

Τράπεζα Θεμάτων ΙΕΠ Β ΓΕΛ - ΑΛΓΕΒΡΑ

2.1 Μονοτονία – Ακρότατα - Συμμετρίες

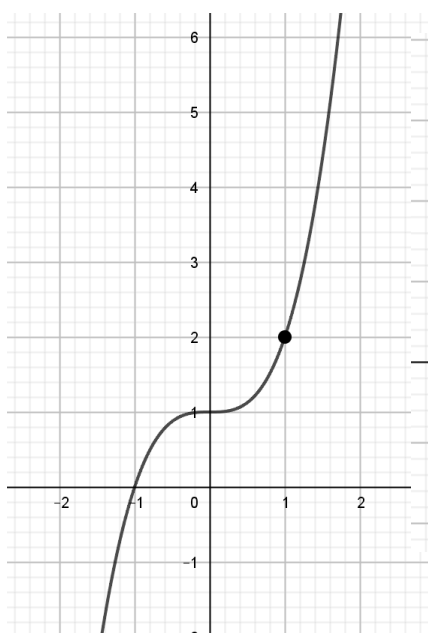
ΘΕΜΑ Β

1. (15114) Δίνεται μια συνάρτηση f γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ με σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1,2)$.

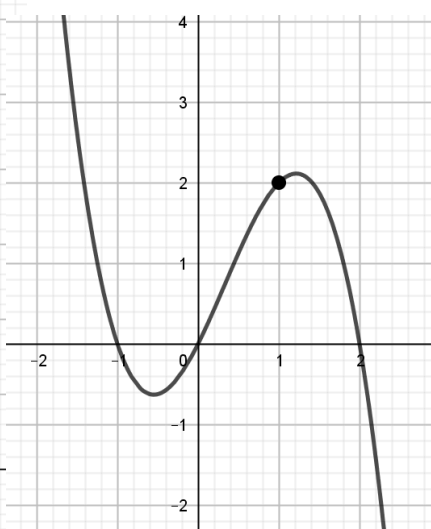
α) Θα μπορούσε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται και από το σημείο $B(2,9)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
(Μονάδες 13)

β) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να είναι η γραφική παράσταση της f ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

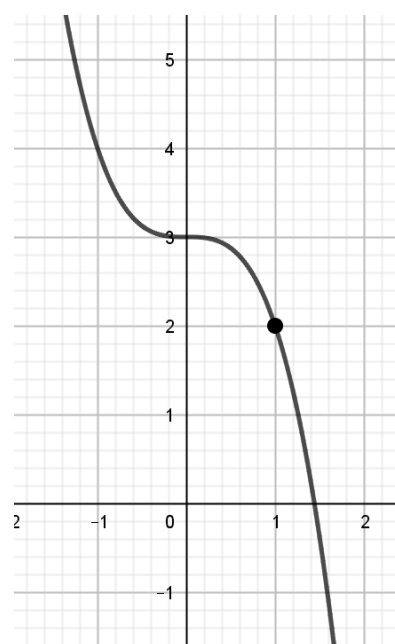
i.



ii.



iii.

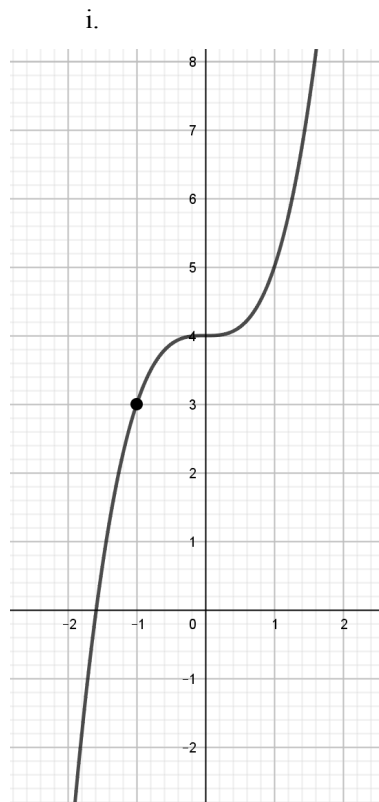
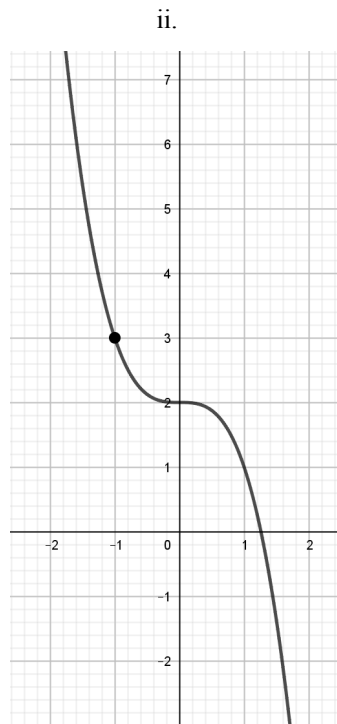
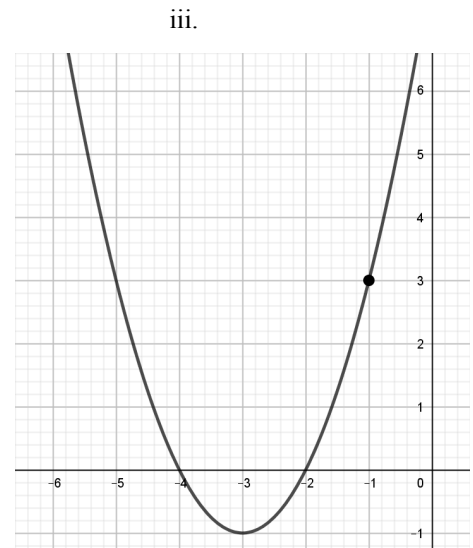


(Μονάδες 12)

2. (15115) Δίνεται μια συνάρτηση f γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$ με σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(-1,3)$.

α) Θα μπορούσε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται και από το σημείο $B(2,5)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
(Μονάδες 13)

β) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να είναι η γραφική παράσταση της f ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



3. (15024) Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $[-4, 4]$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να αιτιολογήσετε γιατί η συνάρτηση είναι άρτια.

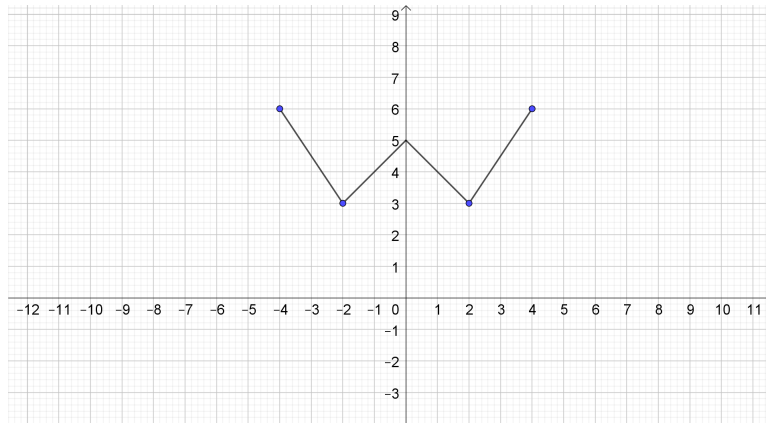
(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f .

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της f καθώς και για ποιες τιμές του x τις παρουσιάζει.

(Μονάδες 9)



4. (15019) Δίνεται μία συνάρτηση f για την οποία ισχύει ότι $f(-1) = 2$ και $f(1) = 0$.

Να αιτιολογήσετε (αλγεβρικά ή γραφικά)

α) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι άρτια. (Μονάδες 8)

β) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι περιττή. (Μονάδες 8)

γ) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι γνησίως αύξουσα. (Μονάδες 9)

5. (15018) Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(\alpha, 6)$ είναι περιττή και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $(4, 2)$.

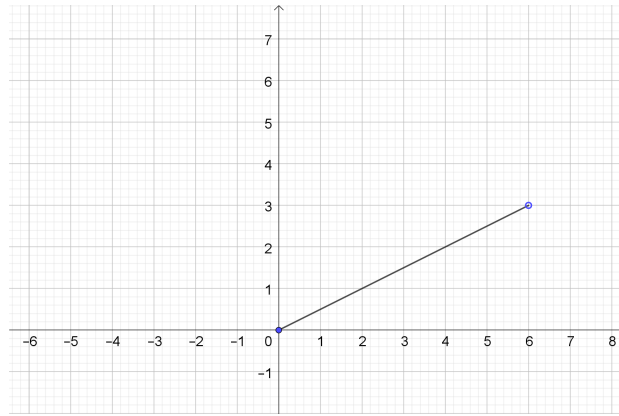
α) Να βρείτε την τιμή του α . (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε το $f(-4)$. (Μονάδες 8)

γ) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο διάστημα $[0, 6)$. Να

σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο πεδίο ορισμού της.

(Μονάδες 10)

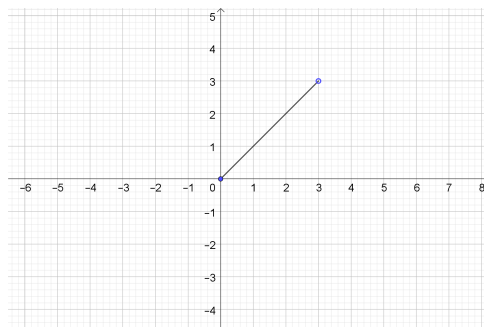


6. (15017) Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(\alpha, 3)$ είναι άρτια και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $(2, 2)$.

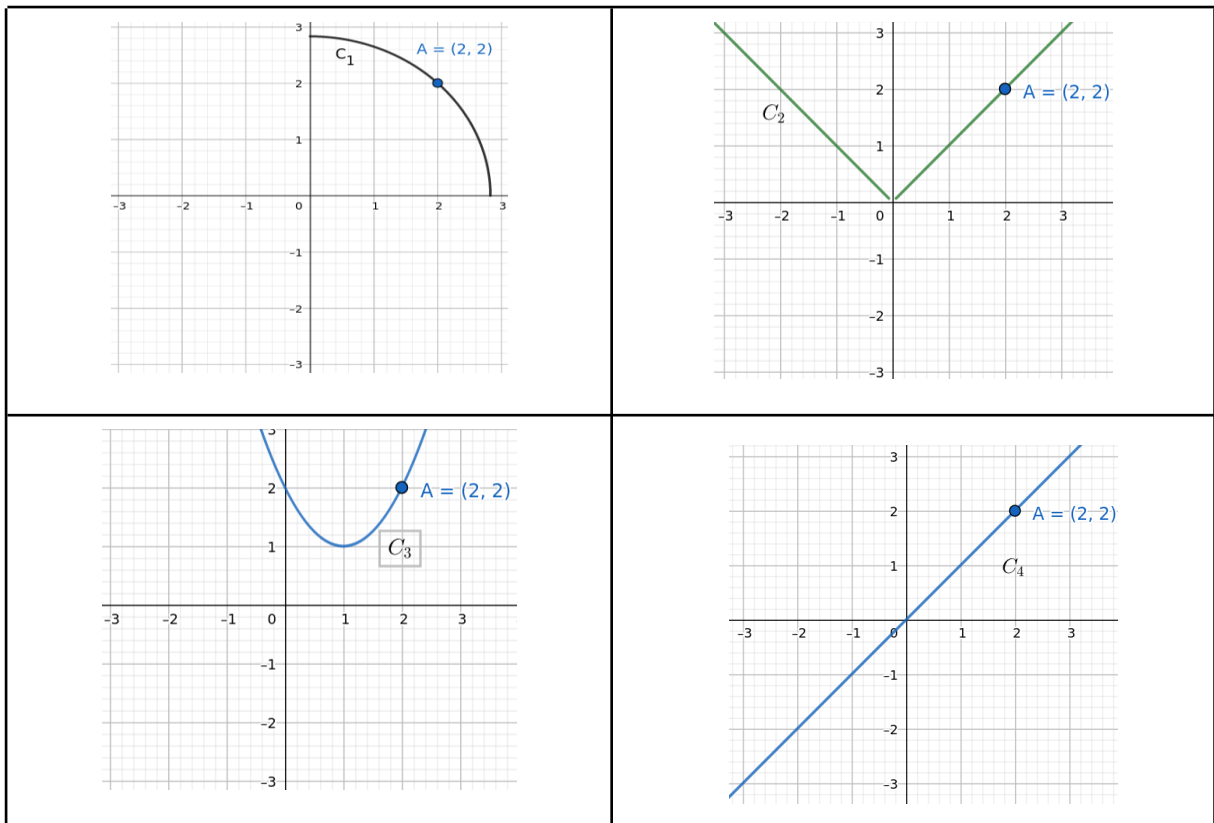
α) Να βρείτε την τιμή του α . (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε το $f(-2)$. (Μονάδες 8)

γ) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο διάστημα $[0, 3]$. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο πεδίο ορισμού της.
(Μονάδες 10)



7. (14976) Δίνονται τα παρακάτω σχήματα:



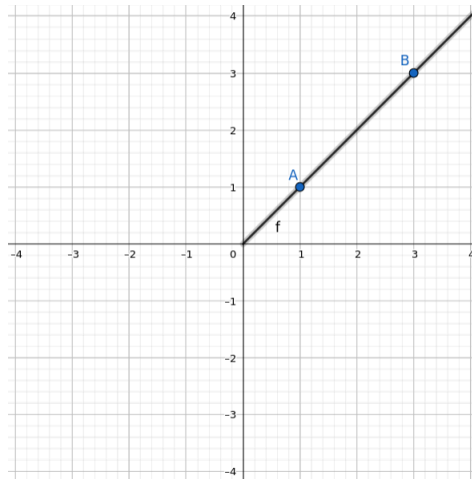
α) Να αιτιολογήσετε ποιες από τις γραφικές παραστάσεις C_1, C_2, C_3, C_4 αναπαριστούν άρτιες ή περιττές συναρτήσεις, ποιες όχι και γιατί. Δίνεται ότι τουλάχιστον μία είναι άρτια και τουλάχιστον μία είναι περιττή. (Μονάδες 12)

β) Για τις συναρτήσεις C_2, C_4 να βρείτε την τεταγμένη του σημείου τους $B(-2, k)$, αιτιολογώντας την τιμή που βρήκατε από την ιδιότητα συμμετρίας καθεμιάς συνάρτησης. (Μονάδες 13)

8. (14971) Δίνονται τα σημεία του επιπέδου $A(1, 1), B(3, 3)$.

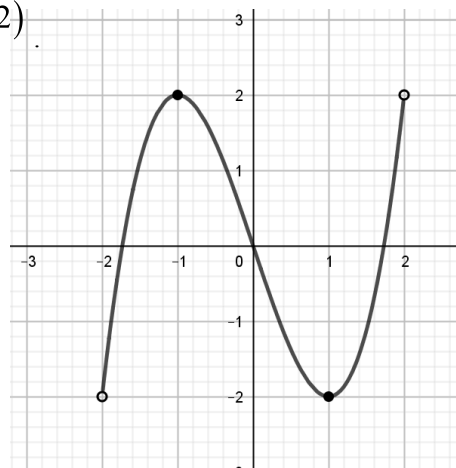
α) Να αιτιολογήσετε ποιες από τις επόμενες ιδιότητες θα μπορούσε και ποιες δε θα μπορούσε να έχει μία συνάρτηση f , που ορίζεται σε όλους τους πραγματικούς αριθμούς και της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα A και B . (i) είναι σταθερή συνάρτηση (ii) είναι γνησίως φθίνουσα συνάρτηση (Μονάδες 12)

β) Να συμπληρώσετε την παρακάτω γραφική παράσταση μίας συνάρτησης f , η οποία διέρχεται από τα A, B και είναι περιττή.



Μονάδες 13

9. (15112) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(-2, 2)$.



α) Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

β) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα. (Μονάδες 8)

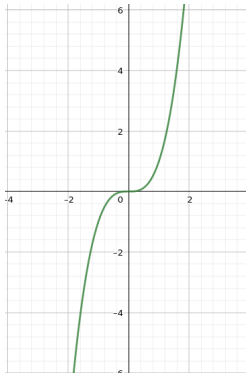
γ) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακροτάτων αυτών. (Μονάδες 10)

10. (21164) Δίνεται το σημείο $A(-2, 8)$ το οποίο ανήκει στη γραφική παράσταση μίας περιττής και γνησίως μονότονης συνάρτησης f .

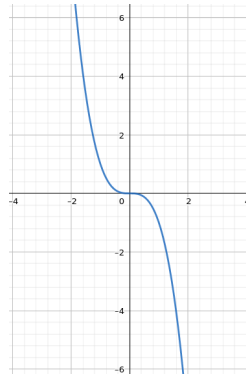
α) Να βρείτε τις συντεταγμένες ενός ακόμα σημείου, το οποίο να ανήκει στη γραφική παράσταση της f .

β) Να βρείτε αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα. (Μονάδες 9)

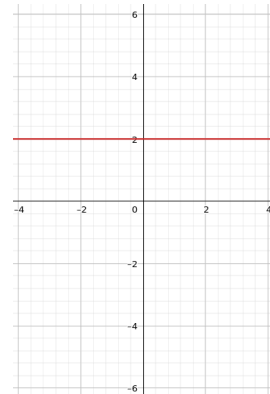
γ) Αν μία από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιστοιχεί στη συνάρτηση f να αιτιολογήσετε ποια μπορεί να είναι:



Γραφική παράσταση (α)



Γραφική παράσταση (β)



Γραφική παράσταση (γ)

11. (16129) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

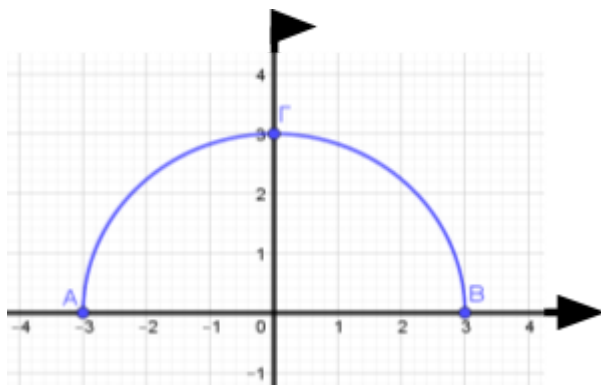
(Μονάδες 6)

β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή.

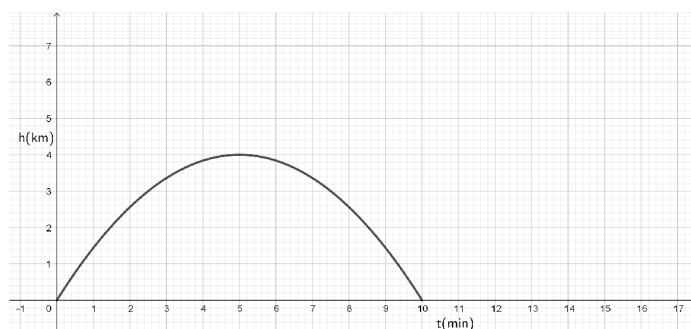
(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα ακρότατα της f και τις θέσεις των ακροτάτων.

(Μονάδες 10)



12. (15787) Προκειμένου να ελεγχθεί μηχανισμός εκτόξευσης πυραύλων δημιουργήσαμε το παρακάτω σχήμα στο οποίο φαίνεται η απόσταση του πυραύλου από το έδαφος σε συνάρτηση με τον χρόνο.



α) Να βρείτε:

(i) Τον συνολικό χρόνο κίνησης του πυραύλου.

(Μονάδες 5)

(ii) Το μέγιστο ύψος που έφτασε ο πύραυλος και ποια χρονική στιγμή συνέβη αυτό.

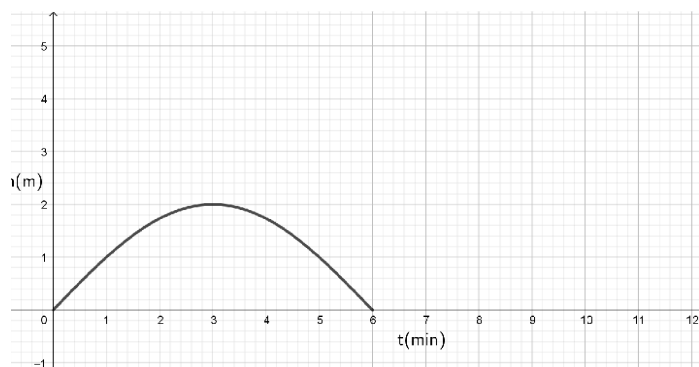
(Μονάδες 6)

β) Σε επανάληψη του ελέγχου η εκτόξευση πραγματοποιείται από ύψος 1km .

(i) Να μεταφέρεται στην κόλλα σας την αποτύπωση της πρώτης εκτόξευσης και να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων την δεύτερη. (Μονάδες 7)

(ii) Το νέο μέγιστο ύψος που έφτασε ο πύραυλος και ποια χρονική στιγμή συνέβη αυτό. (Μονάδες 7)

13. (15645) Αντικείμενο κινείται κατακόρυφα. Το παρακάτω σχήμα αναπαριστά το ύψος h του αντικειμένου από το έδαφος για κάθε χρονική στιγμή t . Να βρείτε:

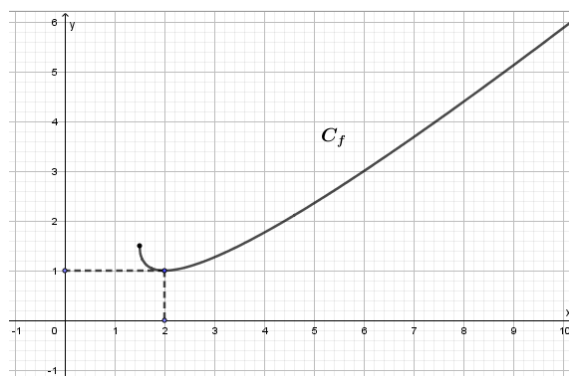


α) Ποιες χρονικές στιγμές το αντικείμενο απέχει 1m από το έδαφος. (Μονάδες 5)

β) Ποια είναι η μέγιστη απόσταση του αντικειμένου από το έδαφος και ποια χρονική στιγμή την επιτυγχάνει. (Μονάδες 10)

γ) Ποιο χρονικό διάστημα το αντικείμενο απομακρύνεται από το έδαφος. (Μονάδες 10)

14. (15437) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x - \sqrt{2x-3}$, της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 7)

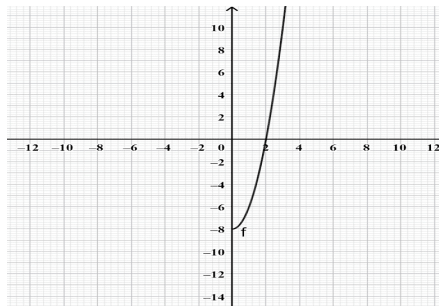
β) Να προσδιορίσετε το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης, καθώς και τη θέση αυτού. (Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι :

(i) γνησίως φθίνουσα (ii) γνησίως αύξουσα

(Μονάδες 10)

15. (15372)



Στο παραπάνω σχήμα δίνεται ένα τμήμα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης με πεδίο ορισμού το R .

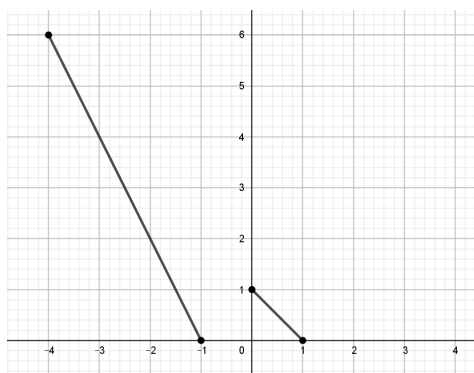
α) Να μεταφέρεται το σχήμα στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση με το κομμάτι της καμπύλης που λείπει. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε:

(i) Τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f . (Μονάδες 8)

(ii) Το είδος του ακροτάτου και τη θέση που το παρουσιάζει. (Μονάδες 7)

16. (15116) Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ορισμένα τμήματα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[-4, 4]$.



α) Να μεταφέρετε το σχήμα στην κόλλα σας και να χαράξετε τα υπόλοιπα τμήματα της γραφικής παράστασης της f . (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε

(i) τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

(ii) τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Δ

17. (15022) Θεωρούμε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[-3, 3]$. Η συνάρτηση f είναι άρτια, γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-3, 0]$ και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[0, 3]$.

α) Να αποδείξετε ότι $f(-1) < f(2)$. (Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι $f(3) \geq f(x) \geq f(0)$ για κάθε $x \in [-3, 3]$. (Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει ελάχιστο και μέγιστο και να βρείτε τις θέσεις μεγίστου και ελαχίστου. (Μονάδες 6)

δ) Παρακάτω δίνονται 4 τύποι, από τους οποίους ένας μόνο μπορεί να είναι ο τύπος της συνάρτησης f . Να επιλέξετε το σωστό τύπο αιτιολογώντας την απάντησή σας.

$$\alpha. f(x) = \sqrt{9-x^2} \quad \beta. f(x) = -\sqrt{9-x^2} \quad \gamma. f(x) = \sqrt{x^2-9} \quad \delta. f(x) = -\sqrt{x^2-9}$$

(Μονάδες 6)