

MODUL AJAR OPERASI VEKTOR

INFORMASI UMUM

I. IDENTITAS MODUL

Nama Penyusun :
Satuan Pendidikan : SMA/MA
Kelas / Fase : X (Sepuluh) / E
Mata Pelajaran : Matematika
Prediksi Alokasi Waktu : 8 JP (45 x2)
Tahun Penyusunan : 2022

II. KOMPETENSI AWAL

Mengingatnkan siswa apa yang sudah dipelajari pada pertemuan sebelumnya mengenai vektor dan sistem koordinat.

III. PROFIL PELAJAR PANCASILA

- Beriman, bertaqwa kepada Tuhan Yang Maha Esa dan berakhlak mulia
- Mandiri
- Mernalar kritis
- Kreatif
- Bergotong royong

IV. SARANA DAN PRASARANA

- Penggaris, busur, dan kertas berpetak
- LCD proyektor,
- Komputer,
- Tayangan slide PowerPoint (ppt),
- Video pembelajaran yang telah disiapkan, dan
- Media lain.

V. TARGET PESERTA DIDIK

- Peserta didik regular/ tipikal: umum, tidak ada kesulitan dalam mencerna dan memahami materi ajar
- Peserta didik dengan kesulitan belajar: memiliki gaya belajar yang terbatas hanya satu gaya misalnya dengan kinestetik. Memiliki kesulitan dengan bahasa dan pemahaman materi ajar, kurang percaya diri, kesulitan berkonsentrasi jangka panjang, dsb.
- Peserta didik dengan pencapaian tinggi: mencerna dan memahami dengan cepat, mampu mencapai keterampilan berfikir arah tinggi (HOTS), dan memiliki keterampilan memimpin.

VI. MODEL PEMBELAJARAN

Blended learning melalui model pembelajaran dengan menggunakan *Project Based Learning* (PBL) terintegrasi pembelajaran berdiferensiasi berbasis *Social Emotional Learning* (SEL).

KOMPONEN INTI

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

- Melakukan operasi vektor serta menginterpretasi hasilnya secara geometris dan fisik
- Menggunakan operasi vektor untuk menyelesaikan masalah kehidupan sehari-hari

B. PEMAHAMAN BERMAKNA

- Melakukan operasi vektor serta menginterpretasikan hasilnya secara geometris dan fisis.
- Menggunakan operasi vektor untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

C. PERTANYAAN PEMANTIK

Memberikan pertanyaan, misalkan memberikan beberapa titik A, B, C, dan D. Tanyakan vektor baris atau kolom dari AB, CB, dan DA serta cara mendapatkannya.

D. KEGIATAN PEMBELAJARAN

PERTEMUAN KE-1

PENJUMLAHAN VEKTOR

Kegiatan Pendahuluan (10 Menit)

- Doa; absensi; menyampaikan tujuan pembelajaran; dan menyampaikan penilaian hasil pembelajaran
- Memotivasi siswa untuk tercapainya kompetensi dan karakter yang sesuai dengan **Profil Pelajar Pancasila**; yaitu 1) beriman, bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, dan berakhlak mulia, 2) mandiri, 3) bernalar kritis, 4) kreatif, 5) bergotong royong, dan 6) berkebinekaan global, yang merupakan salah satu kriteria standar kelulusan dalam satuan pendidikan.

Kegiatan Inti (90 Menit)

- Diskusikan bagaimana menentukan rute dari suatu lokasi ke lokasi yang lain dengan menggunakan kendaraan atau berjalan kaki.
- Tanyakan, apakah dapat langsung saja menyusuri lintasan seperti vektor dari titik pangkal ke titik ujung atau apakah mungkin mempunyai rute yang berbeda?
- Diskusikan juga aplikasi rute yang kadang memberikan rute lebih panjang tetapi dengan waktu tempuh lebih pendek.
- Setelah diskusi, siswa kerja secara berpasangan untuk melakukan eksplorasi.
- Siswa dapat menggunakan *Microsoft Word* untuk menggambar vektor pada peta.
- Setelah siswa-siswa melakukan eksplorasi, diskusikan hasil-hasil eksplorasi dengan meminta siswa mempresentasikan hasilnya. Tanyakan apakah ada yang memiliki rute yang berbeda dari presentasi temannya.
- Jelaskan bahwa dalam situasi sehari-hari tidaklah banyak rute dari satu lokasi ke lokasi lain yang langsung seperti menggunakan satu vektor saja.
- Minta siswa mencermati hal-hal khusus dalam penjumlahan vektor.
- Diskusikan contoh-contoh dalam kehidupan sehari-hari seperti contoh eksplorasi.
Contoh sederhana, bagaimana gerak sepeda jika angin mendorong sepeda dari belakang ke depan atau sebaliknya?

Penjumlahan skalar hanya menghasilkan satu jawaban, sedangkan penjumlahan vektor menghasilkan berbagai jawaban karena vektor berkaitan dengan arah. Pastikan siswa

memahami penjumlahan vektor dengan metode segitiga dan sifat komutatif penjumlahan vektor dengan menggunakan metode segitiga.

Kegiatan Penutup (10 Menit)

- Siswa dan guru menyimpulkan pembelajaran hari ini.
- Refleksi pencapaian siswa/formatif asesmen, dan refleksi guru untuk mengetahui ketercapaian proses pembelajaran dan perbaikan.
- Menginformasikan kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan pada pertemuan berikutnya.
- Guru mengakhiri kegiatan belajar dengan memberikan pesan dan motivasi tetap semangat belajar dandiakhiri dengan berdoa.

PERTEMUAN KE-2

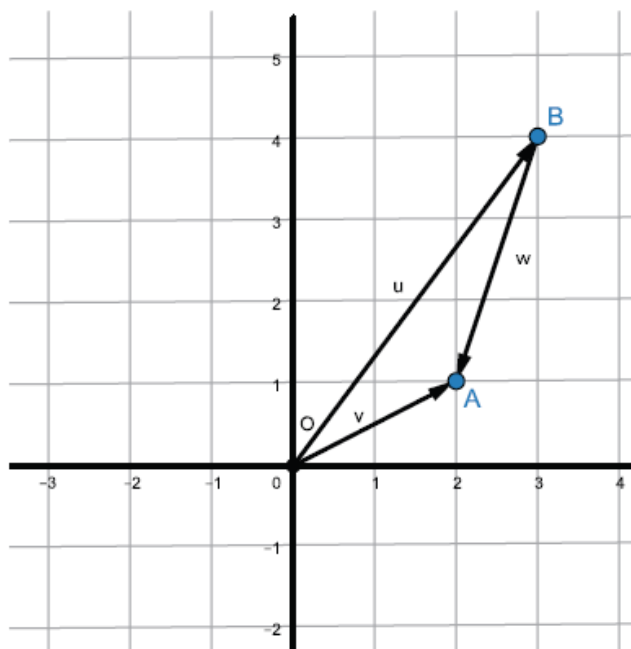
PENGURANGAN VEKTOR

Kegiatan Pendahuluan (10 Menit)

- Doa; absensi; menyampaikan tujuan pembelajaran; dan menyampaikan penilaian hasil pembelajaran
- Memotivasi siswa untuk tercapainya kompetensi dan karakter yang sesuai dengan **Profil Pelajar Pancasila**; yaitu 1) beriman, bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, dan berakhlak mulia, 2) mandiri, 3) bernalar kritis, 4) kreatif, 5) bergotong royong, dan 6) berkebinekaan global, yang merupakan salah satu kriteria standar kelulusandalam satuan pendidikan.

Kegiatan Inti (90 Menit)

- Diskusikan kembali penjumlahan vektor. Bagaimana dengan pengurangan vektor? Minta siswa menyampaikan ide-idenya kemudian siswa mengerjakan eksplorasi.

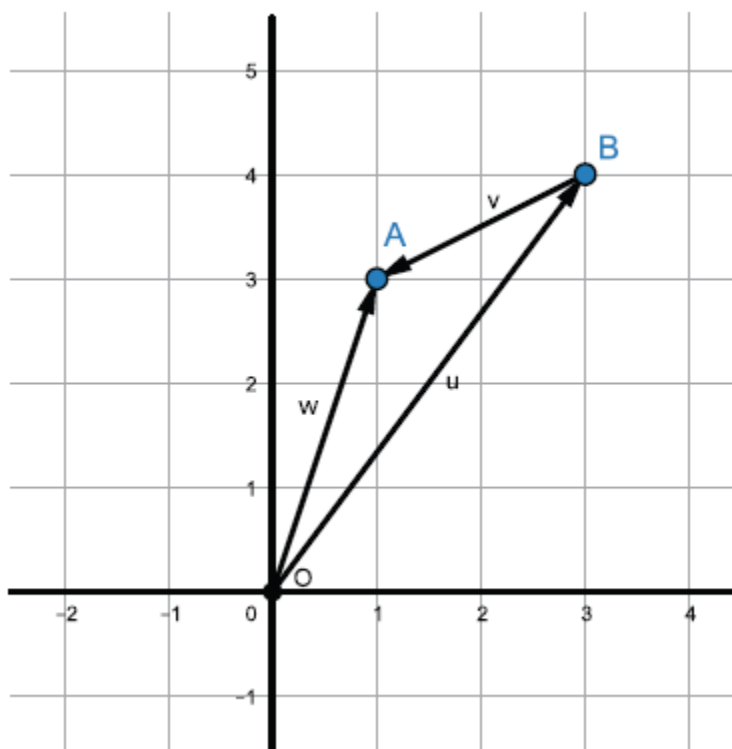


- Siswa bekerja secara berpasangan untuk melakukan eksplorasi.
- Siswa dapat menggunakan *Microsoft Word* atau *GeoGebra* untuk menggambar vektor.
- Setelah siswa-siswa melakukan eksplorasi, diskusikan hasil-hasil eksplorasi dengan meminta siswa mempresentasikan hasilnya. Tanyakan, bagaimana menuliskan penjumlahan kedua vektor dan hasilnya dengan meminta siswa memperhatikan $\mathbf{u} + \mathbf{w} = \mathbf{v}$. Setelah itu minta siswa melakukan pengurangan antara u dan v sehingga penulisan adalah sebagai berikut $\mathbf{u} - \mathbf{v} = -\mathbf{w}$,

Vektor baris dari $\mathbf{w}$ adalah $(-1 \ -3)$ sedangkan vektor baris dari $-\mathbf{w}$ adalah $(1 \ 3)$. Secara komponen $(3 \ 4) - (2 \ 1) = (1 \ 3)$. Hasil pengurangan secara komponen sesuai dengan hasil secara grafis.

- Minta siswa berpikir bagaimana menggambar kedua vektor jika diberikan $\mathbf{u} - \mathbf{v} = -\mathbf{w}$
- Jelaskan bahwa pengurangan dua vektor lebih mudah dengan menggunakan penjumlahan.

Sesuai dengan eksplorasi maka $\mathbf{u} - \mathbf{v} = \mathbf{u} + -\mathbf{v} = -\mathbf{w}$



Kegiatan Penutup (10 Menit)

- Siswa dan guru menyimpulkan pembelajaran hari ini.
- Refleksi pencapaian siswa/formatif asesmen, dan refleksi guru untuk mengetahui ketercapaian proses pembelajaran dan perbaikan.
- Menginformasikan kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan pada pertemuan berikutnya.
- Guru mengakhiri kegiatan belajar dengan memberikan pesan dan motivasi tetap semangat belajar dandiakhiri dengan berdoa.

PERTEMUAN KE-3

PERKALIAN SKALAR DENGAN VEKTOR

Kegiatan Pendahuluan (10 Menit)

- Doa; absensi; menyampaikan tujuan pembelajaran; dan menyampaikan penilaian hasil pembelajaran
- Memotivasi siswa untuk tercapainya kompetensi dan karakter yang sesuai dengan **Profil Pelajar Pancasila**; yaitu 1) beriman, bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, dan berakhlak mulia, 2) mandiri, 3) bernalar kritis, 4) kreatif, 5) bergotong royong, dan 6) berkebinekaan global, yang merupakan salah satu kriteria standar kelulusan dalam satuan pendidikan.

Kegiatan Inti (90 Menit)

- Diskusikan kembali penjumlahan dan pengurangan vektor sebelum melakukan eksplorasi.
- Setelah diskusi, siswa bekerja secara berpasangan untuk melakukan eksplorasi.
- Siswa dapat menggunakan Microsoft Word untuk menggambar vektor pada peta.
- Setelah siswa-siswa melakukan eksplorasi, diskusikan hasil-hasil eksplorasi dengan meminta siswa mempresentasikan hasilnya.



Diskusi tentang mater :

1. Panjang **BR** = 3,4 cm.
Panjang **BU** = 2,2 cm = 0,65 **BR**.
Panjang **UR** = 1,2 cm = 0,35 **BR**
 2. Ketiganya mempunyai arah yang sama.
- Jelaskan perkalian skalar dengan vektor berdasarkan Gambar 3.36. Skalar dapat bernilai positif atau negatif, dapat juga bernilai lebih dari satu atau kurang dari satu.
 - Setiap kelompok membuktikan perkalian skalar dengan vektor secara grafis (pada kertas berpetak) dan secara komponen memberikan hasil yang sama.
 - Setiap kelompok menentukan satu vektor terlebih dahulu. Setiap anggota dapat memilih skalar yang diinginkan tetapi harus berbeda.

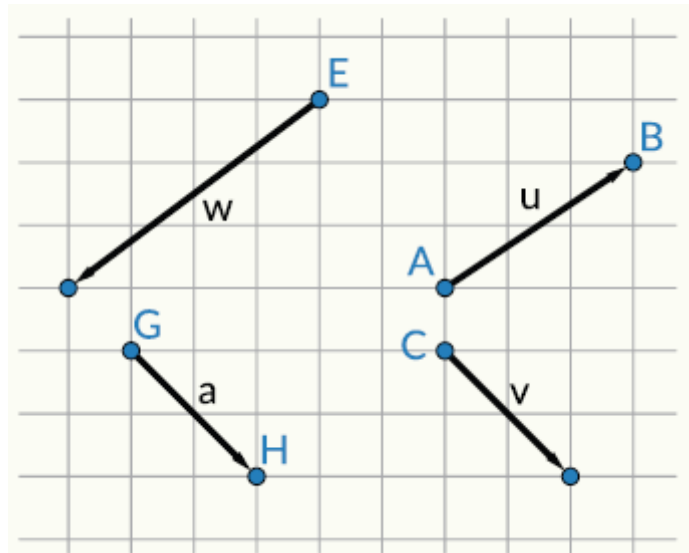
Kegiatan Penutup (10 Menit)

- Siswa dan guru menyimpulkan pembelajaran hari ini.
- Refleksi pencapaian siswa/formatif asesmen, dan refleksi guru untuk mengetahui ketercapaian proses pembelajaran dan perbaikan.
- Menginformasikan kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan pada pertemuan berikutnya.
- Guru mengakhiri kegiatan belajar dengan memberikan pesan dan motivasi tetap semangat belajar dandiakhiri dengan berdoa.

E. ASESMEN

1. Suatu vektor memiliki ujung di $A(3, -6, 0)$ dan pangkal di $B(5, 0, 8)$.
Nyatakan vektor **AB** dalam komponen-komponennya dan tentukan panjang vektor.
2. Apakah penjumlahan dua vektor dengan besar berbeda dapat menghasilkan vektor nol?
3. Apakah penjumlahan tiga vektor dengan besar berbeda dapat menghasilkan vektor nol?
4. Kalian naik sepeda dengan kelajuan 2 m/detik ke utara. Angin bertiup ke selatan dengan kelajuan 0,4 m/detik. Ke arah mana kalian bergerak dan berapa kelajuannya?

5. Perhatikan gambar di bawah ini.



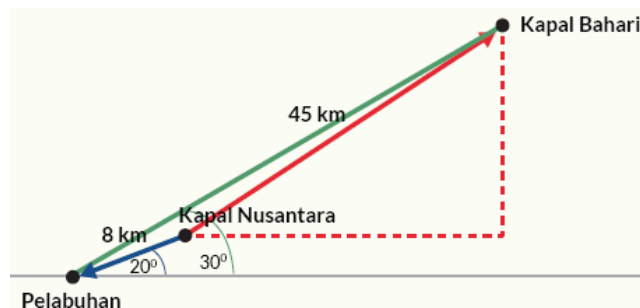
Gambarkan secara grafis dan tentukan komponen-komponennya dari $2\mathbf{CD} + \mathbf{AB} - 3\mathbf{EF} - 2\mathbf{GH}$.

Gunakan kertas berpetak untuk menggambar.

F. PENGAYAAN DAN REMEDIAL

Kapal Bahari berada pada posisi 30° dan sejauh 45 km dari tempat kapal bersandar di pelabuhan. Kapal Nusantara menuju pelabuhan dengan sudut 20° dan berjarak 8 km dari tempat kapal bersandar. Gambarkan vektor perpindahan kapal Bahari terhadap Kapal Nusantara. Gunakan busur dan penggaris untuk menentukan sudut dan jaraknya.

Alternatif Penyelesaian :



Jarak tegak antar kedua kapal $\approx 19,8$ km

Jarak mendatar antar kedua kapal $\approx 31,5$ km

Panjang vektor yang terbentuk ≈ 37 km (Jarak antara kapal Bahari dan Nusantara)

Sudut vektor yang terbentuk terhadap garis horizontal $\approx 32^\circ$

G. REFLEKSI GURU DAN PESERTA DIDIK

Refleksi 1

1. Apakah kalian dapat melakukan penjumlahan vektor secara grafis?

Sampel Jawaban: Siswa memberikan contoh-contoh penjumlahan vektor dengan metode segitiga, metode jajar genjang dan metode poligon.

2. Apakah kalian dapat melakukan penjumlahan vektor dengan menjumlahkan komponen-komponennya?

Sampel Jawaban: Siswa memberikan contoh-contoh pada (1) dengan menjumlahkan secara komponen.

Refleksi 2

1. Apakah kalian dapat melakukan pengurangan vektor secara grafis?

Sampel Jawaban: Siswa memberikan contoh-contoh pengurangan vektor dengan metode segitiga dan metode jajar genjang.

2. Apakah kalian dapat melakukan pengurangan vektor dengan mengurangi komponen-komponennya?

Sampel Jawaban: Siswa memberikan contoh-contoh pada (1) dengan mengurangi secara komponen.

Refleksi 3

1. Apakah kalian dapat melakukan perkalian skalar dengan vektor secara grafis?

Sampel Jawaban: Siswa memberikan contoh-contoh perkalian skalar dengan vektor secara grafis. Nilai skalar bervariasi.

2. Apakah kalian dapat melakukan perkalian vektor dengan skalar secara komponen?

Sampel Jawaban: Siswa memberikan contoh-contoh pada (1) dengan melakukannya secara komponen.

Minta siswa mengerjakan Latihan dan perhatikan apakah siswa sudah dapat mengerjakannya.

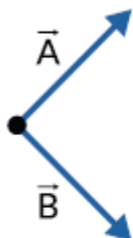
LAMPIRAN- LAMPIRAN

Lampiran 1

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

Latihan 3.5

1. Perhatikan dua vektor di bawah ini.



a. Gambarkan $2A$

c. Gambarkan $2A + 3B$

b. Gambarkan $3B$

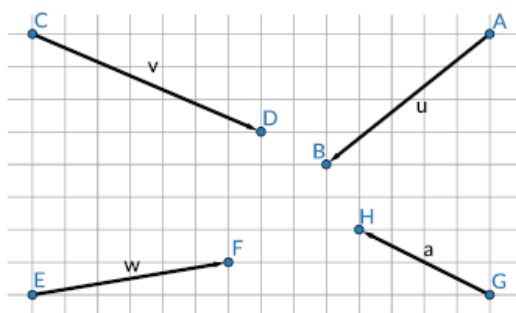
2. Buat dua titik $A(3, 2)$ dan $B(-6, 8)$ dalam sistem koordinat Kartesius.

a. Gambarkan vektor posisi $\mathbf{OA}$ dan $\mathbf{OB}$.

b. Gambarkan hasil pengurangan vektor $\mathbf{OB}$ dengan $\mathbf{OA}$.

c. Buat pengurangan kedua vektor dengan menggunakan vektor kolom.

3. Perhatikan gambar vektor-vektor di bawah ini. Operasikan vektor-vektor secara grafis dan komponen. Gunakan kertas berpetak untuk operasi vektor secara grafis. Tentukan juga panjang vektor hasil penjumlahan.



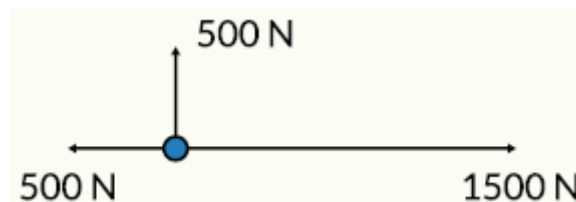
- a. $\mathbf{EF + GH}$
 - b. $\mathbf{2\ EF - GH}$
 - c. $\mathbf{EF + GH + CD}$
 - d. $\mathbf{EF - GH + 2\ CD}$
 - e. $\mathbf{EF + GH + CD + AB}$
 - f. $\mathbf{EF - 3\ GH - CD}$
4. Perhatikan peta Papua di bawah ini.
- a. Gambarkan vektor Jayapura-Wamena, yaitu $\mathbf{JW}$ dan vektor Jayapura-Nabire, yaitu $\mathbf{JN}$.



- b. Gambarkan pengurangan vektor $\mathbf{JW}$ dengan vektor $\mathbf{JN}$.

Latihan 3.6

1. Jika vektor $\mathbf{a} = (x_1\ y_1)$ dan $\mathbf{b} = (x_2\ y_2)$ tunjukkan bahwa $\mathbf{a + b = b + a}$
2. Mengapa metode jajar genjang merupakan salah satu metode penjumlahan vektor?
3. Buktikan bahwa A, B, dan C kolinier terletak pada satu garis dengan menunjukkan bahwa AB dan BC paralel. Tentukan titik A, B, dan C terlebih dahulu.
4. Tentukan panjang vektor resultan.



5. Buatlah 3 vektor sembarang a, b, dan c pada kertas berpetak. Gambarkan hasil $\mathbf{2a + b - 2c}$.

Lampiran 2

BAHAN BACAAN GURU DAN PESERTA DIDIK

1. Penjumlahan Vektor

Perhatikan peta di bawah ini.

Apakah ada rute langsung dari pompa bensin ke Bandara Syamsudin Noor, yang ditandai dengan garis merah? Tentu saja tidak bisa.

Coba tentukan satu rute yang paling sederhana, gambarkan setiap vektor perpindahannya dari satu lokasi ke lokasi yang lain.

Ada berapa vektor yang digambarkan?

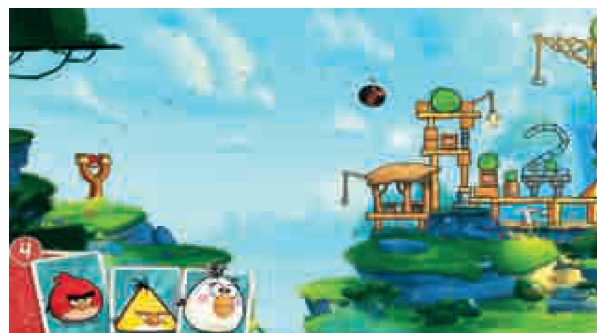
Kalian akan punya rangkaian vektor yang tidak terputus dengan setiap ujung vektor bertemu dengan pangkal vektor berikutnya.



Gambar 3.22 Peta Banjarmasin

2. Pengurangan Vektor

Gambar di bawah menunjukkan *game Angry Birds*. Perhatikan gerak benda yang terlontar dari katapel.



Gambar 3.31 Game Angry Birds

Sumber: <https://indianexpress.com/>

Kekuatan *game*, salah satunya, adalah gerak objek-objek dalam *game* tersebut.

Games menggunakan konsep vektor dan operasinya dalam pembuatannya, khususnya perpindahan dari satu lokasi ke lokasi lain.

3. Perkalian Skalar dengan Vektor

Kalian buat satu garis lurus melalui tanda bintang di dekat B, U, dan R. Ukur panjang garis BR, BU, dan UR.



Gambar 3.35 Peta Pulau Bali

Sumber: <https://moondoggiesmusic.com/peta-bali/#gsc.tab=0>

Lampiran 3

GLOSARIUM

Resultan, hasil penjumlahan atau pengurangan vektor.

Lampiran 4

DAFTAR PUSTAKA

Susanto, Dicky. 2021. *Matematika SMA/SMK/ Kelas X*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan.

Nurdiansyah, Hadi dkk. 2016. *Matematika untuk SMA/MA Kelas X (Kelompok Peminatan Matematika dan Ilmu Alam)*. Jakarta : Yrama Widya

Sutisna, E., 2020. *Modul Pembelajaran SMA, Matematika Peminatan Kelas X*. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan Indonesia.