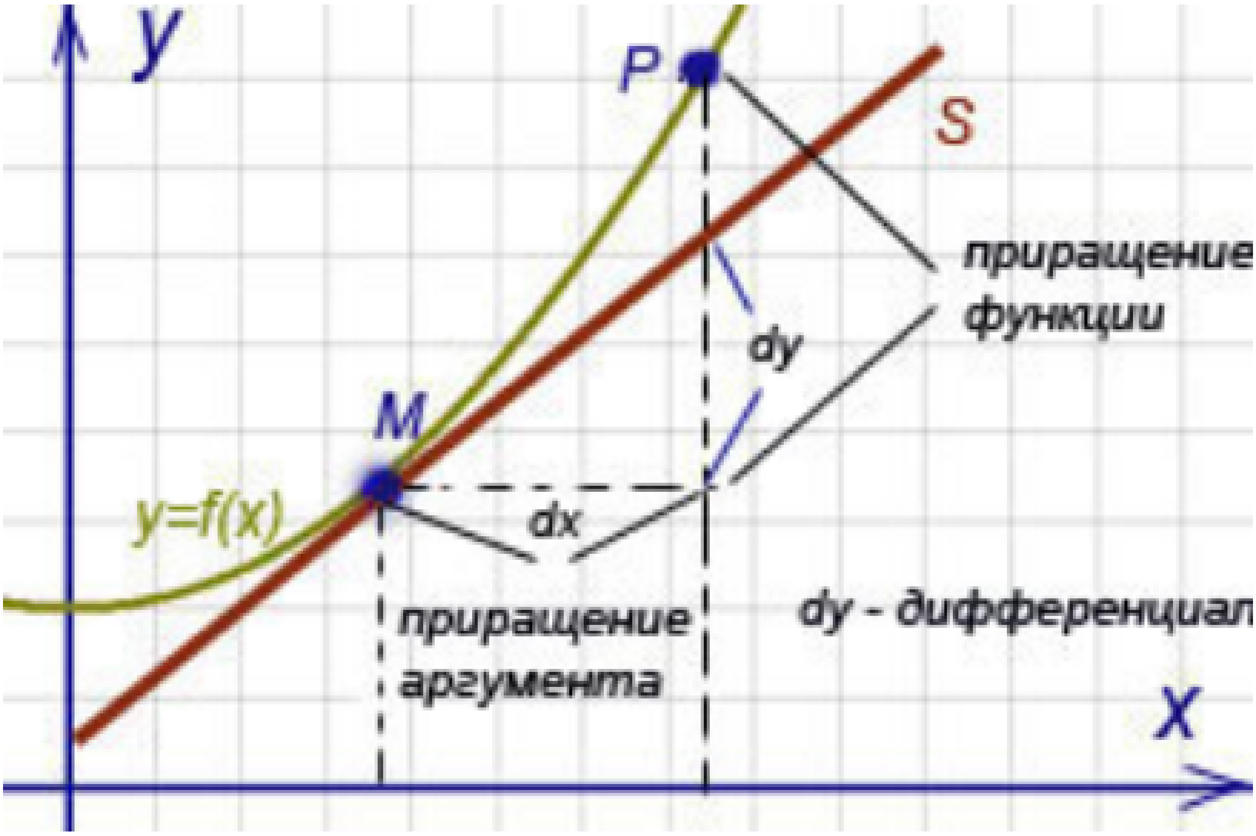
Записать теорию и примеры в тетрадь.

Понятие дифференциала.

Определение. Дифференциалом функции в некоторой точке *x* называется главная, линейная часть приращения функции.



Дифференциал функции *y* = *f*(*x*) равен произведению её производной на приращение независимой переменной *x* (аргумента).

Это записывается так:

$$dy = y'\Delta x$$

или

$$df(x) = f'(x)\Delta x$$

Использование дифференциала в приближенных вычислениях.

При малых значениях Δx (и при $y' \neq 0$) **приращение функции можно приближенно заменить его главной частью** $y'\Delta x$, т.е.

$$\Delta y \approx y'\Delta x \quad \text{или} \quad \Delta y = dy,$$

что позволяет использовать дифференциал для приближенных вычислений значений функции.

Для приближенных вычислений используется формула:

$$\boxed{f(x_0+\Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x} \quad (1)$$

Пример 1. Пользуясь понятием дифференциала, вычислить приближенно $\frac{1}{\sqrt{1,005}}$.

Решение. Число $\frac{1}{\sqrt{1,005}}$ является одним из значений функции y = $\frac{1}{\sqrt{x}}$.

Так как производная этой функции $y' = \frac{-1}{2x\sqrt{x}}$, то формула (1) примет вид

$$\frac{1}{\sqrt{x_0+\Delta x}} \approx \frac{1}{\sqrt{x_0}} - \frac{1}{2x_0\sqrt{x_0}}\Delta x.$$

Возьмем $x_0 = 1$ и $\Delta x = 0,005$

Получаем

$$\frac{1}{\sqrt{1,005}} \approx \frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{2\cdot 1\cdot 1\sqrt{1}}\cdot 0,005 =$$
$$= 1 - 0,5\cdot 0,005 \approx 0,9975 \approx 0,998$$

Пример 2. Пользуясь понятием дифференциала, вычислить приближенно ln 1,01.

Решение. Число ln 1,01 является одним из значений функции $y = \ln x$. Формула (1) в данном случае примет вид

$$\ln(x_0 + \Delta x) \approx \ln x_0 + \frac{\Delta x}{x_0}.$$

Возьмем $x_0 = 1;$ и $\Delta x = 0,01.$

Следовательно,

$$\ln(1,01) = \ln(1 + 0,01) \approx \ln 1 + \frac{0,01}{1} = 0,01,$$