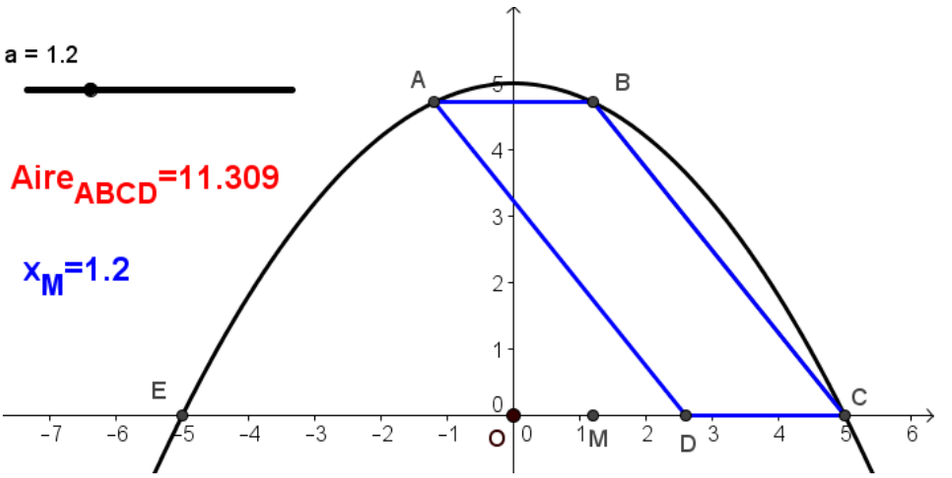
Optimisation

Le graphique ci-dessous représente une parabole Ω d'équation $y = -\frac{1}{5}x^2 + 5$.



La parabole Ω coupe l'axe des abscisses aux points C et E.
Le point M est un point mobile du segment [OC].
Le point B est un point de la parabole de même abscisse que le point M.
La parallèle à l'axe des abscisses passant par le point B coupe la parabole en A.
La parallèle à la droite (BC) passant par le point A coupe l'axe des abscisses en D.

L'objectif est de déterminer la position du point M telle que l'aire du parallélogramme ABCD soit maximale.

Partie A : Conjecture à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique

1. Construire le graphique ci-dessus en respectant les contraintes de l'énoncé.
*Incrémenter le curseur **a** avec un pas de 0,01.*

Appeler le professeur

2. Déterminer les valeurs approchées au centième près de l'aire maximale du parallélogramme ABCD et de l'abscisse du point M correspondant.

Appeler le professeur

Partie B : Démonstration

On note x l'abscisse du point M.

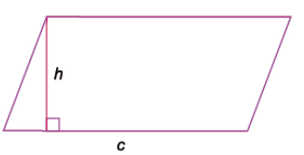
1. Exprimer l'aire du parallélogramme ABCD notée $f(x)$ en fonction de x.

Appeler le professeur

2. En déduire la valeur exacte de x pour laquelle le maximum de f est atteint et la valeur exacte du maximum de f.

Appeler le professeur

Rappel :
Aire du parallélogramme = $c \times h$



Production écrite demandée :

La question 2 de la partie A et les questions 1 et 2 de la partie B.