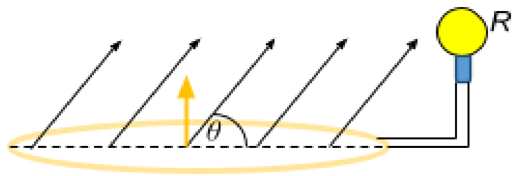
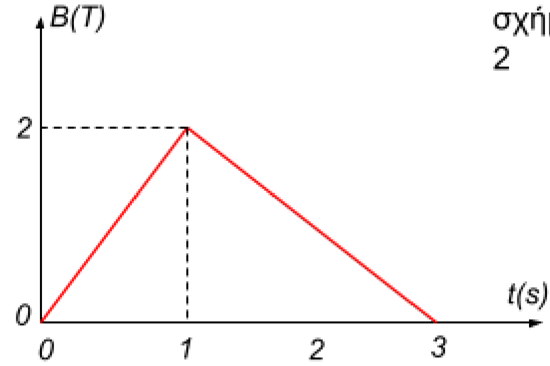
Μαγνητική ροή υπό γωνία…



σχήμα 1



σχήμα 2

Χρησιμοποιώντας λεπτό σύρμα, φτιάχνουμε ένα κυκλικό στεφάνι αμελητέου πάχους, με $N = 10$*σπείρες* και ακτίνα $r = \frac{2}{\sqrt{\pi}} m$. Το σύρμα έχει αντίσταση ανά μονάδα μήκους $R^* = \frac{0,5}{\sqrt{\pi}} \Omega / m$. Στα άκρα του συνδέουμε λαμπτήρα αντίστασης $R = 80\Omega$, ο οποίος όταν λειτουργεί κανονικά αποδίδει θερμική ισχύ $P = 51,2W$. Ενεργοποιούμε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο, ώστε οι δυναμικές γραμμές να διέρχονται από όλη την επιφάνεια του στεφανιού, σχηματίζοντας γωνία $\theta = 53^0$, με αυτήν, όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου μεταβάλλεται στη συνέχεια σύμφωνα με τη γραφική παράσταση του σχήματος 2. Το στεφάνι παραμένει ακίνητο, το εμβαδικό διάνυσμα $\vec{n}$ έχει τη φορά του σχήματος 1 και δίνεται $ημ53^0 = 0,8$ και το τμήμα του κυκλώματος εκτός της στεφάνης δεν επηρεάζει το επαγωγικό φαινόμενο.

α) Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια μίας σπείρας του στεφανιού.

β) Να βρείτε τη χρονική εξέλιξη της ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο στεφάνι και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση σε βαθμολογημένους άξονες. Θα χαρακτηρίζατε την παραγόμενη ΗΕΔ ως συνεχή ή εναλλασσόμενη;

γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και να υπολογίσετε την ενεργό τιμή της.

δ) Να εξετάσετε αν ο λαμπτήρας λειτουργεί κανονικά.

ε) Βρείτε το ηλεκτρικό φορτίο που θα περάσει από μια διατομή του κυκλώματος αλγεβρικά με βάση τη φορά του ρεύματος και το κατά απόλυτη τιμή ηλεκτρικό φορτίο που θα διακινηθεί ανεξάρτητα της φοράς του ρεύματος. Ποιο από τα δύο μας δίνει ο νόμος Newman αν εφαρμοστεί για όλο το χρονικό διάστημα των $3s$;

στ) Κοιτώντας το στεφάνι από ψηλά (κάτοψη), σχεδιάστε και δικαιολογείστε τη φορά του επαγωγικού ρεύματος.

Απάντηση

α) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει γραμμική μεταβολή, αλλά είναι δίκλαδη συνάρτηση του χρόνου:

Από $0s \le t \le 1s$ έστω ότι η συνάρτηση της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι

$B = at + b$

Τα ζεύγη $(0,0),\ (1,2)$ την επαληθεύουν, άρα:

$$0 = a \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = 0$$
$$2 = a \cdot 1 + 0 \Leftrightarrow a = 2T/s$$

Επομένως η (1) δίνει $B = 2t$ (S.I.) (1)

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από μία σπείρα θα είναι

$$\Phi = B \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu(90-\theta) = B \cdot \pi r^2 \cdot \eta\mu\theta \xrightarrow{(1)} \Phi = 2 \cdot t \cdot \pi \cdot \frac{4}{\pi} \cdot 0{,}8 \Leftrightarrow$$

$\Phi = 6{,}4 \cdot t$ (S.I.) (3)

Από $1s \le t \le 3s$ έστω ότι η συνάρτηση της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι

$B = ct + d$

Τα ζεύγη $(1,2),\ (3,0)$ την επαληθεύουν, άρα:

$$\left.\begin{array}{l} 2 = a \cdot 1 + b \\ 0 = a \cdot 3 + b \end{array}\right| \to 2a = -2 \Leftrightarrow a = -1T/s,\ b = 3T/S$$

Επομένως η (1) δίνει $B = -t + 3$ (S.I.) (2)

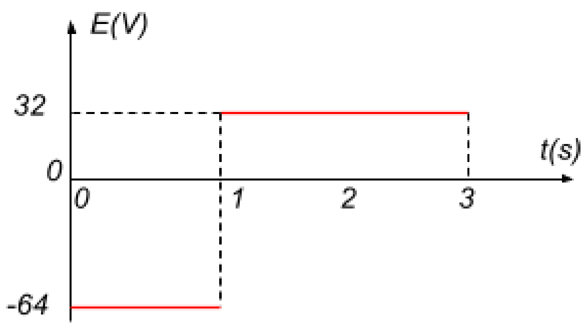
Η μαγνητική ροή που διέρχεται από μία σπείρα θα είναι

$$\Phi = B \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu(90-\theta) = B \cdot \pi r^2 \cdot \eta\mu\theta \xrightarrow{(2)} \Phi = (-t+3) \cdot \pi \frac{4}{\pi} \cdot 0{,}8 \Leftrightarrow$$

$\Phi = -3{,}2t + 9{,}6$ (S.I.) (4)

β) Από $0s \le t \le 1s$

$$E = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \xrightarrow{(3)}$$
$$E = -10 \cdot \frac{d(6{,}4t)}{dt} \Leftrightarrow$$
$$E = -64V$$



σχήμα 3

Από $1s \le t \le 3s$

$$E=-N\cdot\frac{d\Phi}{dt}\xrightarrow{(3)}$$
$$E=-10\cdot\frac{d(-3,2t+9,6)}{dt}\Leftrightarrow$$
$$E=+32V$$

Η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα 3.

Παρατηρούμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 1s$, αλλάζει η πολικότητα της ΗΕΔ. Άρα είναι **εναλλασσόμενη**.

γ) Η συνολική αντίσταση του κυκλώματος θα είναι

$$R_{ολ}=R_{στεφ}+R=R^{*}\cdot N\cdot 2\pi r+R=\frac{0,5}{\sqrt{\pi}}\cdot 10\cdot 2\pi\cdot\frac{2}{\sqrt{\pi}}+80=20+80=100\Omega$$

Από το νόμο του Ohm στο κλειστό κύκλωμα

Από $0s\le t\le 1s$

$$I=\frac{E}{R_{ολ}}\Leftrightarrow I=\frac{-64}{100}\Leftrightarrow I=-0,64\,A$$

Από $1s\le t\le 3s$

$$I=\frac{E}{R_{ολ}}\Leftrightarrow I=\frac{32}{100}\Leftrightarrow I=0,32\,A$$

Υπολογίζουμε το ποσό της θερμικής ενέργειας που αναπτύσσεται στο λαμπτήρα από αυτό το ρεύμα.

$$Q=Q_{0\to 1}+Q_{1\to 3}=I^{2}{}_{0\to 1}R\Delta t_1+I^{2}{}_{1\to 3}R\Delta t_2=\left[(-0,64)^2\cdot 1+(0,32)^2\cdot 2\right]R\Leftrightarrow$$

$$Q=0,6144R \quad (5)$$

Αν $I_{εν}$ η ενεργός ένταση, θα πρέπει

$$Q=I_{εν}{}^{2}R\Delta t\xrightarrow{(5)}0,6144R=I_{εν}{}^{2}R\cdot 3\Leftrightarrow I_{εν}=\sqrt{0,2048}\Leftrightarrow I_{εν}=\sqrt{2\cdot 0,1024}\Leftrightarrow$$

$$I_{εν}=0,32\sqrt{2}\,A$$

δ) Από τη σχέση υπολογισμού της θερμικής ισχύος, που αποδίδει ο λαμπτήρας όταν λειτουργεί κανονικά, μπορούμε να βρούμε την ένταση του ρεύματος καλής λειτουργίας:

$$P_{κ}=I^{2}{}_{κ}\cdot R\Leftrightarrow I_{κ}=\sqrt{\frac{P_{κ}}{R}}\Leftrightarrow I_{κ}=\sqrt{\frac{51,2}{80}}\Leftrightarrow I_{κ}=\sqrt{0,64}\Leftrightarrow$$

$$I_{κ}=0,8A$$

Συγκρινόμενη με τις τιμές που βρήκαμε στο ερώτημα **(γ),** βλέπουμε ότι ο λαμπτήρας **υπολειτουργεί** σε κάθε φάση. Η φορά του ρεύματος προφανώς δεν επηρεάζει το θερμικό αποτέλεσμα.

ε) Υπολογίζουμε τις αλγεβρικές τιμές του ηλεκτρικού φορτίου:

$$\Delta q_{0\to 1} = I_{0\to 1}\Delta t_1 = -0{,}64\,C$$
$$\Delta q_{1\to 3} = I_{1\to 3}\Delta t_2 = 0{,}32\cdot 2 = 0{,}64\,C$$

Άρα το ηλεκτρικό φορτίο που πέρασε ή μετατοπίστηκε με βάση τη φορά του ρεύματος είναι

$$\Delta q_{o\lambda} = 0\,C$$

Υπολογίζουμε τις απόλυτες τιμές του ηλεκτρικού φορτίου:

$$|\Delta q_{0\to 1}| = |I_{0\to 1}|\Delta t_1 = 0{,}64\,C$$
$$|\Delta q_{1\to 3}| = |I_{1\to 3}|\Delta t_2 = 0{,}32\cdot 2 = 0{,}64\,C$$

Άρα το ηλεκτρικό φορτίο που διακινήθηκε ανεξάρτητα από τη φορά του ρεύματος είναι

$$|\Delta q_{o\lambda}| = 1{,}28\,C$$

Η μεταβολή της μαγνητικής ροής, σε όλο το χρονικό διάστημα, από μία σπείρα είναι

$$\Delta\Phi = \Phi(3) - \Phi(0) = -3{,}2\cdot 3 + 9{,}6 - 6{,}4\cdot 0 = 0Wb$$

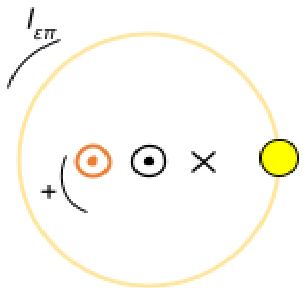
Ο νόμος Newman δίνει

$$\Delta q = -N\cdot\frac{\Delta\Phi}{R_{o\lambda}} = 0\,C$$ δηλαδή υπολογίζει το ηλεκτρικό φορτίο που πέρασε με βάση τη φορά του ρεύματος.

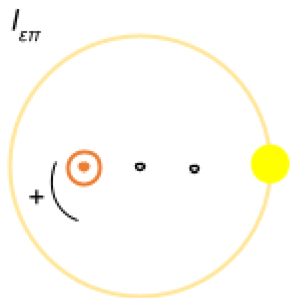
στ) Στο σχήμα 4, έχει σχεδιαστεί η κάθετη στην επιφάνεια συνιστώσα $\vec{B}_y$ της έντασης του μαγνητικού πεδίου, αφού αυτή δημιουργεί τη μαγνητική ροή μέσα από το στεφάνι.

Από $0s \le t < 1s$ η μαγνητική ροή αυξάνεται. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, η ΗΕΔ επαγωγής που αναπτύσσεται στο στεφάνι, θα προκαλέσει επαγωγικό ρεύμα, του οποίου η φορά θα είναι τέτοια ώστε το μαγνητικό του πεδίο $\vec{B}_{\varepsilon\pi}$, να εμποδίζει την αιτία που το δημιουργεί. Δηλαδή θα πρέπει να τείνει να εμποδίσει την αύξηση της μαγνητικής ροής. Άρα το επαγωγικό ρεύμα θα έχει φορά **ωρολογιακή** (σχήμα 4.1).

- Εναλλακτικά: Με βάση το εμβαδικό διάνυσμα και τον κανόνα του δεξιού χεριού, ο βρόγχος του κυκλώματος έχει θετική φορά διαγραφής την αντιωρολογιακή. Η αλγεβρική τιμή της έντασης του ρεύματος είναι αρνητική, άρα θα διαρρέει με **ωρολογιακή** φορά το βρόγχο.



σχήμα 4.1



σχήμα 4.2

Από $1s \le t \le 3s$ η μαγνητική ροή μειώνεται. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, η ΗΕΔ επαγωγής που αναπτύσσεται στο στεφάνι, θα προκαλέσει επαγωγικό ρεύμα, του οποίου η φορά θα είναι τέτοια ώστε το μαγνητικό του πεδίο $\vec{B}_{επ}$, να εμποδίζει την αιτία που το δημιουργεί. Δηλαδή θα πρέπει να τείνει να εμποδίσει τη μείωση της μαγνητικής ροής. Άρα το επαγωγικό ρεύμα θα έχει φορά **αντιωρολογιακή** (σχήμα 4.2).

- Εναλλακτικά: Με βάση το εμβαδικό διάνυσμα και τον κανόνα του δεξιού χεριού, ο βρόγχος του κυκλώματος έχει θετική φορά διαγραφής την αντιωρολογιακή. Η αλγεβρική τιμή της έντασης του ρεύματος είναι θετική, άρα θα διαρρέει με **αντιωρολογιακή** φορά το βρόγχο.

Ανδρέας Ριζόπουλος