

SESIÓN DE APRENDIZAJE 03

*Proyecciones
acumuladas: Suma de los
 n términos de una
Progresión Geométrica*



13/08/26

IE. "JOSÉ GÁLVEZ EGÚSQUIZA"

Adaptada por: Prof. Carlos Guarniz

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 03

I. DATOS INFORMATIVOS

- **Institución Educativa:** "José Gálvez Egúsquiza" - Pichugán
- **Área Curricular:** Matemática
- **Grado y Sección:** 5.º Grado de Secundaria (Ciclo VII)
- **Unidad Didáctica:** Unidad 3
- **Duración:** 2 horas pedagógicas (90 minutos)
- **Docente:** Lic. Carlos Guarniz
- **Fecha:** 13 de agosto de 2026

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"Proyecciones acumuladas: Suma de los n términos de una Progresión Geométrica"

III. PROPÓSITO DE LA SESIÓN

- **Intención pedagógica de la sesión:** Lograr que los estudiantes comprendan, deduzcan e integren el cálculo de la suma de los n primeros términos de una Progresión Geométrica (S_n), aplicando la relación analítica $S_n = a_1(r^n - 1)/(r - 1)$ o $S_n = a_n * (r - a_1)/(r - 1)$ para modelar, calcular y evaluar acumulaciones o proyecciones financieras y agrícolas dentro del contexto productivo de Pichugán.
- **Relación con el desarrollo de la competencia:** Esta sesión moviliza directamente la competencia **"Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio"**. A través de las actividades, el estudiante combina e integra sus capacidades de traducir datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas, comunicar su comprensión sobre las relaciones algebraicas, usar estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales y argumentar afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia al justificar modelos de acumulación exponencial.

IV. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

(Derivados del Estándar de Aprendizaje del Ciclo VII del CNEB y los desempeños de 5.º de secundaria)

1. **Traduce y modela** situaciones socioeconómicas o productivas del entorno a expresiones de sumatoria finita de una progresión geométrica, identificando con precisión el primer término (a_1), la razón (r) y el número de términos (n).
2. **Combina e integra estrategias heurísticas, procedimientos algebraicos y fórmulas** para calcular la suma de los n primeros términos de una progresión geométrica finita (S_n).
3. **Explica y comunica su comprensión** sobre la diferencia entre el término general (a_n) y la acumulación total (S_n), empleando representaciones numéricas, tabulares y simbólicas.
4. **Plantea y justifica afirmaciones** sobre los resultados acumulados y el impacto financiero o agrícola a largo plazo en su comunidad con base en las propiedades de las progresiones geométricas.

V. EVIDENCIA DE APRENDIZAJE

- **Producción procesal (Cuaderno de trabajo / Papelógrafo):** Deducción gráfica-algebraica de la fórmula de la suma S_n y resolución tabulada del caso real sobre acumulación de cosechas de papa y planes de ahorro en cajas rurales de Pichugán.
- **Producto individual (Ficha de Aprendizaje):** Resolución completa y fundamentada de la ficha de trabajo de 10 problemas aplicados sobre la suma de términos de una P.G.

VI. INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

- **Tipo de instrumento:** Lista de Cotejo para Evaluación Formativa (basada en el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio").

Criterios de Evaluación	Logrado	En Proceso	No Logrado	Observaciones / Sugerencias
1. Identifica y extrae a_1, r y n de situaciones contextualizadas de acumulación.				
2. Aplica correctamente la fórmula de S_n calculando el valor acumulado exacto.				
3. Diferencia conceptualmente a_n de S_n mediante explicaciones claras o gráficos.				
4. Justifica sus conclusiones y proyecciones con base en el cálculo algebraico obtenido.				

VII. SECUENCIA DIDÁCTICA

1. INICIO (20 minutos)

- **Motivación y Marco Contextual:**

- El docente saluda cordialmente a la clase y comparte el siguiente escenario hipotético contextualizado:

"Imaginemos que Don Marcos, agricultor de Pichugán, decide almacenar una parte de su cosecha de papa para la época de sequía. La primera semana guarda 20 kg. Cada semana posterior guarda el doble de lo guardado la semana anterior (20 kg, 40 kg, 80 kg, ...)."

- **Recojo de Saberes Previos:**

- Se promueve el diálogo mediante las siguientes preguntas socráticas:
 - *¿Cuántos kilogramos guardará Don Marcos exactamente en la semana 6? (Los estudiantes reconocen el término general $a_6 = 20 \cdot 2^{(6-1)} = 640$ kg de la sesión anterior).*
 - *¿Si Don Marcos desea saber cuántos kilogramos ha guardado en total durante las 6 semanas juntas, basta con mirar el dato de la semana 6?*

- **Problematización y Conflicto Cognitivo:**

- El docente pregunta:

"Si el proyecto dura 20 semanas, ¿sería práctico calcular el término de cada semana uno por uno y luego sumarlos manualmente en la calculadora? ¿Existe una forma algebraica directa de proyectar el total acumulado S_n sin hacer 20 sumas consecutivas?"

- **Comunicación del Propósito y Organización:**

- El docente explicita el propósito: **"Hoy aprenderemos a deducir y aplicar la fórmula para calcular la suma de los n primeros términos de una Progresión Geométrica (S_n), resolviendo problemas de proyección acumulada en las finanzas y la producción de nuestra comunidad."**
- Se recuerdan los acuerdos de convivencia para el trabajo colaborativo e inclusivo.

2. DESARROLLO (55 minutos)

Procesos Didácticos del Área de Matemática:

- **Fase 1: Comprensión del problema**

- Se presenta el problema central en la pizarra o papelógrafo:

Situación: Una asociación ganadera de Chiguirip inicia un fondo de ahorro. El primer mes aportan S/ 50. Deciden que cada mes el depósito total del grupo sea el triple ($r = 3$) del mes anterior. ¿Cuánto dinero habrá reunido la asociación en total al cabo de 8 meses?

- Los estudiantes leen de forma individual y en pares, identificando la información clave:
 - Primer término (a_1): S/ 50
 - Razón geométrica (r): 3
 - Número de términos o periodos (n): 8
 - Incógnita: Suma acumulada total (S_8).

- **Fase 2: Búsqueda y ejecución de estrategias**

- **Paso 1 (Estrategia tabular):** Representan los primeros meses para observar el comportamiento acumulativo:
 - Mes 1: 50 → Total: 50
 - Mes 2: 150 → Total: 200
 - Mes 3: 450 → Total: 650
- **Paso 2 (Deducción algebraica guiada):** El docente guía a los estudiantes a escribir la suma formal:

$$S_n = a_1 + a_1 * r + a_1 * r^2 + \dots + a_1 * r^{(n-1)} \text{ --- (Ecuación 1)}$$

- Multiplican toda la ecuación por la razón r :

$$r * S_n = a_1 * r + a_1 * r^2 + a_1 * r^3 + \dots + a_1 * r^n \text{ --- (Ecuación 2)}$$

- Restan la (Ecuación 2) menos la (Ecuación 1):

$$r * S_n - S_n = a_1 * r^n - a_1$$

$$S_n (r - 1) = a_1 (r^n - 1)$$

$$S_n = a_1 (r^n - 1)/(r - 1) \text{ (para } r \neq 1)$$

- **Fase 3: Representación, Formalización e Institucionalización**

- Los estudiantes aplican la fórmula formalizada al problema inicial:

$$S_8 = 50 (3^8 - 1)/(3 - 1) = 50 (6561 - 1)/2 = 25 * 6560 = S/ 164000$$

- **Conclusión formalizada en el cuaderno:**
 - **Suma de una P.G. finita (S_n):** Expresa el valor acumulado de todos los términos desde a_1 hasta a_n .
 - **Fórmula principal:** $S_n = a_1(r^n - 1)/(r - 1)$ cuando $r > 1$.
 - **Fórmula alternativa:** $S_n = a_1(1 - r^n)/(1 - r)$ cuando $r < 1$.

- **Fase 4: Reflexión y Transferencia**

- El docente plantea preguntas para reflexionar sobre el proceso:
 - *¿Qué diferencia crítica existe entre calcular a_8 (lo abonado solo en el mes 8) y S_8 (todo lo acumulado hasta el mes 8)?*
 - *¿Cómo cambia el valor de S_n si la razón es una fracción entre 0 y 1?*
- Los estudiantes transfieren lo aprendido a nuevas situaciones de producción o crédito rural.

3. CIERRE (15 minutos)

- **Sistematización y Evaluación:**

- Se realiza un cierre sumario de conceptos clave en la pizarra.
- Se hace entrega de la **Ficha de Aprendizaje** con 10 situaciones problemáticas para el trabajo aplicativo.

- **Metacognición:**

- *¿Qué pasos seguimos para deducir la fórmula de la suma de una progresión geométrica?*
- *¿En qué situaciones financieras de mi familia en Pichugán puedo aplicar este concepto de acumulación?*
- *¿Qué dificultades operativas tuve al calcular potencias elevadas y cómo las superé?*

VIII. RECURSOS Y MATERIALES

- **Materiales educativos:** Pizarra, plumones de colores, papelógrafos, regla, calculadoras científicas o básicas.
- **Recursos impresos y/o digitales:** Ficha de aprendizaje con 10 problemas impresos, Texto de Matemática de 5.º de Secundaria (Minedu, pág. 107).

IX. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

- **Estrategias inclusivas y adecuaciones previstas:**
 - **Atención a ritmos de aprendizaje:** Para estudiantes que experimenten dificultades en la manipulación algebraica de exponentes altos, se les proporciona una tabla auxiliar de potencias (2^n , 3^n , 5^n) para acelerar la resolución sin perder la comprensión conceptual.
 - **Trabajo colaborativo (Tutoría entre pares):** Se organizan equipos donde un estudiante con ritmo avanzado apoye a un compañero en la identificación correcta de a_1 y r en el texto del problema.
 - **Uso de representaciones concretas/gráficas:** Representación de los primeros sumandos en diagramas de barras para visualización de la acumulación progresiva.

X. RETROALIMENTACIÓN

- **Tipo de retroalimentación prevista:** Retroalimentación Formativa por Descubrimiento o Reflexión.
- **Orientaciones para la mejora del aprendizaje:**
 - Cuando se observe el error sistemático de confundir a_n con S_n , el docente guiará mediante preguntas: *"El valor que calculaste de $S/13\,122$, ¿es lo que se ahorra en ese único mes o el dinero guardado en la caja fuerte acumulando todos los meses anteriores?"*
 - Acompañamiento explícito en la jerarquía de operaciones (resolver primero el paréntesis con la potencia antes de multiplicar por a_1).

XI. BIBLIOGRAFÍA

1. **Ministerio de Educación del Perú (MINEDU).** (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria: Área de Matemática*. Lima: Minedu.
2. **Ministerio de Educación del Perú (MINEDU).** (2026). *Texto de Matemática 5.º de Secundaria* (pág. 107). Lima: Minedu.
3. **Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S.** (2017). *Precálculo: Matemáticas para el cálculo* (7.ª ed.). Cengage Learning.
4. **Haussler, E. F., & Paul, R. S.** (2015). *Matemáticas para administración y economía*. Pearson Educación.

FICHA DE APRENDIZAJE N° 03: PROYECCIONES ACUMULADAS Y SUMA DE UNA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

Estudiante: _____ Grado y Sección:

5.º de Secundaria | Fecha: __/__/2026

Propósito:

Deducir y aplicar la fórmula de la suma de los n primeros términos de una Progresión Geométrica (S_n) para resolver y evaluar situaciones socioeconómicas, financieras y productivas del entorno rural.

Fórmula de referencia:

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}; \text{ (para } r > 1) \text{ } \bullet \text{ } S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}; \text{ (para } r < 1)$$

SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

Problema 1 (Acumulación básica)

Calcula la suma de los primeros 8 términos de la siguiente progresión geométrica:

3, 6, 12, 24, 48, ...

- a) Identifica a_1 , r y n .
- b) Aplica la fórmula de S_n y halla el resultado exacto.

Problema 2 (Ahorro familiar en la comunidad)

Una familia de Pichugán decide ahorrar para adquirir un sistema de riego por goteo. El primer mes depositan S/ 40 en una alcancía y deciden duplicar ($r = 2$) el monto depositado cada mes durante 6 meses.

- a) ¿Cuánto dinero depositan **únicamente** en el mes 6 (a_6)?
- b) ¿Cuánto dinero han logrado acumular **en total** al finalizar el mes 6 (S_6)?

Problema 3 (Acomulativo de cosecha de granos)

En un proyecto escolar de siembra de maíz, la cosecha acumulada por parcelas sigue una progresión geométrica. En la primera parcela se cosecharon 100 kg, en la segunda 150 kg, en la tercera 225 kg, manteniendo una razón constante $r = 1,5$.

- a) Determina la cantidad total cosechada al finalizar las primeras 5 parcelas (S_5).
- b) Interpreta el resultado en el contexto agrícola escolar.

Problema 4 (Fórmula con razón decimal/fraccionaria)

Dada la progresión geométrica a_n con $a_1 = 1000$ y razón $r = 1/2$:

- a) Escribe los primeros 4 términos.
- b) Calcula la suma de los primeros 6 términos (S_6).

Problema 5 (Cálculo del primer término a partir de la suma)

Se sabe que en una progresión geométrica de 4 términos ($n = 4$), la razón es $r = 3$ y la suma de todos sus términos es $S_4 = 400$.

- a) Plantea la ecuación correspondiente usando la fórmula de S_n .
- b) Encuentra el valor del primer término (a_1).

Problema 6 (Campaña de reforestación comunal)

La comunidad campesina de Chiguirip inicia un programa de siembra de pino. El primer año plantaron 200 árboles. Con el apoyo de la municipalidad, logran aumentar la cantidad de árboles sembrados a razón de 1,2 veces (un incremento del 20%) cada año respecto al anterior.

- a) Modela la expresión para calcular el total de árboles plantados al cabo de 5 años.
- b) Calcula la suma total acumulada S_5 (redondea al entero más cercano).

Problema 7 (Cadena de comunicación / Difusión de información)

Para convocar a una faena comunal en Pichugán, el agente municipal llama a 3 comuneros (etapa 1). Luego, cada uno de estos 3 comuneros llama a otros 3 comuneros diferentes (etapa 2), y así sucesivamente.

- **a)** ¿Cuántas personas **nuevas** son notificadas en la etapa 5 (a_5)?
- **b)** ¿Cuántas personas en **total** (incluidas las de todas las etapas anteriores) han sido notificadas al finalizar la etapa 5 (S_5)?

Problema 8 (Plaga agrícola acumulada)

Un informe técnico detecta que la superficie de cultivo afectada por un hongo en la región se triplica cada semana. En la semana 1 había 2 m^2 afectados, en la semana 2 había 6 m^2 , en la semana 3 había 18 m^2 .

- **a)** Halla la suma de las áreas afectadas reportadas en el registro acumulado durante las primeras 7 semanas.
- **b)** Si la chacra tiene una extensión total de 2000 m^2 , ¿habrá sido superada esa área por la suma acumulada en la semana 7? Justifica tu respuesta.

Problema 9 (Descuento o depreciación acumulada)

Una herramienta agrícola va perdiendo su rendimiento útil. En el primer año realiza 800 horas de trabajo efectivo, y en cada año subsecuente realiza solo el 80% ($r = 0,8$) de las horas trabajadas el año anterior.

- **a)** Calcula la suma de horas trabajadas por la máquina durante sus primeros 4 años de vida útil (S_4).
- **b)** Expresa el resultado en una conclusión sobre la eficiencia del equipo.

Problema 10 (Reto analítico: Hallar el número de términos n)

Un fondo de crédito rural otorga préstamos acumulativos. El primer préstamo fue de S/ 100 ($a_1 = 100$) y cada nuevo préstamo otorgado a la misma familia se duplica ($r = 2$). Si el total acumulado en préstamos concedidos a esa familia llegó a S/ 12 700 ($S_n = 12700$):

- **a)** Sustituye los datos conocidos en la fórmula de S_n .
- **b)** Determina el número total de préstamos (n) que recibió dicha familia.