

Lösning

Dammsugarkanon

Vi behöver först bestämma potatisens fart när den lämnar röret. Sedan kan vi ta reda på potatisens acceleration i röret och därefter använda Newtons andra lag på potatisen i röret.

Vi räknar i y -led för att bestämma falltiden:

$$y = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,56}{9,82}} \text{ s} = 0,34 \text{ s}.$$

Räkning i x -led ger utgångsfarten:

$$x = vt \Rightarrow v = \frac{x}{t} = \frac{6,9 \text{ m}}{0,34 \text{ s}} = 20,4 \text{ m/s}.$$

Om vi antar konstant acceleration i röret, fås denna acceleration ur

$$2as = v^2 - v_0^2 \Rightarrow a = \frac{v^2}{2s} = \frac{20,4^2}{2 \cdot 1,1} \text{ m/s}^2 = 189,7 \text{ m/s}^2.$$

Newtons andra lag på potatisen ger

$$p_0 \cdot A - p \cdot A = ma,$$

där p_0 är lufttrycket utanför röret, p är trycket inne i röret, A är rörets tvärsnittsarea och m är potatisens massa. Löser vi ut p får vi

$$p = p_0 - \frac{ma}{A} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa} - \frac{0,024 \text{ kg} \cdot 189,7 \text{ m/s}^2}{\pi \cdot (1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2} = 95 \cdot 10^3 \text{ Pa}.$$

Vi har i beräkningarna försummat luftmotstånd och friktion i röret. Det verkliga trycket bör därför vara lägre än 95 kPa. Vi har också antagit att det är samma tryck överallt i röret.

Om röret hålls rakt upp blir potatisens acceleration i röret istället

$$a_{ny} = a - g = (189,7 - 9,82) \text{ m/s}^2 = 179,9 \text{ m/s}^2.$$

Farten när potatisen lämnar röret:

$$v = \sqrt{2a_{ny}s} = \sqrt{2 \cdot 179,9 \cdot 1,1} \text{ m/s} = 19,9 \text{ m/s}.$$

Sökta höjden (ovanför rörets mynning) fås ur

$$2as = v^2 - v_0^2 \Rightarrow s = -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{19,9^2}{2 \cdot (-9,82)} \text{ m} = 20 \text{ m}.$$

Svar: Lägre än 95 kPa. Potatisen bör komma 20 m ovanför rörets mynning.

Kommentar: Uppgiften kan lösas på olika sätt när väl utgångsfarten (20,4 m/s) är bestämd. Eftersom arbetet som uträttas på potatisen är lika med ökningen av dess rörelseenergi får vi

$$(p_0 A - p A) \cdot s = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow p = p_0 - \frac{mv^2}{2As} = \dots = 95 \cdot 10^3 \text{ Pa},$$

där s är rörets längd. På liknande sätt får vi i sista delen av uppgiften att

$$(p_0 A - p A - mg) \cdot s = mgh \Rightarrow h = \frac{(p_0 - p)As}{mg} - s = \dots = 20 \text{ m},$$

där h är potatisens höjd ovanför mynningen när den vänder.