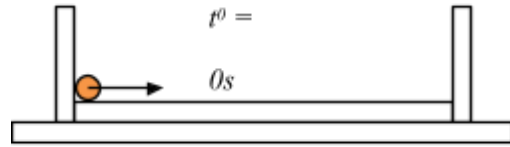


Κρούσεις σε κιβώτιο

Ένα ανοιχτό κιβώτιο μάζας $m_1 = m$, ηρεμεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Μέσα στο κιβώτιο βρίσκεται ακίνητη μια μικρή σφαίρα μάζας $m_2 = m$, επαφόμενη στο αριστερό τοίχωμα του κιβωτίου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ η σφαίρα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $v_1 = 2m/s$ και κινείται ολισθαίνοντας στο λείο δάπεδο του κιβωτίου.



- i) Το κιβώτιο θα κινηθεί; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.
- ii) Αν η σφαίρα συγκρουστεί με το δεξί τοίχωμα του κιβωτίου, χωρίς απώλειες μηχανικής ενέργειας για το σύστημα (ελαστική κρούση), υπολογίστε τις ταχύτητες της σφαίρας και του κιβωτίου αμέσως μετά την κρούση. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.
- iii) Μελετήστε το είδος της κίνησης των δυο σωμάτων.
- iv) Αν το μήκος του δαπέδου του κιβωτίου είναι $d = 2m$ να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες τις γραφικές παραστάσεις, μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 2s$:
 - α) $v = f(t)$ για τη σφαίρα και το κιβώτιο
 - β) $x = f(t)$ για τη σφαίρα και το κιβώτιο θεωρώντας ότι $x_0 = 0m$ (αρχή του άξονα των x) είναι η θέση της σφαίρας, που συμπίπτει με το αριστερό τοίχωμα του κιβωτίου.
 - γ) $p_{\text{συστ}} = f(t)$ (ορμή συστήματος), αν $m = 0,5kg$.

Απάντηση

α) Το κιβώτιο είναι ελεύθερο να κινηθεί μόνο οριζόντια. Όμως σε αυτή τη διεύθυνση δεν δέχεται δυνάμεις. Στην κατακόρυφη διεύθυνση όμως ασκούνται στο κιβώτιο:

Το βάρος του \vec{W}_1 ,

Η δύναμη επαφής \vec{N}_2' (δράση) από τη σφαίρα και

Η κάθετη αντίδραση \vec{N}_1 από το έδαφος (σχήμα 1).

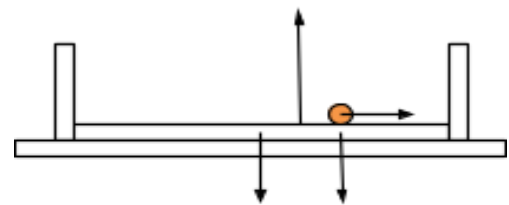
Οι δυνάμεις αυτές έχουν συνισταμένη μηδέν. Άρα το κιβώτιο θα ηρεμεί, όσο η σφαίρα ολισθαίνει στην επιφάνειά του.

β) Το σύστημα είναι μονωμένο, άρα η ισχύει η ΑΔΟ:

$$\vec{P}_{\text{πρι}} = \vec{P}_{\text{μετα}} \Leftrightarrow m\vec{v}_1 + 0 = m\vec{v}_1' + \vec{v}_2 \Leftrightarrow$$

$$v_1 = v_1' + v_2' \Leftrightarrow v_1 - v_1' = v_2' \quad (1)$$

Δεν έχουμε απώλεια ενέργειας σε θερμική άρα ισχύει η ΑΔΜΕ:



σχήμα

$$K_{\text{πριν}} = K'_{\text{μετα}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v_1'^2 + \frac{1}{2} v_2'^2 \Leftrightarrow v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 \Leftrightarrow (v_1 - v_1')(v_1 + v_1') = v_2'^2 \quad (2)$$

Διαιρώντας (2)/(1) παίρνουμε

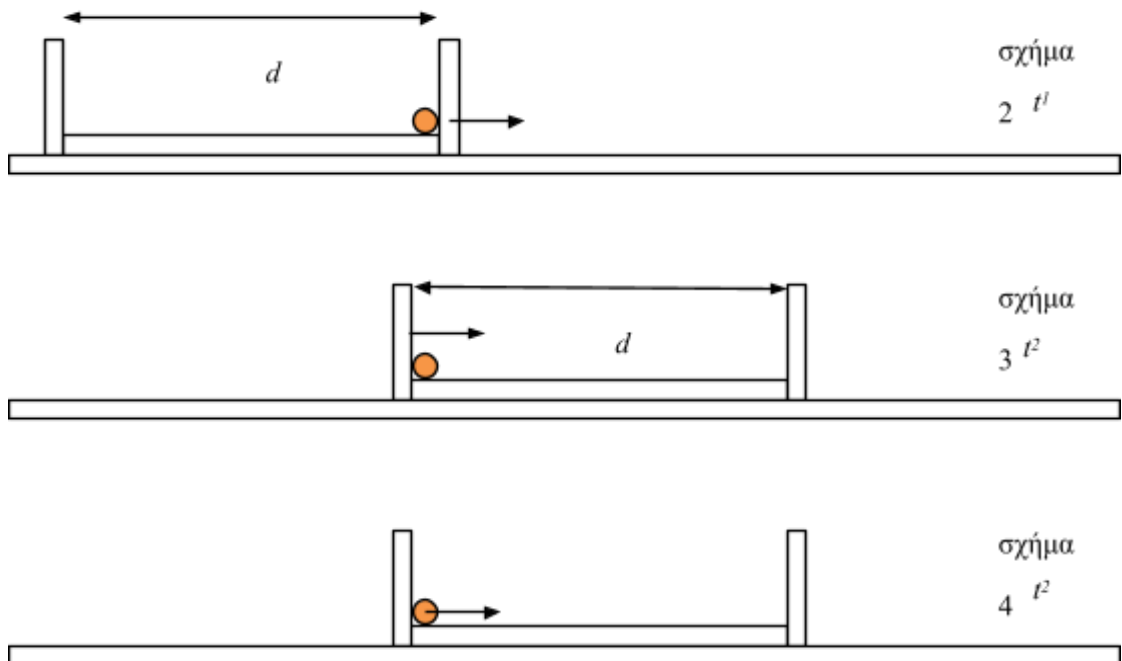
$$v_1 + v_1' = v_2' \quad (3)$$

Προσθέτοντας (1) + (3) έχουμε

$$2v_1 = 2v_2 \Leftrightarrow v_1 = v_2$$

Τότε $v_1' = 0$, δηλαδή η σφαίρα και το κιβώτιο **ανταλλάσσουν ταχύτητες**.

γ) Στη συνέχεια το σύστημα βρίσκεται στη θέση που φαίνεται στο σχήμα 2. Τι θα ακολουθήσει; Το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με την v_2' μέχρι να φτάσει στη θέση του σχήματος 3.

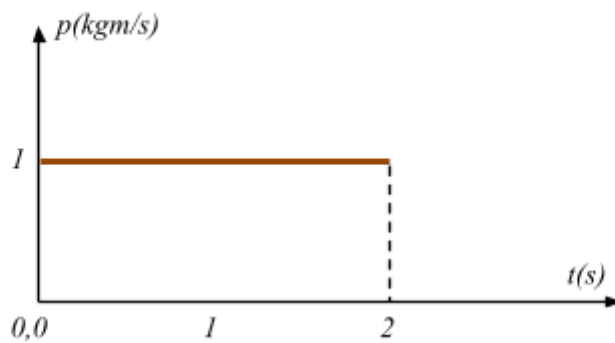
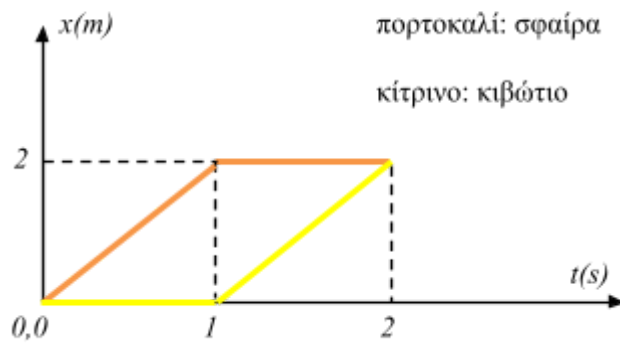


Ακολουθεί δεύτερη κρούση με την ακίνητη σφαίρα. Όπως είδαμε τα δυο σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες. Το κιβώτιο ακινητοποιείται, ενώ η σφαίρα φεύγει οριζόντια με την ταχύτητα του κιβωτίου. Βλέπουμε στο σχήμα 4, την κατάσταση του συστήματος αμέσως μετά τη δεύτερη κρούση. Είναι ίδια με την αρχική κατάσταση τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$. Το φαινόμενο είναι επαναλαμβανόμενο.

iv) Η πρώτη κρούση γίνεται τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{d}{v_1} = 1s$

Η δεύτερη κρούση γίνεται τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \frac{d}{v_2'} = 2s$ κ.λ.π.

Οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις θα είναι:



Η ορμή του συστήματος μένει σταθερή και έχει μέτρο $p = mv = 1kgm/s$.

Ανδρέας Ριζόπουλος

