

MODUL AJAR DEEP LEARNING
MATA PELAJARAN : MATEMATIKA (TINGKAT LANJUT)
BAB 5: FUNGSI DAN PEMODELANNYA

A. IDENTITAS MODUL

Nama Sekolah :
Nama Penyusun :
Mata Pelajaran : **Matematika (Tingkat Lanjut)**
Kelas / Fase /Semester : **XI/ F / Ganjil**
Alokasi Waktu : **12 Jam Pelajaran (6 Pertemuan @ 2 JP)**
Tahun Pelajaran : **20.. / 20..**

B. IDENTIFIKASI KESIAPAN PESERTA DIDIK

Sebelum memulai pembelajaran Bab 5 Fungsi dan Pemodelannya, peserta didik diharapkan telah memiliki pemahaman dasar dan keterampilan sebagai berikut:

Pengetahuan Matematika Dasar:

- **Fungsi Aljabar:** Konsep dasar fungsi (domain, kodomain, range), jenis-jenis fungsi aljabar sederhana (linear, kuadrat, kubik), operasi pada fungsi, serta kemampuan menggambar grafik fungsi aljabar dasar.
- **Trigonometri (Dasar):** Konsep sudut dalam radian dan derajat, nilai-nilai fungsi trigonometri (sin, cos, tan) untuk sudut istimewa dan di berbagai kuadran, identitas trigonometri dasar, serta konsep grafik fungsi dasar $y=\sin x$, $y=\cos x$.
- **Eksponen dan Logaritma (Dasar):** Konsep eksponen dan sifat-sifatnya, pengertian logaritma sebagai invers eksponen, serta sifat-sifat dasar logaritma.
- **Persamaan dan Pertidaksamaan:** Kemampuan menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan linear dan kuadrat.

Keterampilan:

- Kemampuan aljabar dasar (manipulasi ekspresi, faktorisasi).
- Keterampilan menggambar grafik pada bidang Kartesius.
- Kemampuan menafsirkan informasi dari grafik.
- Kemampuan menggunakan kalkulator ilmiah untuk perhitungan trigonometri dan logaritma.
- **Pemahaman Konseptual:** Peserta didik diharapkan memahami bahwa matematika bukan hanya tentang perhitungan, tetapi juga alat untuk memodelkan fenomena dunia nyata.

C. KARAKTERISTIK MATERI PELAJARAN

Materi "Fungsi dan Pemodelannya" merupakan jenis pengetahuan konseptual, prosedural, dan pengetahuan metakognitif.

- **Jenis Pengetahuan:** Peserta didik akan memahami konsep dan karakteristik berbagai jenis fungsi (trigonometri, logaritma, aljabar kompleks) (konseptual). Mereka akan

belajar bagaimana memanipulasi fungsi, menggambar grafik, dan menerapkan fungsi tersebut untuk memecahkan masalah dunia nyata (prosedural). Selain itu, mereka akan didorong untuk merefleksikan bagaimana matematika dapat digunakan sebagai alat pemodelan yang kuat (metakognitif).

- **Relevansi dengan Kehidupan Nyata:** Materi ini sangat relevan karena fungsi dan pemodelan digunakan di berbagai bidang seperti:
 - **Fisika:** Gerak harmonik sederhana (gelombang), pertumbuhan dan peluruhan radioaktif.
 - **Biologi:** Pertumbuhan populasi, penyebaran penyakit.
 - **Ekonomi:** Pertumbuhan investasi, amortisasi pinjaman.
 - **Teknik:** Desain jembatan, sinyal elektronik.
 - **Bidang lainnya:** Data sains, analisis tren. Pemahaman ini akan mempersiapkan peserta didik untuk studi lanjutan di berbagai disiplin ilmu.
- **Tingkat Kesulitan:** Materi ini memiliki tingkat kesulitan tinggi. Perluasan konsep fungsi trigonometri, logaritma, dan aljabar ke arah yang lebih kompleks, termasuk transformasi grafik, pemecahan masalah kontekstual, dan pemodelan, membutuhkan penalaran abstrak dan keterampilan pemecahan masalah yang mendalam.
- **Struktur Materi:** Materi dibagi menjadi tiga bagian utama: fungsi trigonometri (grafik, persamaan), fungsi logaritma (grafik, sifat, persamaan), dan fungsi aljabar (jenis-jenis fungsi aljabar, operasi, invers, pemodelan). Pendekatan akan berfokus pada pemahaman konsep dan aplikasi pemodelan untuk setiap jenis fungsi.
- **Integrasi Nilai dan Karakter:** Materi ini akan mengintegrasikan nilai-nilai seperti **Penalaran Kritis** (dalam menganalisis grafik dan masalah pemodelan), **Kreativitas** (dalam merancang model matematika), **Kolaborasi** (saat diskusi kelompok atau proyek), **Kemandirian** (dalam menyelesaikan soal dan mengeksplorasi konsep), dan **Komunikasi** (dalam menyampaikan hasil analisis dan presentasi).

D DIMENSI PROFIL LULUSAN PEMBELAJARAN

Dalam pembelajaran Bab 5 Fungsi dan Pemodelannya, dimensi profil lulusan yang akan dicapai adalah:

- **Penalaran Kritis:** Peserta didik akan dilatih untuk menganalisis sifat-sifat fungsi, menginterpretasikan grafik, mengevaluasi model matematika, dan memecahkan masalah kompleks dengan argumen matematis yang logis.
- **Kreativitas:** Peserta didik akan didorong untuk berpikir kreatif dalam membangun model matematika dari situasi nyata dan menemukan berbagai pendekatan untuk menyelesaikan masalah pemodelan.
- **Kolaborasi:** Peserta didik akan bekerja sama dalam kelompok untuk mendiskusikan konsep, menyelesaikan soal pemodelan, dan menyiapkan presentasi hasil proyek.
- **Kemandirian:** Peserta didik akan mengembangkan kemampuan belajar mandiri, mengeksplorasi konsep matematika secara lebih dalam, dan menyelesaikan tugas-tugas kompleks.
- **Komunikasi:** Peserta didik akan mengembangkan kemampuan untuk mengkomunikasikan ide-ide matematis mereka secara jelas dan tepat, baik secara lisan maupun tulisan, terutama saat mempresentasikan hasil pemodelan.

DESAIN PEMBELAJARAN

A. CAPAIAN PEMBELAJARAN (CP) NOMOR : 32 TAHUN 2024

Pada akhir Fase F, peserta didik mampu menganalisis berbagai jenis fungsi (termasuk fungsi trigonometri, logaritma, dan aljabar), memahami karakteristik grafik dan sifat-sifatnya, serta mampu menerapkan konsep fungsi untuk memodelkan dan menyelesaikan masalah kontekstual dalam berbagai bidang ilmu.

B. LINTAS DISIPLIN ILMU YANG RELEVAN

- **Fisika:** Gerak harmonik sederhana, gelombang suara dan cahaya (Fungsi Trigonometri), peluruhan radioaktif (Fungsi Logaritma), gerak parabola (Fungsi Kuadrat).
- **Biologi:** Pertumbuhan populasi bakteri atau virus (Fungsi Eksponen/Logaritma), pola sirkadian (Fungsi Trigonometri).
- **Kimia:** Laju reaksi, pH larutan (Fungsi Logaritma).
- **Ekonomi:** Pertumbuhan investasi, bunga majemuk (Fungsi Eksponen/Logaritma), analisis biaya/pendapatan (Fungsi Aljabar).
- **Geografi:** Pemodelan iklim atau gelombang laut (Fungsi Trigonometri).
- **Teknologi Informasi dan Komunikasi (TIK):** Visualisasi data, penggunaan perangkat lunak matematika (Geogebra, Desmos) untuk menggambar grafik dan simulasi.
- **Seni:** Pola dan simetri yang terkait dengan fungsi periodik.

C. TUJUAN PEMBELAJARAN

Pertemuan 1 (2 JP): Fungsi Trigonometri: Grafik dan Karakteristik

- Melalui eksplorasi interaktif dengan perangkat lunak grafik (misalnya Geogebra/Desmos), peserta didik dapat mengidentifikasi pengaruh perubahan konstanta pada amplitudo dan periode grafik fungsi sinus dan kosinus.
- Dengan menganalisis berbagai contoh, peserta didik dapat menggambar grafik fungsi trigonometri $y = A \sin(Bx + C) + D$ dan $y = A \cos(Bx + C) + D$ secara mandiri.
- Melalui diskusi kelompok, peserta didik dapat menentukan amplitudo, periode, frekuensi, pergeseran fase, dan pergeseran vertikal dari fungsi trigonometri yang diberikan.

Pertemuan 2 (2 JP): Fungsi Trigonometri: Persamaan dan Pemodelan Fenomena Periodik

- Dengan menggunakan grafik dan identitas trigonometri, peserta didik dapat menyelesaikan persamaan trigonometri sederhana ($\sin x = k, \cos x = k, \tan x = k$).
- Melalui studi kasus masalah kontekstual (misalnya ketinggian air pasang surut, suhu harian), peserta didik dapat membangun model fungsi trigonometri untuk menggambarkan fenomena periodik.
- Dengan menerapkan pemahaman konsep, peserta didik dapat menafsirkan hasil pemodelan fungsi trigonometri dalam konteks dunia nyata.

Pertemuan 3 (2 JP): Fungsi Logaritma: Grafik, Sifat, dan Persamaan

- Melalui eksplorasi dengan perangkat lunak grafik, peserta didik dapat menggambar grafik fungsi logaritma $y = a \log_b(cx + d) + e$ dan mengidentifikasi karakteristiknya

(domain, range, asimtot).

- Dengan latihan soal, peserta didik dapat menerapkan sifat-sifat logaritma untuk menyederhanakan ekspresi logaritma.
- Dengan berbagai strategi penyelesaian, peserta didik dapat menyelesaikan persamaan logaritma sederhana.

Pertemuan 4 (2 JP): Fungsi Logaritma: Pemodelan Pertumbuhan dan Peluruhan

- Melalui studi kasus masalah kontekstual (misalnya pertumbuhan populasi, peluruhan radioaktif, skala pH/Richter), peserta didik dapat membangun model fungsi logaritma untuk menggambarkan fenomena pertumbuhan atau peluruhan.
- Dengan menerapkan konsep, peserta didik dapat menafsirkan hasil pemodelan fungsi logaritma dalam konteks dunia nyata.

Pertemuan 5 (2 JP): Fungsi Aljabar: Jenis, Operasi, dan Invers

- Melalui diskusi dan contoh, peserta didik dapat mengidentifikasi berbagai jenis fungsi aljabar (linear, kuadrat, kubik, rasional, akar) dan karakteristik umumnya.
- Dengan latihan soal, peserta didik dapat melakukan operasi aljabar pada fungsi (penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, komposisi fungsi).
- Melalui demonstrasi dan latihan, peserta didik dapat menentukan fungsi invers dari suatu fungsi aljabar.

Pertemuan 6 (2 JP): Fungsi Aljabar: Pemodelan Berbagai Situasi

- Melalui studi kasus masalah kontekstual (misalnya biaya produksi, pendapatan, kecepatan, jarak), peserta didik dapat membangun model fungsi aljabar untuk berbagai situasi.
- Dengan menerapkan pemahaman fungsi, peserta didik dapat menganalisis dan menginterpretasikan hasil pemodelan fungsi aljabar dalam konteks dunia nyata.
- Melalui proyek akhir, peserta didik dapat mengkomunikasikan proses dan hasil pemodelan mereka secara jelas dan sistematis.

D. TOPIK PEMBELAJARAN KONTEKSTUAL

Topik pembelajaran kontekstual akan diambil dari fenomena nyata yang dapat dimodelkan menggunakan berbagai jenis fungsi, mendorong peserta didik untuk melihat relevansi matematika. Contoh topik:

Fungsi Trigonometri:

- "Memodelkan Gerakan Bandul Jam Dinding"
- "Variasi Suhu Rata-rata Harian di Tegal Sepanjang Tahun"
- "Grafik Gelombang Suara dari Alat Musik"
- "Ketinggian Titik Tertentu pada Roda Bianglala"

Fungsi Logaritma:

- "Pertumbuhan Jumlah Kasus COVID-19 Awal Pandemi"
- "Penurunan Intensitas Gempa Bumi Berdasarkan Skala Richter"
- "Waktu yang Dibutuhkan untuk Peluruhan Sampel Radioaktif"
- "Perhitungan pH Larutan Asam Basa"

Fungsi Aljabar:

- "Optimalisasi Keuntungan Penjualan Produk UMKM"
- "Pemodelan Lintasan Bola Basket yang Dilempar"

- "Menentukan Harga Paling Efisien untuk Produksi"
- "Hubungan antara Kecepatan dan Jarak Tempuh Kendaraan"

Peserta didik akan memilih atau merancang ide proyek/diskusi yang sesuai dengan minat mereka dan ketersediaan data/fenomena.

E. KERANGKA PEMBELAJARAN

PRAKTIK PEDAGOGIK:

- **Metode Pembelajaran:** Pembelajaran Berbasis Proyek (Project-Based Learning) dan Diskusi Kelompok.
- **Eksplorasi Lapangan (Mini-Observasi/Pengumpulan Data Sederhana):** Peserta didik didorong untuk mengamati fenomena di sekitar mereka (misalnya, gerakan ayunan, pertumbuhan tanaman, variasi suhu) yang bisa dihubungkan dengan konsep fungsi. Jika memungkinkan, mereka dapat mengumpulkan data sederhana.
- **Wawancara (Opsional/Sederhana):** Jika memungkinkan, peserta didik dapat melakukan wawancara singkat dengan ahli di bidang terkait (misalnya, guru Fisika, Biologi, atau ahli IT) untuk mendapatkan perspektif praktis tentang aplikasi fungsi.
- **Presentasi:** Peserta didik akan mempresentasikan hasil proyek atau analisis studi kasus mereka di depan kelas.

MITRA PEMBELAJARAN:

- **Lingkungan Sekolah:** Guru mata pelajaran lain (Fisika, Biologi, Kimia, Ekonomi, Informatika), perpustakaan sekolah, lab komputer, komunitas siswa (misalnya, klub Sains/Matematika) untuk kolaborasi.
- **Lingkungan Luar Sekolah:** Universitas/lembaga riset (melalui artikel ilmiah atau video edukasi), platform edukasi online (Khan Academy, Coursera, edX) sebagai sumber belajar tambahan.
- **Masyarakat:** Ahli di bidang terkait (insinyur, ilmuwan, ahli statistik) melalui artikel atau video, atau jika memungkinkan, wawancara daring.

LINGKUNGAN BELAJAR:

- **Ruang Fisik:** Ruang kelas yang dapat diatur untuk diskusi kelompok dan presentasi. Lab komputer atau ruang dengan akses internet untuk penggunaan perangkat lunak grafik.
- **Ruang Virtual:** Google Classroom sebagai pusat pengumuman, distribusi materi, pengumpulan tugas, dan forum diskusi. Aplikasi grafik online seperti GeoGebra atau Desmos. Situs web sumber data ilmiah (misalnya, situs BMKG untuk data suhu).

Budaya Belajar:

- **Kolaboratif:** Mendorong kerja sama dalam kelompok untuk menganalisis isu, merancang model, dan memecahkan masalah.
- **Berpartisipasi Aktif:** Memotivasi semua peserta didik untuk aktif dalam diskusi, riset, dan presentasi.
- **Rasa Ingin Tahu:** Memicu minat peserta didik untuk menjelajahi fenomena alam dan sosial secara matematis, memahami bagaimana fungsi dapat menjelaskan dunia di sekitar mereka, dan mencari solusi inovatif.

PEMANFAATAN DIGITAL:

- **Perpustakaan Digital:** Menggunakan akses ke e-books, jurnal ilmiah, artikel, dan sumber daya online tentang aplikasi fungsi dalam berbagai bidang.

- **Forum Diskusi Daring:** Google Classroom atau platform lain untuk diskusi asinkron, berbagi tautan video/simulasi, *troubleshooting* pemahaman konsep, dan mengunggah progres proyek.
- **Penilaian Daring:** Menggunakan Google Forms atau platform kuesioner online untuk asesmen awal atau umpan balik.
- **GeoGebra/Desmos:** Alat esensial untuk visualisasi grafik fungsi, eksplorasi parameter, dan verifikasi pemahaman konsep.
- **Kahoot!/Mentimeter:** Digunakan untuk kuis interaktif atau *polling* opini di awal atau akhir sesi pembelajaran untuk meningkatkan keterlibatan dan menguji pemahaman singkat.
- **Google Classroom:** Sebagai platform utama untuk manajemen pembelajaran, distribusi materi, pengumpulan tugas, dan komunikasi.
- **Video Pembelajaran:** Saluran YouTube edukasi (misalnya Khan Academy, 3Blue1Brown, atau video dari universitas) yang menjelaskan konsep fungsi dan aplikasinya.

F. LANGKAH-LANGKAH PEMBELAJARAN BERDIFERENSIASI

PERTEMUAN 1: FUNGSI TRIGONOMETRI: GRAFIK DAN KARAKTERISTIK

KEGIATAN PENDAHULUAN (MINDFUL LEARNING, JOYFUL LEARNING):

- **Pembukaan (5 menit):** Guru menyapa peserta didik, memimpin doa, dan memeriksa kehadiran.
- **Ice Breaker (10 menit - Joyful):** Guru menampilkan video singkat atau GIF animasi tentang fenomena periodik (misalnya, ombak di laut, bandul berayun, gelombang suara). Guru bertanya, "Pola apa yang kalian lihat? Bisakah matematika menjelaskan pola ini?". Ini memicu rasa ingin tahu.
- **Apersepsi (10 menit - Mindful):** Guru mengaitkan fenomena periodik dengan konsep fungsi trigonometri yang telah dipelajari di SMP/SMA. Guru menjelaskan bahwa pada pelajaran ini, mereka akan mendalami bagaimana fungsi trigonometri dapat memodelkan pola-pola tersebut secara lebih kompleks. Guru menyampaikan relevansi pembelajaran ini dalam memahami dunia sekitar.
- **Penyampaian Tujuan (5 menit):** Guru menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai pada pertemuan ini.

KEGIATAN INTI (MEANINGFUL LEARNING, JOYFUL LEARNING, MINDFUL LEARNING):

Memahami (20 menit - Meaningful, Mindful):

- Guru menjelaskan konsep dasar grafik fungsi sinus dan kosinus, serta pengaruh perubahan amplitudo (A) dan periode (B).
- **Eksplorasi Interaktif (Joyful):** Peserta didik menggunakan laptop/HP untuk mengakses GeoGebra atau Desmos. Guru membimbing mereka untuk mengeksplorasi perubahan grafik $y = A \sin(Bx)$ atau $y = A \cos(Bx)$ ketika nilai A dan B diubah.
- Guru merujuk pada BS 11 - Matematika Tingkat Lanjut.pdf halaman 133-138.
- **Diferensiasi Konten:** Guru menyediakan panduan eksplorasi GeoGebra/Desmos yang berbeda tingkat kesulitannya. Untuk siswa yang cepat, ada tantangan untuk mengeksplorasi pergeseran fase dan vertikal lebih awal.

Mengaplikasi (30 menit - Joyful, Meaningful):

- **Latihan Terbimbing (Kolaboratif):** Peserta didik dalam kelompok kecil (3-4 orang) mengerjakan soal-soal menggambar grafik fungsi trigonometri dengan berbagai parameter (A,B,C,D).
- Setiap kelompok diminta untuk:
 - Menggambar grafik fungsi yang diberikan.
 - Menentukan amplitudo, periode, dan pergeseran yang terjadi.
 - Mengecek hasil gambar mereka menggunakan perangkat lunak grafik.
- **Diferensiasi Proses:** Guru berkeliling membimbing setiap kelompok, memberikan umpan balik langsung. Bagi kelompok yang kesulitan, guru memberikan contoh langkah demi langkah. Bagi kelompok yang sudah mahir, guru menantang mereka untuk menciptakan fungsi trigonometri dengan karakteristik tertentu.

Merefleksi (10 menit - Mindful, Meaningful):

- Beberapa perwakilan kelompok mempresentasikan grafik dan analisis mereka.
- **Refleksi Diri (Mindful):** Guru meminta peserta didik untuk menuliskan satu hal yang paling mengejutkan mereka tentang bagaimana fungsi trigonometri dapat diubah hanya dengan mengubah beberapa angka.

KEGIATAN PENUTUP (10 MENIT - CONSTRUCTIVE FEEDBACK, SUMMARIZE, PLANNING):

- **Umpan Balik Konstruktif:** Guru memberikan pujian atas partisipasi dan kemampuan awal peserta didik dalam memahami karakteristik grafik.
- **Menyimpulkan Pembelajaran:** Guru bersama peserta didik merangkum poin-poin penting tentang pengaruh parameter A,B,C,D pada grafik fungsi trigonometri.
- **Perencanaan Pembelajaran Selanjutnya:** Guru memberikan gambaran singkat tentang kegiatan di pertemuan berikutnya (pemodelan fenomena periodik). Guru dapat memberikan tugas ringan untuk mencari contoh fenomena periodik di sekitar mereka.
- Doa dan salam penutup.

PERTEMUAN 2: FUNGSI TRIGONOMETRI: PERSAMAAN DAN PEMODELAN FENOMENA PERIODIK

KEGIATAN PENDAHULUAN (MINDFUL LEARNING, JOYFUL LEARNING):

- **Pembukaan (5 menit):** Guru menyapa peserta didik, memimpin doa, dan memeriksa kehadiran.
- **Review dan Kuis Singkat (10 menit - Joyful):** Guru menggunakan Kahoot! atau Mentimeter untuk kuis singkat tentang karakteristik grafik fungsi trigonometri dari pertemuan sebelumnya.
- **Membangkitkan Rasa Ingin Tahu (10 menit - Mindful):** Guru menampilkan data suhu harian selama sebulan dan bertanya, "Bisakah kita memprediksi suhu besok atau lusa menggunakan data ini? Apa hubungannya dengan grafik yang kita pelajari?". Guru mengarahkan jawaban ke pemodelan.
- **Penyampaian Tujuan (5 menit):** Guru menyampaikan tujuan pembelajaran hari ini.

KEGIATAN INTI (MEANINGFUL LEARNING, JOYFUL LEARNING, MINDFUL LEARNING):

Memahami (20 menit - Meaningful, Mindful):

- Guru menjelaskan langkah-langkah penyelesaian persamaan trigonometri sederhana ($\sin x = k$, $\cos x = k$, $\tan x = k$) dengan menggunakan grafik dan konsep unit lingkaran.
- Guru menjelaskan konsep pemodelan fungsi trigonometri dan bagaimana menentukan parameter (A,B,C,D) dari data nyata.
- Guru merujuk pada BS 11 - Matematika Tingkat Lanjut.pdf halaman 139-142.
- **Diferensiasi Konten:** Guru menyediakan contoh-contoh persamaan trigonometri dengan tingkat kesulitan bervariasi.

Mengaplikasi (30 menit - Joyful, Meaningful):

- **Proyek Mini Pemodelan (Kolaboratif/Kreativitas):** Peserta didik dalam kelompok (3-4 orang) diberikan studi kasus data periodik sederhana (misalnya, data ketinggian air pasang surut di pelabuhan atau suhu rata-rata bulanan).

Setiap kelompok diminta untuk:

- ☐ Menentukan jenis fungsi trigonometri yang sesuai.
- ☐ Menghitung parameter A,B,C,D dari data yang diberikan.
- ☐ Menuliskan persamaan fungsi trigonometri yang memodelkan data tersebut.
- ☐ Membuat prediksi berdasarkan model yang mereka buat.
- **Diferensiasi Proses:** Guru berkeliling membimbing peserta didik.
- **Bagi yang kesulitan:** Guru memberikan panduan terstruktur atau template.
- **Bagi yang sudah mahir:** Guru dapat menantang mereka untuk mencari data periodik mereka sendiri dari internet (misalnya, data gelombang suara) dan mencoba memodelkannya.

Merefleksi (10 menit - Mindful, Meaningful):

- Beberapa perwakilan kelompok mempresentasikan model dan prediksi mereka.
- **Refleksi Diri (Mindful):** Guru meminta peserta didik untuk menuliskan bagaimana mereka bisa menggunakan kemampuan memodelkan fenomena periodik dalam kehidupan sehari-hari (misalnya, untuk jadwal tidur, olahraga, dll.).

KEGIATAN PENUTUP (10 MENIT - CONSTRUCTIVE FEEDBACK, SUMMARIZE, PLANNING):

- **Umpan Balik Konstruktif:** Guru memberikan apresiasi atas kreativitas dan kemampuan peserta didik dalam memodelkan fenomena.
- **Menyimpulkan Pembelajaran:** Guru merangkum bagaimana fungsi trigonometri dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan dan memodelkan fenomena periodik.
- **Perencanaan Pembelajaran Selanjutnya:** Guru menginformasikan bahwa pertemuan selanjutnya akan fokus pada fungsi logaritma. Peserta didik diminta untuk mengingat kembali sifat-sifat logaritma.
- Doa dan salam penutup.

PERTEMUAN 3: FUNGSI LOGARITMA: GRAFIK, SIFAT, DAN PERSAMAAN

KEGIATAN PENDAHULUAN (MINDFUL LEARNING, JOYFUL LEARNING):

- **Pembukaan (5 menit):** Guru menyapa peserta didik, memimpin doa, dan memeriksa kehadiran.

- **Pemanasan Konsep (10 menit - Joyful):** Guru menampilkan contoh pertumbuhan eksponensial (misalnya, video tentang pertumbuhan bakteri atau penyebaran rumor) dan bertanya, "Bagaimana kita bisa menghitung berapa lama waktu yang dibutuhkan agar jumlahnya mencapai sekian? Apa hubungannya dengan logaritma?"
- **Koneksi ke Tujuan (10 menit - Mindful):** Guru menjelaskan bahwa logaritma adalah kebalikan dari eksponen, dan akan sangat berguna untuk memecahkan masalah terkait pertumbuhan atau peluruhan. Guru menekankan pentingnya memahami grafik dan sifat logaritma.
- **Penyampaian Tujuan (5 menit):** Guru menyampaikan tujuan pembelajaran hari ini.

KEGIATAN INTI (MEANINGFUL LEARNING, JOYFUL LEARNING, MINDFUL LEARNING):

Memahami (20 menit - Meaningful, Mindful):

- Guru menjelaskan konsep dasar grafik fungsi logaritma, domain, range, dan asimtot vertikalnya.
- **Eksplorasi Interaktif (Joyful):** Peserta didik menggunakan GeoGebra/Desmos untuk mengeksplorasi perubahan grafik fungsi logaritma $y = a \log_b(x)$ ketika nilai a dan b diubah.
- Guru mengulang dan menjelaskan sifat-sifat logaritma yang esensial untuk penyelesaian persamaan.
- Guru merujuk pada BS 11 - Matematika Tingkat Lanjut.pdf halaman 143-148.
- **Diferensiasi Konten:** Guru menyediakan rangkuman sifat-sifat logaritma dalam berbagai format (tabel, kartu kilat) untuk membantu siswa menghafal dan memahami.
 - **Mengaplikasi (30 menit - Joyful, Meaningful):**
- **Latihan Berjenjang (Kemandirian):** Peserta didik mengerjakan latihan soal penyederhanaan ekspresi logaritma dan penyelesaian persamaan logaritma. Soal-soal diberikan dalam tingkat kesulitan bertahap.

Diferensiasi Proses:

- **Bagi yang kesulitan:** Guru memberikan soal-soal dasar dengan petunjuk jelas, dan membimbing secara personal.
- **Bagi yang sudah mahir:** Guru memberikan soal-soal tantangan yang memerlukan kombinasi beberapa sifat logaritma atau persamaan yang lebih kompleks.

Merefleksi (10 menit - Mindful, Meaningful):

- Guru membahas beberapa soal yang sulit dan strategi penyelesaiannya.
- **Refleksi Diri (Mindful):** Guru meminta peserta didik untuk menuliskan kesulitan terbesar mereka dalam memahami logaritma dan bagaimana mereka berencana untuk mengatasinya.

KEGIATAN PENUTUP (10 MENIT - CONSTRUCTIVE FEEDBACK, SUMMARIZE, PLANNING):

- **Umpan Balik Konstruktif:** Guru memberikan apresiasi atas usaha peserta didik dalam menguasai sifat dan penyelesaian persamaan logaritma.
- **Menyimpulkan Pembelajaran:** Guru merangkum karakteristik grafik fungsi logaritma, sifat-sifat kunci, dan teknik penyelesaian persamaan logaritma.
- **Perencanaan Pembelajaran Selanjutnya:** Guru menginformasikan bahwa

pertemuan selanjutnya akan fokus pada pemodelan dengan fungsi logaritma.

- Doa dan salam penutup.

PERTEMUAN 4: FUNGSI LOGARITMA: PEMODELAN PERTUMBUHAN DAN PELURUHAN

KEGIATAN PENDAHULUAN (MINDFUL LEARNING, JOYFUL LEARNING):

- **Pembukaan (5 menit):** Guru menyapa peserta didik, memimpin doa, dan memeriksa kehadiran.
- **Koneksi ke Dunia Nyata (10 menit - Joyful):** Guru menampilkan berita atau infografis tentang penyebaran wabah penyakit atau tingkat gempa bumi. Guru bertanya, "Bagaimana ilmuwan atau ahli dapat memprediksi atau mengukur fenomena ini secara matematis?"
- **Membangkitkan Rasa Ingin Tahu (10 menit - Mindful):** Guru menjelaskan bahwa fungsi logaritma (dan eksponen) adalah alat yang sangat ampuh untuk memodelkan pertumbuhan dan peluruhan di berbagai bidang ilmu.
- **Penyampaian Tujuan (5 menit):** Guru menyampaikan tujuan pembelajaran hari ini.

KEGIATAN INTI (MEANINGFUL LEARNING, JOYFUL LEARNING, MINDFUL LEARNING):

Memahami (20 menit - Meaningful, Mindful):

- Guru menjelaskan bagaimana fungsi logaritma dan eksponen saling terkait dalam pemodelan pertumbuhan dan peluruhan.
- Guru memberikan contoh model matematika untuk pertumbuhan populasi, peluruhan radioaktif, dan skala logaritmik (pH, Richter).
- Guru merujuk pada BS 11 - Matematika Tingkat Lanjut.pdf halaman 149-152.
- **Diferensiasi Konten:** Guru menyediakan berbagai formula model pertumbuhan/peluruhan dan contoh konkret untuk membantu pemahaman siswa.

Mengaplikasi (30 menit - Joyful, Meaningful):

- **Studi Kasus Pemodelan (Kolaboratif/Kreativitas):** Peserta didik dalam kelompok (3-4 orang) diberikan studi kasus masalah kontekstual yang melibatkan pertumbuhan atau peluruhan (misalnya, data pertumbuhan penjualan online, data peluruhan obat dalam tubuh).
- Setiap kelompok diminta untuk:
 - ☐ Mengidentifikasi jenis fungsi yang sesuai (eksponen atau logaritma).
 - ☐ Membangun model matematika dari data yang diberikan.
 - ☐ Menggunakan model untuk memprediksi atau menafsirkan informasi.
 - ☐ Menyajikan hasil analisis mereka.
- **Diferensiasi Proses:** Guru memberikan bimbingan, fokus pada proses penalaran dan interpretasi hasil.
- **Bagi yang kesulitan:** Guru dapat memberikan sebagian model atau petunjuk awal.
- **Bagi yang sudah mahir:** Guru dapat menantang mereka untuk membandingkan beberapa model atau menganalisis faktor-faktor yang memengaruhi pertumbuhan/peluruhan.

Merefleksi (10 menit - Mindful, Meaningful):

- Beberapa perwakilan kelompok mempresentasikan model dan interpretasi mereka.
- **Refleksi Diri (Mindful):** Guru meminta peserta didik untuk menuliskan bagaimana pemahaman tentang pertumbuhan/peluruhan ini dapat membantu mereka dalam mengambil keputusan di masa depan (misalnya, investasi, kesehatan, dll.).

KEGIATAN PENUTUP (10 MENIT - CONSTRUCTIVE FEEDBACK, SUMMARIZE, PLANNING):

- **Umpan Balik Konstruktif:** Guru memberikan umpan balik atas kemampuan peserta didik dalam menerapkan konsep logaritma untuk pemodelan.
- **Menyimpulkan Pembelajaran:** Guru merangkum pentingnya fungsi logaritma dan eksponen dalam memodelkan fenomena pertumbuhan dan peluruhan.
- **Perencanaan Pembelajaran Selanjutnya:** Guru menginformasikan bahwa pertemuan selanjutnya akan fokus pada fungsi aljabar yang lebih kompleks.
 - Doa dan salam penutup.

PERTEMUAN 5: FUNGSI ALJABAR: JENIS, OPERASI, DAN INVERS

KEGIATAN PENDAHULUAN (MINDFUL LEARNING, JOYFUL LEARNING):

- **Pembukaan (5 menit):** Guru menyapa peserta didik, memimpin doa, dan memeriksa kehadiran.
- **Apersepsi (10 menit - Joyful):** Guru menampilkan beberapa grafik fungsi aljabar yang berbeda (linear, kuadrat, kubik, rasional sederhana) dan bertanya, "Apa yang membedakan grafik-grafik ini? Bagaimana kita bisa menghasilkan grafik yang lebih kompleks?". Ini mengarahkan ke operasi fungsi.
- **Koneksi ke Tujuan (10 menit - Mindful):** Guru mengingatkan peserta didik bahwa mereka sudah familiar dengan fungsi aljabar dasar dan hari ini akan memperdalam pemahaman tentang jenis-jenisnya, bagaimana melakukan operasi antar fungsi, dan konsep fungsi invers.
- **Penyampaian Tujuan (5 menit):** Guru menyampaikan tujuan pembelajaran hari ini.

KEGIATAN INTI (MEANINGFUL LEARNING, JOYFUL LEARNING, MINDFUL LEARNING):

Memahami (20 menit - Meaningful, Mindful):

- Guru menjelaskan review singkat jenis-jenis fungsi aljabar dasar (linear, kuadrat, kubik, rasional, akar) dan domain/range-nya.
- Guru menjelaskan operasi pada fungsi (penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, komposisi fungsi).
- Guru menjelaskan konsep fungsi invers dan bagaimana menentukannya secara aljabar dan grafis.
- Guru merujuk pada BS 11 - Matematika Tingkat Lanjut.pdf halaman 153-160.
- **Diferensiasi Konten:** Guru menyediakan contoh-contoh operasi fungsi dan fungsi invers dengan tingkat kesulitan bervariasi.

Mengaplikasi (30 menit - Joyful, Meaningful):

- **Latihan Terstruktur (Kemandirian):** Peserta didik mengerjakan latihan soal operasi fungsi (komposisi, aljabar biasa) dan menentukan fungsi invers.
- **Diferensiasi Proses:** Guru memberikan dukungan individual.

- **Bagi yang kesulitan:** Guru memberikan contoh lebih banyak atau langkah-langkah detail.
- **Bagi yang sudah mahir:** Guru memberikan soal-soal komposisi fungsi yang melibatkan lebih dari dua fungsi atau menentukan invers dari fungsi rasional.

Merefleksi (10 menit - Mindful, Meaningful):

- Guru membahas beberapa soal yang representatif.
- **Refleksi Diri (Mindful):** Guru meminta peserta didik untuk menuliskan satu aplikasi potensial dari komposisi fungsi atau fungsi invers dalam konteks yang mereka kenal.

KEGIATAN PENUTUP (10 MENIT - CONSTRUCTIVE FEEDBACK, SUMMARIZE, PLANNING):

- **Umpan Balik Konstruktif:** Guru memberikan apresiasi atas ketelitian peserta didik dalam melakukan operasi aljabar dan menentukan fungsi invers.
- **Menyimpulkan Pembelajaran:** Guru merangkum konsep operasi fungsi dan fungsi invers.
- **Perencanaan Pembelajaran Selanjutnya:** Guru menginformasikan bahwa pertemuan terakhir akan fokus pada pemodelan menggunakan fungsi aljabar dan persiapan proyek akhir bab.
- Doa dan salam penutup.

PERTEMUAN 6: FUNGSI ALJABAR: PEMODELAN BERBAGAI SITUASI DAN PROYEK AKHIR

KEGIATAN PENDAHULUAN (MINDFUL LEARNING, JOYFUL LEARNING):

- **Pembukaan (5 menit):** Guru menyapa peserta didik, memimpin doa, dan memeriksa kehadiran.
- **Pemanasan Pemodelan (10 menit - Joyful):** Guru menampilkan studi kasus sederhana yang bisa dimodelkan dengan fungsi aljabar (misalnya, biaya taksi berdasarkan jarak, hubungan antara sisi persegi dan luasnya). Guru bertanya, "Bagaimana kita bisa menuliskan hubungan ini dalam bentuk fungsi?"
- **Koneksi ke Tujuan (10 menit - Mindful):** Guru menjelaskan bahwa pemahaman tentang fungsi aljabar dapat digunakan untuk memodelkan banyak situasi praktis dan hari ini akan menjadi puncak dari pemahaman fungsi secara keseluruhan melalui proyek.
- **Penyampaian Tujuan (5 menit):** Guru menyampaikan tujuan pembelajaran hari ini.

KEGIATAN INTI (MEANINGFUL LEARNING, JOYFUL LEARNING, MINDFUL LEARNING):

Memahami (10 menit - Meaningful, Mindful):

- Guru me-review singkat tentang proses pemodelan matematika: identifikasi variabel, tentukan hubungan, bangun fungsi, interpretasi hasil.
- Guru memberikan contoh singkat pemodelan situasi dengan fungsi aljabar.

Mengaplikasi (60 menit - Joyful, Meaningful):

- **Proyek Akhir Bab (Kolaboratif, Kreativitas, Penalaran Kritis):** Peserta didik dalam kelompok (3-4 orang) memilih satu dari beberapa topik pemodelan yang disediakan guru atau mengusulkan topik sendiri (misalnya, memodelkan keuntungan

bisnis UMKM, lintasan proyektil, pola pertumbuhan tanaman, atau situasi lain yang relevan).

- Setiap kelompok diminta untuk:
 - Mengidentifikasi variabel dan data yang relevan.
 - Membangun model fungsi aljabar (atau campuran dengan trigonometri/logaritma jika relevan) untuk memodelkan situasi.
 - Menganalisis dan menginterpretasikan model mereka.
 - Menyajikan hasil proyek mereka dalam bentuk presentasi yang jelas dan menarik.
- **Diferensiasi Proses:** Guru berkeliling memberikan konsultasi individual untuk setiap kelompok.
- **Bagi yang kesulitan:** Guru memberikan panduan lebih terstruktur, membantu identifikasi variabel kunci, atau memberikan contoh struktur presentasi.
- **Bagi yang sudah mahir:** Guru mendorong mereka untuk mengeksplorasi model yang lebih kompleks, mempertimbangkan batasan model, atau menggunakan lebih banyak alat digital untuk visualisasi.

Merefleksi (10 menit - Mindful, Meaningful):

- Setiap kelompok mempresentasikan proyek mereka (maksimal 5-7 menit per kelompok).
- **Refleksi Diri (Mindful):** Guru meminta peserta didik untuk menuliskan pelajaran terbesar yang mereka dapatkan dari mengerjakan proyek ini tentang pentingnya matematika dalam memecahkan masalah dunia nyata.

KEGIATAN PENUTUP (10 MENIT - CONSTRUCTIVE FEEDBACK, SUMMARIZE, PLANNING):

- **Umpan Balik Konstruktif:** Guru memberikan umpan balik menyeluruh tentang proyek dan presentasi peserta didik, menyoroti pemahaman konsep, kemampuan pemodelan, dan keterampilan presentasi.
- **Menyimpulkan Pembelajaran:** Guru bersama peserta didik menyimpulkan capaian pembelajaran Bab 5 secara keseluruhan, menekankan bagaimana berbagai jenis fungsi dapat digunakan sebagai alat yang ampuh untuk memodelkan dan memahami dunia.
- **Perencanaan Pembelajaran Selanjutnya:** Guru memberikan gambaran singkat tentang bab pembelajaran berikutnya.
- Doa dan salam penutup.

G. ASESMEN PEMBELAJARAN

ASESMEN AWAL PEMBELAJARAN

- **Tujuan:** Mengukur pengetahuan awal peserta didik tentang fungsi dasar (linear, kuadrat, trigonometri sederhana, eksponen/logaritma dasar), operasi fungsi, dan kemampuan menggambar grafik sederhana.

JENIS ASESMEN:

- **Kuesioner/Polling Opini (Menggunakan Google Forms/Mentimeter):** Pertanyaan tentang pengalaman mereka dengan fungsi, kesulitan yang pernah dihadapi, atau aplikasi fungsi yang mereka ketahui.
- **Observasi:** Guru mengamati respon dan partisipasi peserta didik saat kegiatan *ice*

breaker atau pertanyaan pemicu di awal pertemuan.

- **Tes Diagnostik (Singkat):** Soal pilihan ganda atau isian singkat tentang konsep dan grafik fungsi dasar.

SOAL (KUESIONER/TES DIAGNOSTIK):

1. Jika $f(x)=2x+1$ dan $g(x)=x^2$, berapakah nilai dari $f(g(2))$?
2. Apa yang terjadi pada grafik $y=\sin x$ jika Anda mengubahnya menjadi $y=2\sin x$?
3. Manakah dari fungsi berikut yang memiliki asimtot vertikal? A. $y=x^2$, B. $y=\log x$, C. $y=2x$.
4. Berikan satu contoh fenomena di sekitar Anda yang menurut Anda bergerak secara periodik.
5. Sederhanakan ekspresi $\log 28$.

ASESMEN PROSES PEMBELAJARAN

- **Tujuan:** Memantau pemahaman peserta didik selama proses pembelajaran, kemampuan berkolaborasi, menganalisis, dan memodelkan.
- **Jenis Asesmen:**
- **Tugas Harian (Worksheet/Catatan Eksplorasi):** Penilaian terhadap hasil eksplorasi GeoGebra/Desmos, penyelesaian latihan soal di kelas, atau catatan diskusi kelompok tentang studi kasus.
- **Diskusi Kelompok:** Observasi guru terhadap partisipasi, kontribusi, dan kemampuan berargumentasi dalam diskusi kelompok (misalnya saat menganalisis parameter grafik atau membangun model).
- **Mini-Presentasi/Presentasi Proyek (Formatif):** Penilaian terhadap kemampuan menyampaikan hasil analisis atau model secara singkat.

SOAL/RUBRIK (UNTUK TUGAS HARIAN/OBSERVASI):

1. **Analisis Grafik Trigonometri:** Gambarlah grafik fungsi $y=3\cos(2x)$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Tentukan amplitudo dan periodenya.
2. **Penerapan Sifat Logaritma:** Selesaikan persamaan $\log_3(x+1)+\log_3(x-1)=\log_3 8$.
3. **Pemodelan Sederhana:** Suhu udara di suatu kota mengikuti pola periodik. Suhu terendah adalah 20°C pada pukul 03.00 dan suhu tertinggi 30°C pada pukul 15.00. Tuliskan satu model fungsi trigonometri yang mungkin untuk suhu harian ini.
4. **Operasi Fungsi:** Jika $f(x)=x^1$ dan $g(x)=x^2-4$, tentukan $(f \circ g)(x)$ dan domainnya.
5. **Partisipasi Diskusi:** Berikan skor 1-4 (1=jarang, 4=sangat aktif) untuk partisipasi siswa dalam diskusi kelompok tentang pemilihan fungsi yang tepat untuk memodelkan suatu fenomena. (Rubrik sederhana: Apakah siswa mengajukan pertanyaan? Apakah siswa menanggapi ide teman? Apakah siswa memberikan argumen matematis yang relevan?).

ASESMEN AKHIR PEMBELAJARAN

- **Tujuan:** Mengukur pencapaian tujuan pembelajaran secara komprehensif, meliputi pemahaman konsep, keterampilan pemodelan, dan kemampuan mengaplikasikan fungsi dalam konteks.

JENIS ASESMEN:

- **Jurnal Reflektif:** Peserta didik menulis refleksi pribadi tentang proses belajar mereka di unit ini, tantangan terbesar dalam memahami konsep fungsi dan pemodelannya, dan bagaimana mereka mengatasi masalah tersebut, serta bagaimana pemahaman ini mengubah pandangan mereka tentang relevansi matematika.
 - **Tugas Akhir (Proyek):** Laporan tertulis dan Presentasi Proyek Analisis Pemodelan Fungsi.
- **Tes Tertulis (Essay/Soal Pemecahan Masalah):** Menguji pemahaman konseptual, analitis, dan kemampuan memodelkan serta menyelesaikan masalah.

SOAL (UNTUK TES TERTULIS/JURNAL REFLEKTIF):

1. **Pemodelan Fenomena Periodik (Trigonometri):** Ketinggian gelombang laut di suatu pantai pada suatu hari dapat dimodelkan oleh fungsi $H(t) = 2.5 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 3.5$, di mana H adalah ketinggian dalam meter dan t adalah waktu dalam jam (dari tengah malam). Tentukan ketinggian maksimum dan minimum gelombang, serta pada pukul berapa ketinggian maksimum pertama kali terjadi.
2. **Aplikasi Logaritma:** Populasi bakteri berlipat ganda setiap 3 jam. Jika pada awalnya ada 100 bakteri, berapa lama waktu yang dibutuhkan agar populasi mencapai 100.000 bakteri? (Gunakan $\log 2 = 0.301$ dan $\log 10 = 1$).
3. **Fungsi Invers dan Komposisi (Aljabar):** Diberikan fungsi $f(x) = x - 12x + 3$ dan $g(x) = x^2 + 5$. a. Tentukan fungsi invers dari $f(x)$, yaitu $f^{-1}(x)$. b. Tentukan $(g \circ f)(x)$.
4. **Pemodelan Keuntungan (Aljabar):** Sebuah perusahaan memproduksi sepatu. Biaya tetap produksi adalah Rp10.000.000,- dan biaya variabel per sepatu adalah Rp50.000,-. Harga jual per sepatu adalah Rp150.000,-. a. Buatlah fungsi biaya total ($C(x)$) dan fungsi pendapatan total ($R(x)$), di mana x adalah jumlah sepatu yang diproduksi. b. Buatlah fungsi keuntungan ($P(x)$). c. Berapa jumlah sepatu minimal yang harus diproduksi agar perusahaan tidak rugi (titik impas)?
5. **Jurnal Reflektif:** Pilih satu fenomena alam atau sosial di sekitar Anda. Jelaskan bagaimana Anda membayangkan fungsi matematika (aljabar, trigonometri, atau logaritma) dapat digunakan untuk memodelkan fenomena tersebut. Sebutkan setidaknya dua tantangan yang mungkin Anda hadapi dalam membangun model tersebut.