Potencias con exponente natural

Base entera y exponente natural

En el capítulo anterior se usaron potencias para abreviar multiplicaciones con factores iguales.

$3 \cdot 3 = 3^2$ ← Se lee "3 al cuadrado". $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = (-7)^3$ ← Se lee "−7 al cubo".

Si hay 4 factores, se lee "a la cuarta"; si hay 5 factores, "a la quinta", y así.

- Potencia: b^n
  - **Exponente natural:** indica cuántas veces aparece la base.
  - Base: es el factor que se repite.

$$b^n = \underbrace{b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot \ldots \cdot b}_{n \text{ veces}}$$

Potencias especiales: $b^1 = b$ $b^0 = 1$

NOTA: las bases negativas siempre se escriben entre paréntesis.

Dar en la tecla

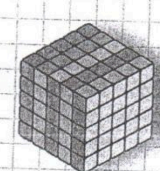
Para calcular $(-2)^4$, pulso:

1. Escribí en cada caso la potencia y el producto correspondientes.

a) De base −3 y exponente 4.

b) De base −1 y exponente 5.

c) Que sea igual a la cantidad de cubitos del cubo dibujado.



2. Calculá.

a) $7^2 =$

b) $(-9)^3 =$

c) $(-10)^4 =$

d) $-2^6 =$

e) $(-2)^6 =$

f) $-5^3 =$

g) $(-5)^3 =$

h) $0^6 =$

i) $(-1)^6 =$

j) $(-1)^7 =$

k) $156^0 =$

l) $-37^0 =$

Atención

$(-3)^2$ es distinto de -3^2

$(-3) \cdot (-3) \neq -(3 \cdot 3)$

$9 \neq -9$

3. Completá la tabla.

a	1	−1	2	−2	3	−3
a^2						
a^3						

5. Calculá.

a) $0^9 =$ **b)** $9^0 =$ **c)** $(-1)^{30} =$ **d)** $(-1)^{199} =$

Signo de una potencia

El único caso en el que una potencia es **negativa** es este → **(Base negativa)**$^{\text{Exp. impar}}$

Propiedades de las potencias

- **Producto de potencias de igual base**
  $(-2)^6 \cdot (-2)^2 = (-2)^8$ ← Se suman los exponentes.

- **Cociente de potencias de igual base**
  $(-2)^6 : (-2)^2 = (-2)^4$ ← Se restan los exponentes.

- **Potencia de otra potencia**
  $[(-2)^6]^2 = (-2)^{12}$ ← Se multiplican los exponentes.

- **Propiedad distributiva**
  $[(-3) \cdot 5]^2 = (-3)^2 \cdot 5^2$ $[(-15) : 3]^2 = (-15)^2 : 3^2$

6. Usá propiedades y expresá los resultados como potencias de −3.

a) $(-3)^3 \cdot (-3)^5 =$

b) $(-3)^{10} : (-3)^7 =$

c) $[(-3)^3]^5 =$

d) $(-3)^0 \cdot (-3)^6 =$

e) $[(-3)^2]^8 : (-3)^7 =$

f) $(-27)^4 \cdot (-27) =$

7. Aplicá propiedades, escribí como una sola potencia y calculá.

a) $(-12)^6 : (-12)^4 =$

b) $8^5 : 8^2 =$

c) $(-3)^2 \cdot (-3) =$

d) $(-5)^3 \cdot (-5)^7 : (-5)^6 =$

e) $9^4 \cdot 9^0 =$

f) $[(-3)^3]^2 =$

g) $4 \cdot (4^2)^3 =$

h) $[(-7)^3]^3 : (-7)^8 =$

i) $[(-10)^4]^3 : (-10)^6 =$

j) $(2^4 : 2^3)^3 =$

k) $a^8 \cdot a^5 : a^6 =$

l) $(a^3 \cdot a^5)^7 : a^4 =$

Atención

Si el exponente no figura, es porque es igual a 1.

$9 = 9^1$

Radicación

Raíces

- Para hallar la **raíz cuadrada** de 16 se busca el número positivo cuyo cuadrado es 16. → $\sqrt{16} = 4$
- Para hallar la **raíz cúbica** de –8 se busca el número cuyo cubo es –8. → $\sqrt[3]{-8} = -2$
- También pueden calcularse **raíces cuartas, quintas**, etcétera:

$$\sqrt[4]{81} = 3 \qquad \sqrt[5]{-32} = -2$$

Índice — $\sqrt[n]{a} = b$ porque $b^n = a$

Símbolo radical **Radicando** **Raíz**

Dar en la tecla

Para calcular $\sqrt[3]{8}$ pulso:

Raíces de índice par: cuando se calcula una raíz cuarta, sexta, ..., se busca el número no negativo que elevado a la cuarta, a la sexta, ..., sea igual al radicando.

Calculá.

a) $\sqrt{225} =$

b) $\sqrt[3]{216} =$

c) $\sqrt[7]{-1} =$

d) $\sqrt[5]{0} =$

e) $\sqrt[3]{-27} =$

f) $\sqrt{10.000} =$

g) $\sqrt[3]{(-4)^3} =$

h) $\sqrt[4]{(-9)^2} =$

i) $\sqrt{9.604} =$

j) $\sqrt[5]{59.049} =$

Algunas propiedades de las raíces

Propiedad distributiva

$$\sqrt[3]{8 \cdot (-27)} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{-27} = 2 \cdot (-3) = -6 \qquad \sqrt{100 : 25} = \sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2$$

La propiedad distributiva puede aplicarse siempre que exista la raíz de cada factor, dividendo o divisor. Por ejemplo, $\sqrt{(-36) : (-4)} = \sqrt{9} = 3$ y en este caso no se hubiera podido distribuir, porque no existen las raíces cuadradas de números negativos: $\sqrt{-36} : \sqrt{-4}$.

Raíz de raíz $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \underbrace{\sqrt[3 \cdot 2]{64}}_{\text{Se multiplican los índices.}} = \sqrt[6]{64} = 2$

14. Aplicá propiedades y calculá.

a) $\sqrt{81 \cdot 100} =$

b) $\sqrt[3]{-64 : (-8)} =$

c) $\sqrt{25 \cdot 4 \cdot 49} =$

d) $\sqrt[5]{(-32) : (-1)} =$

e) $\sqrt[3]{-8 \cdot 27} =$

f) $\sqrt{81 : 9} =$

g) $\sqrt[3]{\sqrt{729}} =$

h) $\sqrt{\sqrt{256}} =$

i) $\sqrt[4]{16 \cdot 625 \cdot 81} =$

j) $\sqrt[3]{-216 : 27} =$

16. En los casos que sea posible, aplicá propiedades y calculá.

a) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}} =$

b) $\sqrt{196 \cdot 25} =$

c) $\sqrt{225 - 144} =$

d) $\sqrt{\sqrt[3]{729} \cdot 4} =$

Cálculos combinados

Orden de las operaciones

Los cálculos combinados se resuelven en este orden:

1.° Las potencias y las raíces.
2.° Las multiplicaciones y las divisiones.
3.° Las sumas y las restas.

- Si hay paréntesis, se resuelven primero las operaciones que ellos encierran, siguiendo el orden mencionado antes.
- Además, como se vio en el capítulo anterior, es conveniente separar el cálculo en términos, como muestran los corchetes rojos en los cálculos de la actividad siguiente.

17. Calculá.

a) $17 : (-1)^3 + \sqrt[5]{32} \cdot (-5)^2 - (-7)^0 =$

b) $(4 \cdot 3)^2 : 36 - \sqrt[3]{-27} =$

18. Resolvé y controlá que los resultados de los cálculos coincidan con los que figuran en la tabla.

Cálculo			a)			b)	e)	f)		
Resultado	−1	25	−4	21	−20	59	160	−40	102	97

a) $-\sqrt{16} + \sqrt{25} - (8-9)^4 - 2^2 =$

c) $\sqrt{-2 \cdot (-8)} + (-5)^2 : 7^0 - \sqrt{4^2} =$

b) $\sqrt[3]{8} - 7^2 \cdot \sqrt[3]{-1} + (5-3)^3 =$

d) $-24 : (-2)^3 + \sqrt[3]{-216} \cdot (-3) + 0^5 =$

- **ACTIVIDAD 4**
- Resolver los siguientes cálculos combinados:

  a. $5.[-(-1).7+3]-12:(-4)+20:(1-6)=$
  b. $9-[4.(2-5.3)]+(-6+3).8=$
  c. $(-8).3:(-6)-[15:(-3).(-2)+10]+18:(-1-2)=$
  d. $-[3+4.(-7)]+2.[-16:4+5.(-1)]=$

Respuestas: a) 49, b) 37, c) -22, d) 7

- **ACTIVIDAD 5**
- **Mas ejercicios para practicar cálculos combinados:**
- Resolver los siguientes cálculos combinados:

  a) $(-5\,.\,8+15)\div(-5)+18\div 3-20=$
  b) $144\div(-8)+(108\div 2\div(-3)+6).3=$
  c) $(-63\div 7+4).(-13+4\,.\,5)+17=$
  d) $-48\div(-20+8\,.\,4)-4\,.\,(-2\,.\,4+5)=$
  e) $(17\,.\,3-1)\div(-100\div 4)+32\div(-1-7)=$
  f) $(15\,.\,3-12\,.\,5).2+17\,.\,(-3)+102\div(-11+5)=$

Respuestas: a) -9, b) -54, c)-18, d) 8 e) -6 f) -98

- **ACTIVIDAD 6**
- **DESAFIOS CÁLCULOS COMBINADOS:**
- Resolver los siguientes cálculos combinados:

  a) $[8-15\div(-5)]\,.\,(-3)-4\,.\,(-10\div 2)=$
  b) $[6-(-8)\div 4]\,.\,(-3-2)+21\div(-7)-10=$
  c) $[-12+12\div(-3)]\,.\,(-2)+(-15)\div(-2-1)=$
  d) $(-7+2\,.\,3).[-8-1\,.\,(-4)]-40\div(-8)=$

Respuestas: a) -13 b) -53 c) 37 d) 9

- **ACTIVIDAD 2**
- Resolver los siguientes cálculos:

  a. $-18\div 3+4\,.\,5\div 2-36=$
  b. $(-12)\div(-3)+4\,.\,(9-11)=$
  c. $(6-3\,.\,4)\div 3-8\div(-1)=$
  d. $6-3\,.\,(-2-3)+(-10)=$
  e. $40\div 20-3\,.\,5+8\div 4+1=$
  f. $3.(-4+7)-10\,.\,2\div(-4)$

Respuestas: a) -32, b)-4, c) 6, d) 11, e) -10, f) 14.