

GIỚI HẠN – LIÊN TỤC

D)Giới hạn của dãy số:

1) Một vài giới hạn đặc biệt

$$+) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0; \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0, (n \in \mathbb{N}^*)$$

$$+) \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$$

với $|q| < 1$

$$+) \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty \text{ với } q > 1$$

$$+) \lim_{n \rightarrow +\infty} n^k = +\infty \text{ với } k \in \mathbb{Z}^+$$

$$+) \lim_{n \rightarrow +\infty} c = c \text{ (c là hằng số)}$$

2) Định lý & Tính chất

$$a) \text{ Nếu } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a \text{ và } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \pm \infty \text{ thì } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$$

$$b) \text{ Nếu } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a > 0 \text{ và } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0 \text{ và } v_n > 0, \forall n \text{ thì } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = +\infty \text{ (tương tự cho } -\infty)$$

$$c) \text{ Nếu } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a > 0 \text{ và } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty \text{ thì } \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n) = +\infty \text{ (tương tự cho } -\infty)$$

3) Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn:

$$\text{Cho cấp số nhân } (u_n) \text{ có công bội } q, \text{ với } |q| < 1, \text{ ta có } S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots = \frac{u_1}{1-q}$$

II)Giới hạn của hàm số

1) Các giới hạn đặc biệt:

$$+) \lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0 \quad +) \lim_{x \rightarrow x_0} c = c$$

$$+) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} c = c$$

$$+) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{c}{x^k} = 0$$

$$+) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty \text{ với } k \in \mathbb{Z}^+$$

$$+) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty \text{ nếu } k \text{ là số lẻ}$$

$$+) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty \text{ nếu } k \text{ là số chẵn}$$

2) Định lý & Tính chất:

*) Các tính chất trên vẫn đúng khi $x \rightarrow \pm\infty$

$$c) \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$$

$$d) \text{ Nếu } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \pm\infty \text{ thì } *) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

$$*) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = +\infty \text{ nếu } L > 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty \text{ hoặc } L < 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty$$

$$*) \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = -\infty \text{ nếu } L > 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty \text{ hoặc } L < 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$$

III)Hàm số liên tục

1) ĐN: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$. Hàm số $f(x)$ gọi là liên tục tại điểm x_0

$$\text{nếu } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

*) Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng đó.

*) Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$ và

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a) \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$$

2) Định lý & Tính chất:

*) Các hàm đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$.

*) Các hàm phân thức hữu tỉ và hàm lượng giác liên tục trên từng khoảng xác định của nó.

*) Nếu $f(x)$ và $g(x)$ liên tục tại x_0 thì $f(x) \pm g(x)$; $f(x) \cdot g(x)$ và $f(x)/g(x)$ ($g(x) \neq 0$) cũng liên tục tại x_0 .

3) Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a; b)$ sao cho $f(c) = 0$

I – PHẦN TRẮC NGHIỆM:

Câu 1: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3^n}{4+3^n}$ ta được:

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. 1 D. $+\infty$

Câu 2: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2-3}{n^2-2}$ ta được:

- A. 0 B. 7 C. ∞ D. $-\frac{3}{2}$

Câu 3: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+n+1}{2n^3+1}$ ta được:

- A. 0 B. $-\frac{1}{4}$ C. $+\infty$ D. $\frac{3}{2}$

Câu 4: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-n+1}{2n-1}$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-3n+2}{n^2+n}$; C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3+2n-1}{n-2n^3}$; D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-3n}{n^3+3n}$;

Câu 5: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào là 0 ?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n+1}{3 \cdot 2^n-3^n}$; B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n+3}{1-2^n}$; C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^3}{n^2+2n}$; D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)(n-3)^2}{n-2n^3}$

Câu 6: Trong các mệnh đề sau đây, hãy chọn mệnh đề sai

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n-3n^3) = -\infty$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3-2n}{1-3n^2} = +\infty$ C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^3}{n^2+2n} = -\infty$ D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^3}{2n^3+1} = -\frac{3}{2}$.

Câu 7. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào là $-\frac{1}{2}$?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{2-3n}$; B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+n}{-2n-n^2}$; C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n^2+3}$ D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-n^3}{2n^3+1}$;

Câu 16: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{2-3n} = 2$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+n}{-2n-n^2} = -\infty$ C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$ D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n = 0$.

Câu 8: Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{2-n^2} = 0$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} (4n^5+2n-1) = +\infty$ C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$ D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n = -\infty$.

Câu 9: Tính giới hạn: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$

A. 1

B. 0

C. $\frac{3}{2}$

D. 2

Câu 10: Tính tổng: $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. $\frac{3}{2}$

D. 2

Câu 11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{2n(2n-3)}$ bằng :

A. 4

B. 1

C. $\frac{1}{4}$

D. 2

Câu 12: Với k là số nguyên dương, c là hằng số. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{c}{x^k}$ là:

A. x_0^k B. $+\infty + \infty$

C. 0

D. $-\infty - \infty$

Câu 13: Với k là số nguyên dương chẵn. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k$ là:

A. x_0^k

B. 0

C. $+\infty + \infty$ D. $-\infty - \infty$

Câu 14: Với k là số nguyên dương. Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} x^k$ là:

A. $+\infty + \infty$ B. $-\infty - \infty$

C. 0

D. x_0^k

Câu 15: Tính $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3}$ ta được:

A. ∞ B. $\frac{1}{8}$ C. 8 D. 2

Câu 16: Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x+1}{x-1}$ ta được:

A. 2 B. $+\infty + \infty$ C. $-\infty - \infty$ D. 0

Câu 17: Tính $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 4x - 3}{2x^2 - 7x + 1}$ ta được:

A. 1 B. $\frac{5}{2}$ C. $+\infty$ D. 5

Câu 18: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào là -1 ?

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-1}-x}$ B. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2-4}{\sqrt{(x^2+1)(2-x)}}$ C. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3-1}{\sqrt{x^2-1}}$ D. $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{\sqrt{8+2x}-2}{\sqrt{x+2}}$

Câu 19: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào là $+\infty$?

A. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2}$ B. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3x+4}{x-2}$ C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$ D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$

Câu 20: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào là -1 ?

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x}$ B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}$ C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1-\sqrt{x+3}}{x^2-1}$ D. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-1}{(x-1)^2}$

Câu 21: Giới hạn của hàm số nào dưới đây có kết quả bằng 1?

A. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+4x+3}{x+1}$ B. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x+2}{x+1}$ C. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x+2}{1-x}$ D. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+3x+2}{x+2}$

Câu 22: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x}-2}{\sqrt{2-x}-1} = \frac{3}{2}$ B. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{3x-2}}{x^2-4} = -\frac{1}{16}$
 C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}}{x^2-1} = -\frac{1}{12}$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x+1}}{x} = -\frac{1}{6}$

Câu 23: Cho $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -3$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 7$. Tính giá trị $P = \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - 2g(x)]$

A. $P = 17$ B. $P = 1$ C. $P = -17$ D. $P = 11$

Câu 24: Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^7 - 5x^5 + 7x - 4)$ ta được: A. $+\infty + \infty$ B. $-\infty - \infty$ C. 3 D. 2

Câu 25: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2-4x+1}{x-1}, & (x \neq 1) \\ 5m^2-3, & (x=1) \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 1$.

A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = 1, m = -1$ D. $m = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$

Câu 26: Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ để $f(x)$ liên tục trên tập xác định thì a bằng?

A. -1 B. 0 C. +1 D. 2

Câu 27: Hàm số $y = \frac{x^2-44x+2}{2x-1}$ liên tục trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; \frac{1}{2})$ B. $(\frac{1}{2}; +\infty)$ C. $(-\infty; +\infty)$ D. $(-\infty; \frac{1}{2})$ và $(-\infty; \frac{1}{2})$.

Câu 28: Phương trình nào dưới đây có nghiệm trên khoảng $(0; 1)$.

A. $2x^5 + 3x + 1 = 0$ B. $2x^3 - 3x + 2 = 0$ C. $2(x-3)(x-1) - x + 2 = 0$ D. $3(x-3)(x-1) - 3x + 2 = 0$

Câu 29: Số nghiệm thực của phương trình $2x^3 - 6x + 1 = 0$ thuộc khoảng $(-2; 1)$ là :

A. 2 B. 0 C. 3 D. 1

II. TỰ LUẬN

Câu 1: Tìm các giới hạn sau:

a/ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4+2n+2}}{n^2+1}$ b/ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-2)^3+8}{x}$ c/ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x + \sqrt{4x^2+4x-2} \right)$
 d) $I = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1-x}{x-2}$ e) $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-3x^5 + 5x^3 + 1)$ f) $I = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{x^2-1} + x^2 - 2x - 5}{x-3}$

Câu 2:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{7x-10}-2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ mx+3 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$$

1) Cho hàm số:

- a) Khi $m = 2$. Xét tính liên tục của hàm số tại $x = 2$.
 b) Tìm m để hàm số liên tục tại $x = 2$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{1-x} & (x \neq 1) \\ m^2x + 2m & (x = 1) \end{cases}$$

2) Cho hàm số

- a) Khi $m = -1$. Xét tính liên tục của hàm số tại $x = 1$
 b) Khi $m = 1$. Xét tính liên tục của hàm số trên TXĐ của nó
 c) Tìm m để hàm số liên tục tại $x = 1$.

Câu 3:a) Chứng minh rằng phương trình sau có ít nhất một nghiệm âm: $2x^3 - 10x - 7 = 0$.b) Chứng minh rằng phương trình $x^2 \cos x + \frac{x}{3} \sin x + 2 = 0$ có nghiệm trong khoảng $(0; \frac{3\pi}{2})$.c) CMR: phương trình: $\cos 2x + a \sin x + b \cos x = 0$ luôn có nghiệm với mọi a, b .d) Cho phương trình: $(m^4 + m + 1)x^{2010} + x^5 - 32 = 0$, m là tham sốCMR phương trình trên luôn có ít nhất một nghiệm dương với mọi giá trị của tham số m **VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN – QUAN HỆ VUÔNG GÓC.****I. Vectơ trong không gian**

a) Vectơ trong không gian tương tự như vectơ trong hình học phẳng :

+) Vectơ là một đoạn thẳng có hướng. Vectơ có điểm đầu A , điểm cuối B kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$ (Khi $A \equiv B$ thì KH $\vec{0}$)+) Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau (giá của vectơ là đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của vectơ)**b) Các quy tắc cần nhớ:*** Cho ba điểm A, B, C tùy ý, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (Quy tắc ba điểm)* Cho hình bình hành $ABCD$ ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ (Quy tắc hình bình hành)* Cho ba điểm O, A, B tùy ý, ta có: $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$ (Quy tắc trừ)* Cho hình hộp $ABCD, A'B'C'D'$ ta có: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ (Quy tắc hình hộp)

+) Phép nhân vectơ với 1 số tương tự như hình học phẳng.

+) Trong kg 3 vectơ gọi là đồng phẳng nếu giá của chúng cùng song song với một mp

+) Điều kiện để 3 vectơ đồng phẳng:

Trong kg cho hai vector không cùng phương $\vec{a}, \vec{b}$ và một vector $\vec{c}$. Khi đó 3 vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow$ có duy nhất cặp số thực m, n sao cho $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

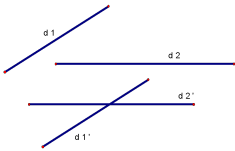
+) **Phân tích một vector theo ba vector không đồng phẳng :**

Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Khi đó $\forall$ vector $\vec{x}$, tồn tại duy nhất bộ ba số m, n, p sao cho $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$

c) **Tích vô hướng, góc giữa hai vector trong không gian tương tự như vector trong hình học phẳng**

II. Hai đường thẳng vuông góc:

a) **Góc giữa hai đường thẳng :** Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là góc giữa hai đường thẳng d_1' và d_2' cùng đi qua một điểm và lần lượt song song (hoặc trùng) với d_1 và d_2



b) Hai đường thẳng a và b gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90° , KH: $a \perp b$

*) **Tính chất 1** $a \perp b \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ Với $\vec{u}, \vec{v}$ lần lượt là hai VTCP của a và b

*) **Tính chất 2:** $\begin{cases} a \parallel b \\ c \perp a \end{cases} \Rightarrow c \perp b$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho tứ diện đều ABCD cạnh a . Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

- A. 45° B. 90° C. 30° D. 60°

Câu 2: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BB'. Khi đó $\cos(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC})$ bằng:

- A. $\frac{3}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

Câu 3: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Gọi O, N lần lượt là trung điểm của DC' và B'D. Bộ ba vector nào sau đây đồng phẳng:

- A. $\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{B'C}, \overrightarrow{ON}$ B. $\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{B'C}, \overrightarrow{BC}$ C. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{ON}, \overrightarrow{B'D'}$ D. $\overrightarrow{A'D}, \overrightarrow{ON}, \overrightarrow{BC'}$

Câu 4: Chọn khẳng định sai?:

- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại
B. Cho ba đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng, nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau
C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau
D. Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì góc giữa chúng bằng 90°

Câu 5: Cho tứ diện OABC, M là trung điểm BC. Biểu thị $\overrightarrow{AM}$ theo 3 vector $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$

- A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA}$ B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}$
C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}$ D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$

Câu 6: Cho tứ diện đều ABCD. Chọn mệnh đề đúng:

- A. $AB \perp CD$ B. $AB \perp BC$ C. $AB \perp AD$ D. $AB \perp BD$

Câu 7: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Mệnh đề nào sau đây sai:

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$; B. $\overrightarrow{DA'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$

$$C. \overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$$

$$D. \overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CC'}$$

Câu 8: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Gọi I là trung điểm của CC'. Mệnh đề nào sau đây đúng:

$$A. \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}; \quad B. \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$$

$$C. \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}) ; \quad D. \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$$

Câu 9. Cho tứ diện ABCD có AD = AC, BD = BC. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng:

$$A. AC \perp BD \quad B. AB \perp CD \quad C. AB \perp BD \quad D. AD \perp BC$$

Câu 10. Trên mp(R) cho đường tròn tâm O đường kính AB, trên đường thẳng d vuông góc với mp(R) tại A lấy điểm S khác A, M là điểm bất kì nằm trên đường tròn (O) với M ≠ A, M ≠ B. Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu của A trên SM, SB. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

$$A. SA \perp MB \quad B. AP \perp SB \quad C. AQ \perp PQ \quad D. AD \perp BC$$

Câu 11. Tìm khẳng định đúng:

- A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thứ ba thì song song
- B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc
- C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại
- D. Hai đường thẳng vuông góc thì cắt nhau

Câu 12. Cho hình chóp S.ABCD có SA = SB = SC và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$ Chọn khẳng định đúng

$$A. SA \perp AB \quad B. SB \perp AB \quad C. SC \perp AC \quad D. SA \perp BC$$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có tất cả các cạnh bằng a (gọi là hình hộp thoi) và góc

$$\angle ABC = \angle B'BA = \angle B'BC = 60^\circ. \text{ Gọi M là điểm sao cho } \overrightarrow{MA'} = -2\overrightarrow{MC}.$$

$$a) \text{ Chứng minh } \overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BB'} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$b) \text{ Chứng minh } CB' \perp CD$$

$$c) \text{ Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng BD và AA'}$$

Câu 2: Cho tứ diện ABCD có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD.