

# АЛГЕБРА

## 1. Раціональні дроби

1. У терміналі А чекають свій рейс  $k$  пасажирів, а у терміналі В -  $m$  пасажирів. Відомо, що кількість пасажирів у терміналі А більша за кількість пасажирів у терміналі В. Укажіть дріб, якому може дорівнювати значення  $\frac{k}{m}$ .

А  $\frac{546}{349}$

Б  $\frac{478}{613}$

В  $\frac{89}{95}$

Г  $\frac{5}{7}$

2. Перша і друга бензокоси за  $t$  годин робочого часу споживають а л та б л бензину відповідно. Скільки літрів бензину споживають за одну годину робочого часу перша та друга бензокоси разом?

А  $\frac{t}{a+b}$

Б  $\frac{a+b}{t}$

В  $\frac{ab}{t}$

Г  $\frac{t}{ab}$

3. Перший 3D-принтер друкує в середньому  $m$  шоколадних виробів кожні  $x$  хв, а другий 3D-принтер -  $n$  шоколадних виробів кожні  $y$  хв. Скільки в середньому шоколадних виробів друкують ці два 3D-принтери щохвилини?

А  $\frac{x}{m} + \frac{y}{n}$

Б  $\frac{m}{x} + \frac{n}{y}$

В  $\frac{m+n}{x+y}$

Г  $\frac{x+y}{m+n}$

4. Мережа «Море» налічує  $m$  супермаркетів. У кожному супермаркеті заплановано встановити  $x$  сучасних камер відеоспостереження. Визначте  $x$ , якщо всього має бути закуплено  $n$  камер відеоспостереження.

А  $x = \frac{m}{n}$

Б  $x = n - m$

В  $x = mn$

Г  $\frac{n}{m}$

5. Сірий сорокопуд і орел- карлик пролетіли відстань 10 км. На подолання цієї дистанції сорокопуд витратив на 0,5 год менше, ніж орел. Визначте швидкість кожного з птахів, якщо швидкість одного з них у 4 рази більша швидкості іншого. (15 км/год; 60 км/год)

## 2. Степінь з цілим показником.

1. Запишіть у вигляді степеня числа, що зустрічаються в наступних реченнях.
  - a) За останні 100 років людство втратило майже 250 000 000 000 т кисню, а у повітря потрапило понад 360 000 000 000 т вуглекислого газу.
  - b) У 2022 р. населення на Землі перевищувало 7 000 000 000 осіб, зокрема у Саудівській Аравії їх проживало понад 27 000 000, у Пакистані – понад 196 000 000, у Японії – понад 125 000 000, у Швейцарії – понад 8 000 000.
  - c) За прогнозами Міжнародного інституту прикладного системного аналізу населення Землі у 2070 році становитиме 9 400 000 000 осіб.
2. Вартість безлімітного абонементу у спортивний зал становить 350 грн на місяць. Задайте формулою функцію залежності ціни одного заняття від кількості занять.
3. Відстань від Полтави до Вінниці становить 550 км. Водій автобуса планує проїхати цю відстань за  $t$  год з постійною швидкістю  $v$  км/ год. Виразіть: 1)  $v$  через  $t$ ; 2)  $t$  через  $v$ .
4. Одна пляшка лимонаду містить 78 000 калорій. Скільки кілокалорій отримує щодня Оленка з цього напою, якщо до її щоденного раціону входять дві такі пляшки лимонаду?
5. Для того, щоб зібрати 1 кг меду, бджола повинна облетіти 8 500 000 квітів білої акації та 4 000 000 квітів еспарцету. Визначте, у скільки разів кількість квітів білої акації більша за кількість квітів еспарцету.

## 3. Квадратні корені.

1. Лист амазонського латаття має форму круга, площу  $S$  якого обчислюють за формулою  $S = 3,14r^2$ , де  $r$ - радіус листа. Задайте формулою залежність  $r$  від  $S$ .
2. Робочу поверхню письмового стола, яка має форму квадрата, планують повністю покрити суцільним склом площею  $x$  м<sup>2</sup>. Знайдіть довжину сторони цієї поверхні.

3. Дві труби треба замінити однією трубою з тією самою пропускною здатністю. Площа поперечного перерізу однієї з них  $36\pi \text{ см}^2$ , а друга – в 1,21 разу більша. Визначте діаметр труби, що замінює дві інші.
4. Компанія займається вирощуванням та реалізацією саджанців паркових троянд. Дослідження ринку показали, що кількість  $n$  саджанців, проданих протягом тижня, залежить від тривалості  $t$  щоденного рекламного ролика (у с), що транслюється впродовж цього тижня. Причому ця залежність виражається формулою  $n = t^2$ . Визначте:
- 1) Якою є залежність  $t$  від  $n$ ;
  - 2) Скільки часу має тривати щоденний рекламний ролик, щоб обсяг продажу становив 900 саджанців. (30 с).
5. Якої довжини повинна бути діагональ віконної коробки зі стороною 1,6 м і 1,2 м, щоб коробка була прямокутною? (2 м).

#### 4. Квадратні рівняння

1. ДП "Лубенське лісове господарство" щорічно проводиться посадка ялинок у спеціальних розплідниках для продажу на новорічні свята.
- 1) Ділянка, на якій буде висаджено ялинки дорівнює  $2368 \text{ м}^2$ . Її ширина на 42 м менша за довжину. Знайдіть ширину та довжину ділянки для посадки дерев. Скільки соток становить дана ділянка? (32 м; 74 м; 23,68 а)
  - 2) Висаджують молоді саджанці ялинки у підготовлений, проріджений ґрунт на відстані двох метрів один від одного. Яку кількість посаджених дерев буде висаджено на даній ділянці? (646 д)
  - 3) Обчисліть, скільки кубічних метрів повітря очистить дана посадка ялинок від вихлопних газів. Відомо, що одне дерево очищає зону довжиною 100 метрів, шириною 8 м та висотою 12 м. (6 201 600  $\text{м}^3$ )
2. Бригада робітників розпочала роботу з облицювання басейна мозаїкою. Допоможіть здійснити орієнтовні розрахунки робітникам.

- a) Відомо, що довжина басейну на 4 м більша, ніж ширина, а площа дна дорівнює  $32 \text{ м}^2$ . Висота басейну становить 2 м. Обчисліть площу поверхні басейну. *(80 м<sup>2</sup>)*
- b) Розмір плитки мозаїки  $30 * 30 \text{ см}$ . Розрахуйте кількість цілих плиток мозаїки, яка міститься в  $1 \text{ м}^2$ . Скільки плиток мозаїки потрібно для облицювання всього басейну? Розгляньте різні варіанти.
- c) Запас мозаїки потрібно збільшити на 10% у разі необережного поводження з матеріалом чи для підрізування країв на стінах басейну. Яка загальна кількість плиток мозаїки потрібна для облицювання за цих умов?
3. На змаганнях з мотокросу спортсмен повинен був подолати трасу завдовжки 3 км з певною швидкістю. Проте через технічну затримку, яку зафіксував лічильник часу, спортсмен затримався на  $\frac{4}{15}$  хв. Тому він збільшив швидкість на 4 км/год, щоб надолужити втрачений час. Визначте швидкість, із якою спортсмен мав рухатися за планом. *(5 км/год)*
4. Дві компанії виготовляють сувенірну продукцію до ювілею школи. Перша компанія розпочала роботу, а через 9 днів до неї приєдналася друга компанія. І після 7 днів спільної праці всю роботу було виконано. Відомо, що перша компанія, працюючи самостійно, могла б виконати весь обсяг роботи на 3 дні швидше, ніж друга. Скільки днів потрібно першій компанії, щоб самостійно виготовити всі сувеніри? *(21 д)*

# ГЕОМЕТРІЯ

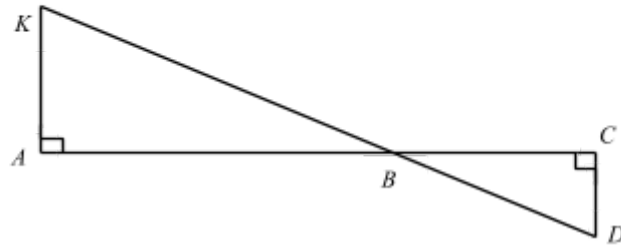
## 1. Чотирикутники та їх властивості

1. Охоронець має обійти територію підприємства по периметру. Відомо що швидкість руху охоронця дорівнює 4 км/год. Територія підприємства має форму прямокутника, у якого довжина більша від ширини на 200 м. Крім того, відомо, що сторони відносяться як 19:21. Скільки часу витратить охоронець на обхід? (1 год)
2. Олексій Петрович придбав земельну ділянку, з однієї сторони якої протікає ріка, а з іншої знаходиться дорога. Він хоче побудувати на цій ділянці будинок, огородити ділянку парканом, в якому планує зробити дві хвіртки так, щоб через одну хвіртку можна було вийти до річки, а через іншу – на дорогу. При чому, Олексій Петрович хоче, щоб ці хвіртки і будинок з'єднувалися однією прямою доріжкою, відстані по якій від будинку до річки та до дороги були рівними. Як зробити таку доріжку? Використаємо властивості паралелограма. 1. Проведемо відрізок  $DO$ , продовживши його відкладемо відрізок  $OB$ , що дорівнює відрізку  $DO$ . 2. Проведемо відрізок  $BC \parallel AD$  і  $AB \parallel DC$ , отримаємо паралелограм  $ABCD$ .
3. Під садок була відведена ділянка землі, яка має форму рівнобічної трапеції, одна основа якої на 50 м більша за кожну з решти сторін, а середня лінія дорівнює 90 м. Біля саду проходить алея, ширина якої 2 м. З двох сторін алеї треба посадити дерева на відстані 3 м один від одного. Скільки потрібно для цього дерев? (212 дерев)

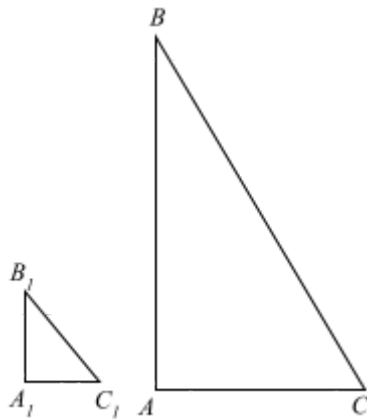
## 2. Подібність трикутників

1. **Задача Фалеса.** Визначити відстань від берега до корабля в морі, знаючи висоту щогли - 20 м, довжину великого пальця - 4 см, відстань від очей до руки - 60 см. (300м)

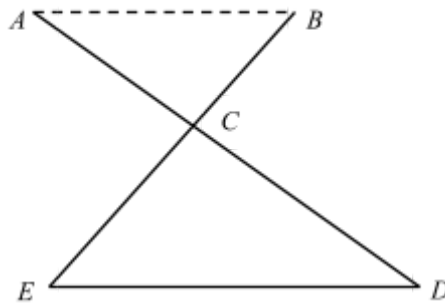
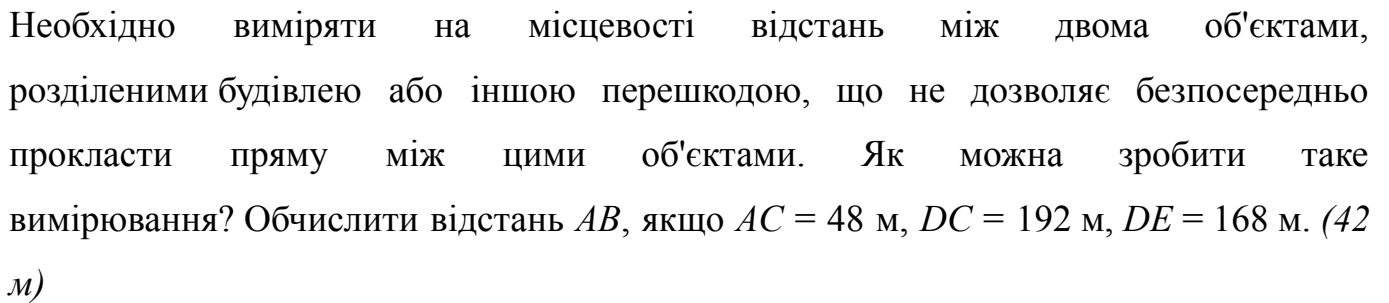
2. Визначення відстані до корабля у морі. Знайти відстань від точки  $A$ , що знаходиться на березі, до корабля в морі, якщо  $AB = 120$  м,  $BC = 2$  м,  $CD = 5$  м.  
(300 м)



3. У місті встановлено високий пам'ятник. Є поштова картка з фотографією цього пам'ятника. Як можна скористатися цим знімком для визначення висоти пам'ятника? Обчислити висоту пам'ятника, якщо  $A_1C_1 = 1,6$  см,  $A_1B_1 = 2$  см,  $AC = 4$  м. (5 м)



4. Знайти висоту дерева, якщо відстань від спостерігача до жердини дорівнює 6 м, до дерева – 16 м, висота жердини 3 м, а зріст спостерігача 1,8 м. (5 м)

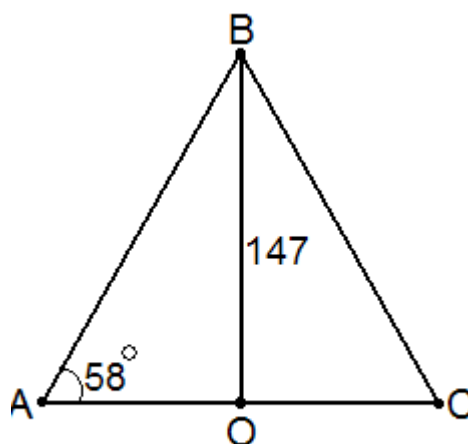


1. Якої довжини має бути драбина, щоб її можна було б приставити до вікна, що знаходиться на висоті 6 м від землі, коли відстань від нижнього кінця драбини до будинку повинна дорівнювати 2,5 м? (6,5 м)

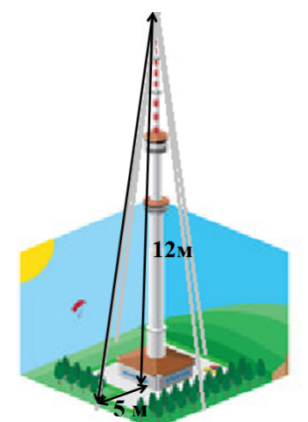


2. В Африці серед Лівійської пустелі, на скелястому плоскогір'ї, що відокремлює долину Нілу від мертвої пустелі, височать піраміди, вишикувавшись в ряд

майже на 100 км від Каїра до Фаюма. До наших часів збереглось близько 70 пірамід. Найвідоміші з них – Хеопса і Хефрена. Найбільша з них – велика піраміда Хеопса, збудована в 28 столітті до нашої ери. Висота її 147 м, площа основи  $54000\text{м}^2$ . Згідно з легендами, піраміда служила фараонам тією драбиною, якою вони сходили в небо. Піраміди - одне із семи чудес світу. Кожний, хто приїздить подивитися на них, мріє піднятися на вершину. (Як потрібно підніматися, гранню чи ребром?) За скільки часу турист підніметься на вершину піраміди Хеопса, якщо він рухатиметься зі швидкістю 0,5 км/год. (173 м, 8 м/хв)

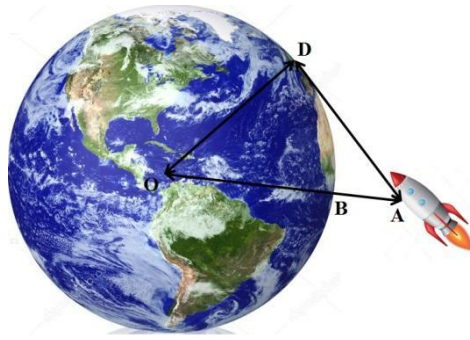


3. Телевізійна вишка підтримується чотирма канатами, прикріпленими до неї на відстані 12 м від землі і на відстані 5 м від основи вишки. Скільки метрів мотузки потрібно, якщо на вузли витратили 10 м? (62 м)

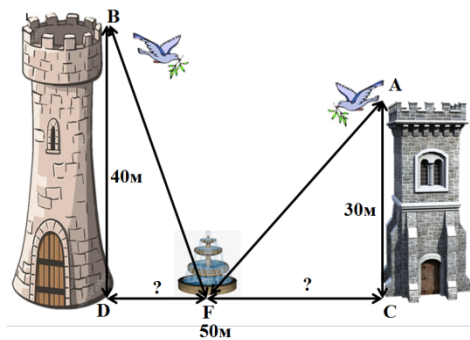


4. Космонавт під час польоту знаходиться на відстані 327 км над землею. На якій відстані від корабля знаходились у цей час найбільш віддалені від нього видимі ділянки поверхні Землі? (Радіус Землі  $\approx 6400$  км.) (~ 2071,84 км.)





5. Дві вежі висотою 30 і 40 футів, розміщено одна від одної на відстані 50 футів. Між ними знаходиться фонтан, до якого одночасно з маківок веж з однаковою швидкістю вилетіли два голуби. Яка відстань від фонтана до кожної з двох веж, якщо голуби долетіли до фонтана одночасно. **Фут** - довжина ступні людини: ( $CF=32$ ,  $FD=18$ .)



#### 4.Многокутники. Площі многокутників

1. Для проведення ремонту в оселі необхідно купити шпалери, що продаються в рулонах.
  - а) Кімната має форму прямокутника. Одна її сторона на 2 м довша за іншу. Висота кімнати дорівнює 2,5 м. Площа обклеювальної поверхні не перевищує  $104 \text{ м}^2$ . Знайдіть довжини сторін кімнати.
  - б) Рулон шпалер має ширину 0,53 м і довжину 10 м. Обчислити кількість рулонів, що слід придбати для обклеювання кімнати.
  - с) Різні магазини пропонують свої умови покупки шпалер одного виробника. Визначте найвигіднішу пропозицію.

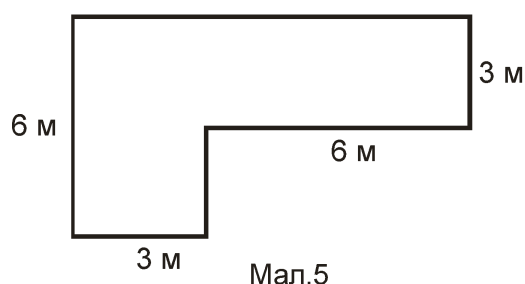
| № | Магазин       | Вартість рулону, грн | Доставка, грн | Акції |
|---|---------------|----------------------|---------------|-------|
| 1 | «Світ шпалер» | 162                  | 200           | 1*    |
| 2 | «Буд -Буд»    | 168                  | 100           | 2*    |
| 3 | «Елегія»      | 175                  | 70            | 3*    |

1\*. Якщо сума товару більша за 3000 грн, то доставка безкоштовна і надається знижка 10% від вартості товару.

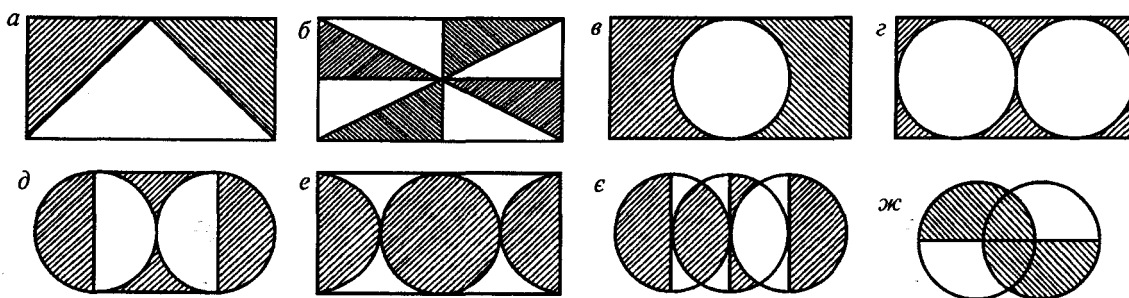
2\*. Якщо сума товару більша за 3000 грн, то доставка безкоштовна і надається знижка 15% від вартості товару.

3\*. Якщо сума товару більша за 3000 грн, то доставка безкоштовна і надається знижка 17% від вартості товару. ( $a \leq 9,4$  м;  $b \leq 11,4$  м)

- Довжина кімнати – 4 м, ширина – 3 м. Скільки банок фарби вагою 0,5 кг необхідно мати для фарбування підлоги, якщо витрати фарби на 1 м<sup>2</sup> дорівнюють 120 г ?
- Декоративна підвісна стеля монтується з квадратних плит пресованого паперу, кожна з яких має сторону 0,6 м. Скільки плит потрібно для ремонту такого помешкання як на малюнку?



- На малюнку зображено газони з клумбами. Розмістіть їх за зростанням площі, зайнятої травою (заштрихована частина малюнка). Відповідні лінійні розміри всіх клумб однакові.



5. Поле має форму трапеції з основами 2,8 км і 1,7 км і бічними сторонами 1,2 км і 1,4 км. Тракторист зорює за 1 хвилину площу в  $0,6 \text{ км}^2$ . Скільки часу потрібно для оранки всього поля ?