = \frac{a}{d}$$

Таким чином, за час покриття Місяць повинен пройти приблизно $\alpha+\phi$ по небесній сфері. Кутову швидкість руху Місяця по небесній сфері можна оцінити, знаючи, що повний оберт навколо Землі (360°) він здійснює приблизно за один місяць (точніше, за 27.3 діб), тобто $\approx 13,1^\circ$ за добу. Отже, покриття буде

$$\frac{\alpha + \phi}{13,1} = \dots \text{ доби}$$

Лінійна швидкість Місяця під час руху по орбіті

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot 384401000}{27,3 \cdot 24 \cdot 3600} = 1023 \text{ м/с}$$

Вимірявши лінійкою діаметр Місяця d , відстань між двома зорями скупчення a і знаючи дійсний діаметр Місяця $D=3476000$ м, можемо знайти відстань, яку повинен пройти

$$\text{Місяць по орбіті під час покриття } S = D + \frac{D}{d} a \quad . \quad \text{Тоді час покриття} \quad t = \frac{S}{v} \quad .$$

