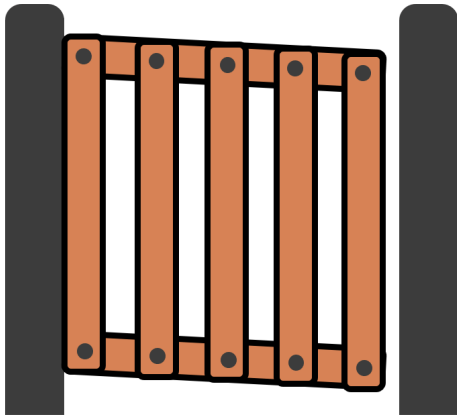


Третя ознака рівності трикутників

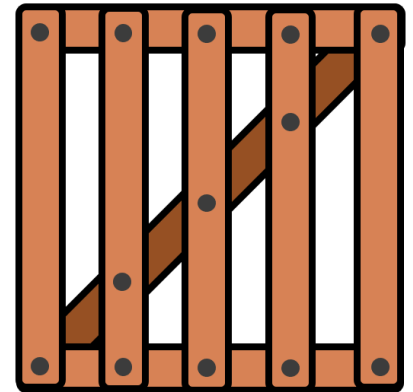
>> Поняття жорсткості трикутника <<



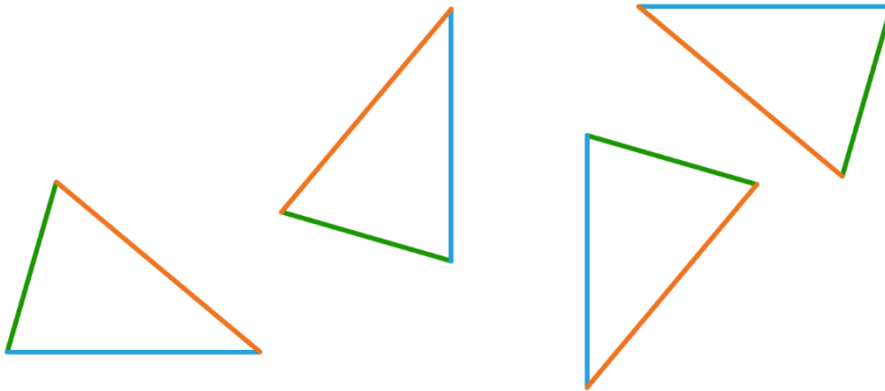
□ Що потрібно зробити, щоб хвіртка не перекошувалася?

Якщо додати третю дошку так, щоб утворилося два

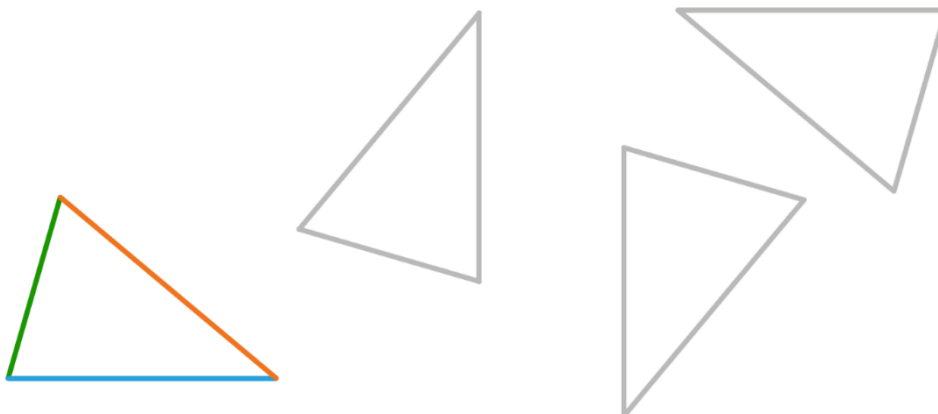
трикутники – хвіртка перекошуватися не буде.



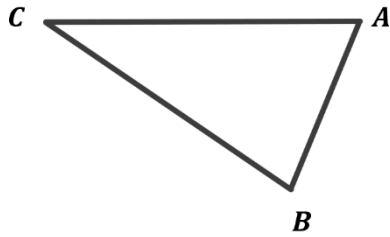
Спробуємо скласти різні трикутники, маючи три сторони:



Якщо ми сумістимо їх накладанням, то побачимо, що вони всі вони сумістяться:

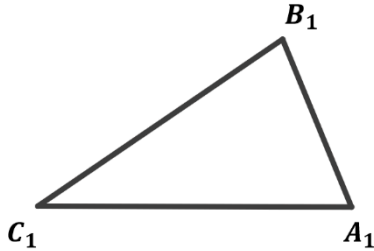


Причиною *жорсткості трикутника* є те, що трикутник задається своїми сторонами однозначно.

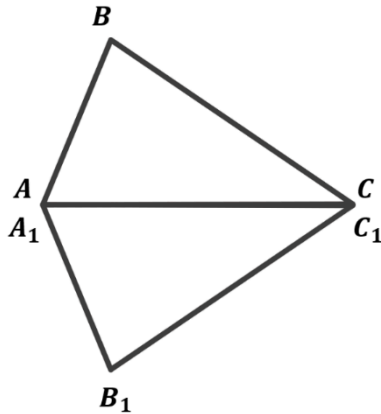


Теорема (третья ознака рівності трикутників)

Якщо три сторони одного трикутника відповідно дорівнюють трьом сторонам іншого трикутника, то такі трикутники рівні.



Прикладемо трикутники один до одного більшою стороною так, щоб вершини B і B_1 опинилися по різні сторони відносно прямої AC



Дано:

$$\triangle ABC \text{ і } \triangle A_1B_1C_1$$

$$AB = A_1B_1$$

$$BC = B_1C_1$$

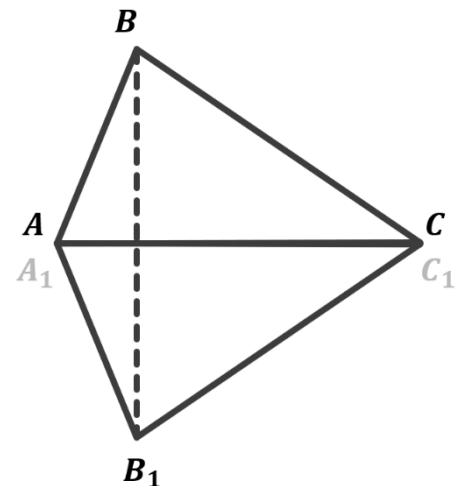
$$AC = A_1C_1$$

Довести:

$$\triangle ABC \text{ і } \triangle A_1B_1C_1$$

Доведення:

Побудуємо відрізок BB_1 і розглянемо трикутники ABB_1 і $CB B_1$



$$AB = A_1B_1 \text{ (За умовою)} \quad BC = B_1C_1 \text{ (За умовою)} \quad | \rightarrow \frac{\triangle ABB_1 \text{ і } \triangle CBB_1}{\text{—рівнобедрені}}$$

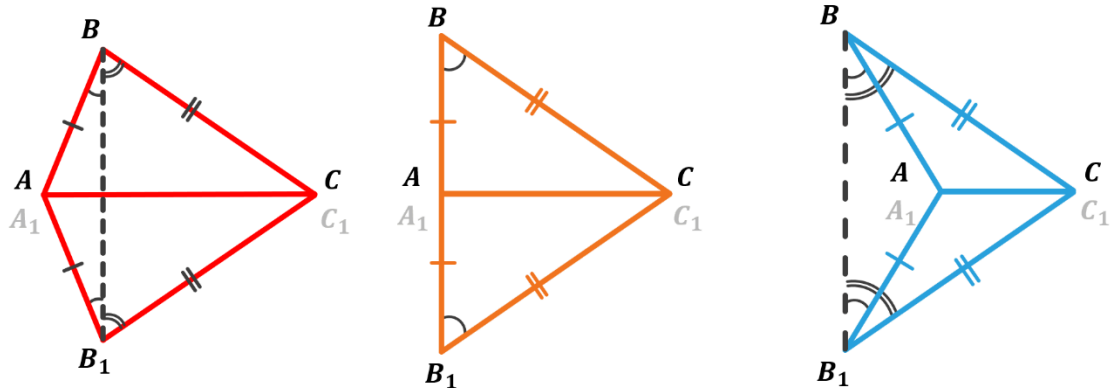
$$\frac{\Delta ABB_1 \text{ і } \Delta CBB_1}{\text{— рівнобедрені}} \rightarrow |\angle ABB_1 = \angle AB_1B \quad \angle CBB_1 = \angle CB_1B| \xrightarrow{\text{(Як кути при основі рівнобедрених трикутників)}}$$

$$\angle ABB_1 = \angle AB_1B \quad \angle CBB_1 = \angle CB_1B \rightarrow \angle ABC = \angle AB_1C$$

$$\angle ABC = \angle AB_1C \quad AB = A_1B_1 \text{ (За умовою)} \quad BC = B_1C_1 \text{ (За умовою)} \mid \rightarrow \frac{\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1}{\text{(за першою ознакою рівності трикутників)}}$$

Доведено

Теорема справджується і для прямокутних та тупокутних трикутників



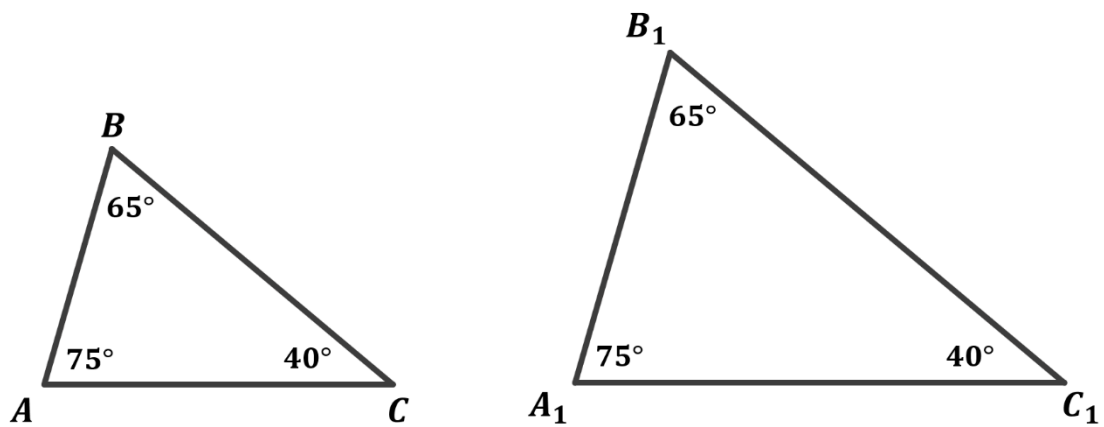
У кожному випадку $\angle ABC = \angle AB_1C$:

- Для гострокутних трикутників ми щойно довели, що ці кути рівні як сума рівних кутів;
- У другому випадку (*прямокутні трикутники*) ці кути рівні як кути при основі рівнобедреного трикутника;
- У третьому випадку (*тупокутні трикутники*) ці кути рівні як різниця рівних кутів;

У кожному випадку $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ за першою ознакою рівності трикутників.

□ Чи можна трикутник однозначно задати його трьома кутами?

Розглянемо трикутники ABC і $A_1B_1C_1$:



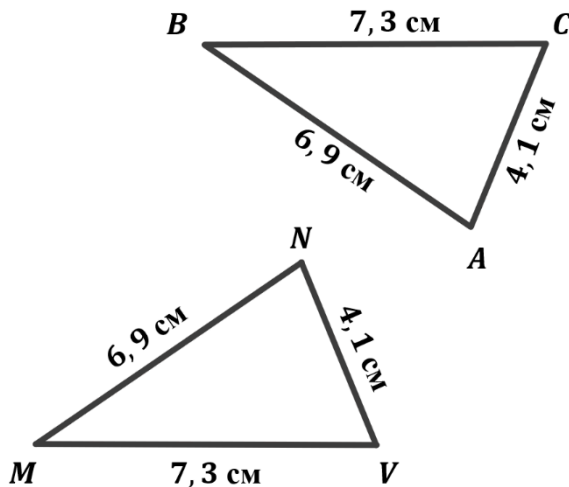
$\angle A = \angle A_1 = 75^\circ$; $\angle B = \angle B_1 = 65^\circ$; $\angle C = \angle C_1 = 40^\circ$, але $\triangle ABC \neq \triangle A_1B_1C_1$. Отже трикутники не можна задати однозначно трьома кутами.

□ Трикутник однозначно можна задати:

- 1) Двома сторонами і кутом між ними.
- 2) Стороною і двома прилеглими кутами.
- 3) Трьома сторонами.

Розв'язування вправ

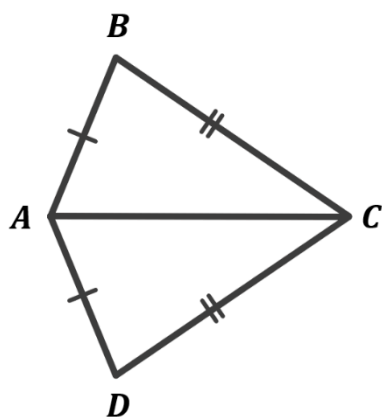
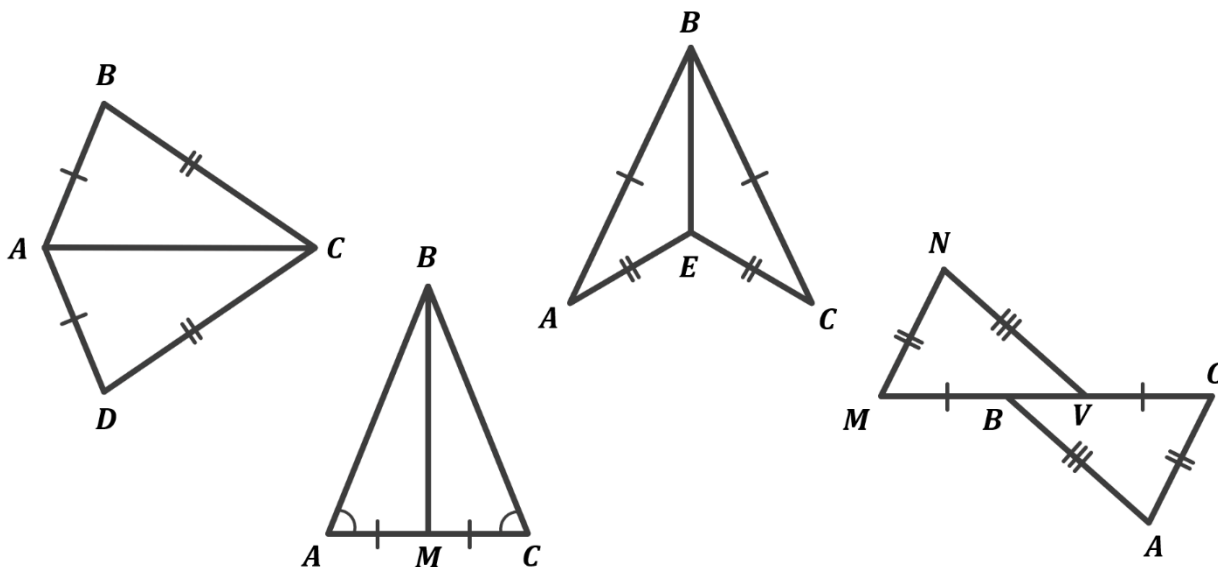
№1



Який кут трикутника MNV дорівнює куту B трикутника ABC ? Відповідь поясніть.

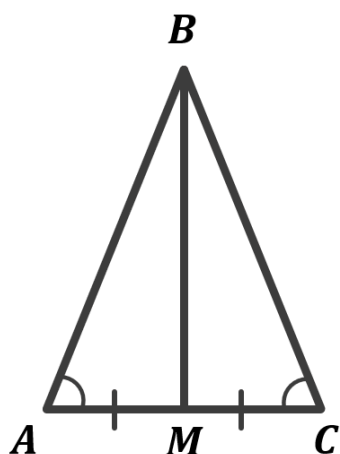
Відповідь: $\angle B = \angle M$, так як вони лежать проти рівних сторін рівних трикутників MNV і BAC

Доведіть рівність трикутників на кожному з рисунків.



$$AB = AD \quad BC = DC \quad AC - \frac{\text{спільна}}{\text{сторона}} \mid \rightarrow$$

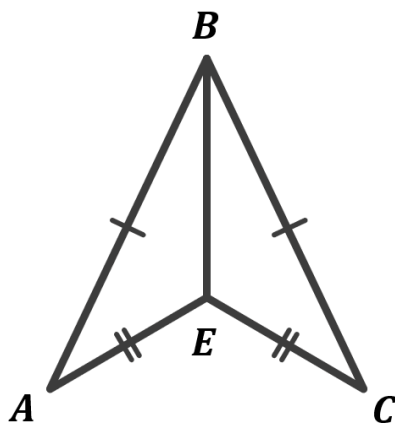
$$\rightarrow \frac{\Delta ABC = \Delta ADC}{\text{(за третьою ознакою рівності трикутників)}}$$



Так як $\angle A = \angle C$, то ΔABC – рівнобедрений.
 Так як ΔABC – рівнобедрений, то $AB = BC$

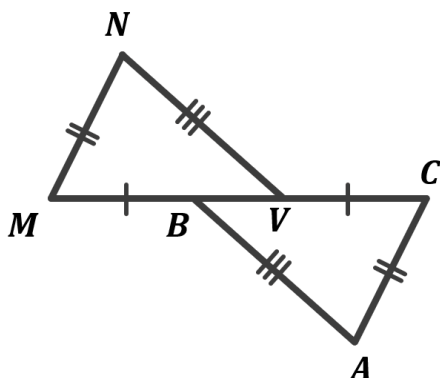
$$AB = BC \quad AM = CM \quad BM - \frac{\text{спільна}}{\text{сторона}} \mid \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\Delta AMB = \Delta CMB}{\text{(за третьою ознакою рівності трикутників)}}$$



$$AB = BC \quad AE = CE \quad BE - \frac{\text{спільна}}{\text{сторона}} \mid \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\Delta ABE = \Delta CBE}{(\text{за третьою ознакою рівності трикутників})}$$



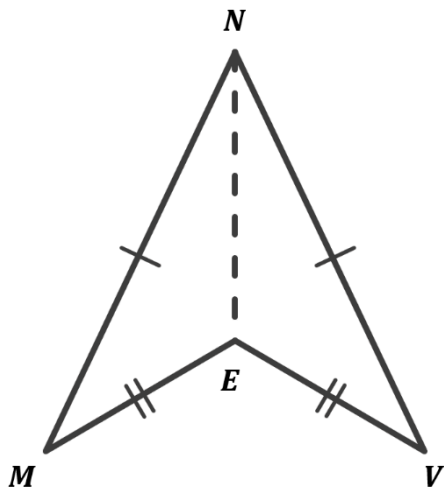
$$MV = MB + BV \quad CB = CV + BV \quad MB = CV \mid \rightarrow$$

$$\rightarrow MV = CB$$

$$MN = CA \quad NV = AB \quad MV = CB \mid \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\Delta MNV = \Delta CAB}{(\text{за третьою ознакою рівності трикутників})}$$

№3



На рисунку $MN = NV$, $ME = EV$. Доведіть, що NE – бісектриса кута MNE

Дано:

$$MN = NV;$$

$$ME = EV;$$

Довести:

NE – бісектриса кута MNE

Доведення:

Розглянемо трикутники MNE і VNE :

$$MN = VN \quad ME = VE \quad NE - \frac{\text{спільна}}{\text{сторона}} \mid \rightarrow \frac{\Delta MNE = \Delta VNE}{(\text{за третьою ознакою рівності трикутників})}$$

$$\Delta MNE = \Delta VNE \rightarrow \angle MNE = \angle VNE \quad \frac{(\text{як відповідні елементи})}{\text{рівних трикутників}}$$

$$\angle MNE = \angle VNE \rightarrow NE - \text{бісектриса кута } MNE$$

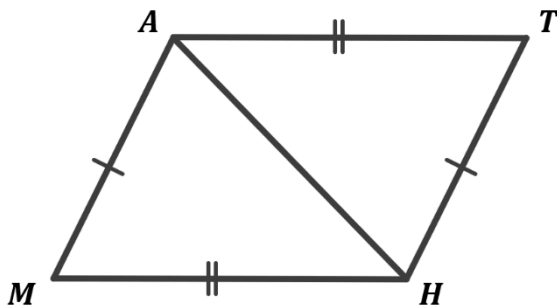
Доведено
№4

Про трикутники MNV і ABC відомо, що $MV \neq AC$, $NV \neq BC$. Чи можуть бути рівними такі трикутники?

Відповідь: Такі трикутники не є рівними, так як записуючи рівні трикутники беремо до уваги послідовність запису вершин трикутника. В умові ми бачимо, що відповідні сторони цих трикутників не є рівними, тому такі трикутники не можуть бути рівними.

№5

В чотирикутнику $ATHM$ $MA = TH$, $AT = MH$, $\angle AMH + \angle ATH = 128^\circ$. Знайдіть кут ATH .



Дано:

$ATHM$ – чотирикутник;

$MA = TH$;

$AT = MH$;

$\angle AMH + \angle ATH = 128^\circ$;

Знайти:

$\angle ATH$ – ?

Розв'язок:

Розглянемо трикутники AMH і HTA :

$$AM = HT \quad AT = HM \quad AH - \frac{\text{спільна}}{\text{сторона}} \mid \rightarrow \frac{\Delta AMH = \Delta HTA}{(\text{за третьою ознакою рівності трикутників})}$$

$$\Delta AMH = \Delta HTA \rightarrow \angle AMH = \angle ATH$$

$$\angle AMH + \angle ATH = 128^\circ \quad \angle AMH = \angle ATH \mid \rightarrow \angle ATH = \angle AMH = \frac{\angle AMH + \angle ATH}{2} = \frac{128^\circ}{2}$$

Відповідь: 64°