

Câu 44: [2H3-1.4-2] (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;-1;2)$, $B(-2;0;3)$, $C(0;1;-2)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = \overline{MA} \cdot \overline{MB} + 2\overline{MB} \cdot \overline{MC} + 3\overline{MC} \cdot \overline{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T = 12a + 12b + c$ có giá trị là

- A. $T = 3$. B. $T = -3$. C. $T = 1$. D. $T = -1$.

Lời giải

Chọn D.

Do $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $c = 0 \Rightarrow M(a;b;0)$.

Ta có $\overline{MA} = (1-a; -1-b; 2)$, $\overline{MB} = (-2-a; -b; 3)$, $\overline{MC} = (-a; 1-b; -2)$.

$$S = \overline{MA} \cdot \overline{MB} + 2\overline{MB} \cdot \overline{MC} + 3\overline{MC} \cdot \overline{MA} = 6a^2 + 6b^2 + 2a - b + 1 = 6\left(a + \frac{1}{6}\right)^2 + 6\left(b - \frac{1}{12}\right)^2 + \frac{19}{24}.$$

$$\Rightarrow S \geq \frac{19}{24}. \text{ Vậy } S \text{ đạt giá trị nhỏ nhất } \frac{19}{24} \text{ khi } \begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ b = \frac{1}{12} \end{cases} \Rightarrow T = 12a + 12b + c = -1$$

Câu 22: [2H3-1.4-2] (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- A. $m = -6$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có

$$\overline{NM} = (3; 2; -2), \quad \overline{NP} = (2; m-2; 1).$$

Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $\overline{NM} \cdot \overline{NP} = 0$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 2 + 2 \cdot (m-2) - 2 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy giá trị cần tìm của m là $m = 0$.

Câu 29: [2H3-1.4-2] (CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐÔNG NAI-LẦN 2-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(8;9;2)$, $B(3;5;1)$, $C(11;10;4)$. Số đo góc A của tam giác ABC là

- A. 60° . B. 30° . C. 150° . D. 120° .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \overline{AB} = (-5; -4; -1) \Rightarrow |\overline{AB}| = \sqrt{42}; \quad \overline{AC} = (3; 1; 2) \Rightarrow |\overline{AC}| = \sqrt{14}.$$

$$\text{Ta có } \cos A = \frac{|\overline{AB} \cdot \overline{AC}|}{|\overline{AB}| |\overline{AC}|} = \frac{|-5 \cdot 3 - 4 \cdot 1 - 1 \cdot 2|}{\sqrt{42} \sqrt{14}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = 30^\circ.$$

Câu 30: [2H3-1.4-2] (THPT LÊ QUÝ ĐÔN HẢI PHÒNG-2018) Trong không gian với hệ tọa độ

$Oxyz$ cho $A(3;2;1)$, $B(-2;3;6)$. Điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) . Tìm giá trị của biểu thức $T = x_M + y_M + z_M$ khi $|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất.

A. $-\frac{7}{2}$.

B. $\frac{7}{2}$.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn C.

Gọi điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} = \vec{0}$ khi đó:

$$\begin{cases} x_H = \frac{x_A + 3x_B}{1+3} \\ y_H = \frac{y_A + 3y_B}{1+3} \\ z_H = \frac{z_A + 3z_B}{1+3} \end{cases} \Rightarrow H\left(-\frac{3}{4}; \frac{11}{4}; \frac{19}{4}\right).$$

Phương trình mặt phẳng (Oxy) là $z = 0$.

Xét $T = \frac{z_H}{1} = \frac{19}{4}$ do đó tọa độ điểm M cần tìm là:

$$\begin{cases} x_M = x_H - aT \\ y_M = y_H - bT \\ z_M = z_H - cT \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{4}; \frac{11}{4}; 0\right).$$

Vậy $T = x_M + y_M + z_M = -\frac{3}{4} + \frac{11}{4} + 0 = 2$.