الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **مديرية التربية لولاية الوادي**

امتحان التجريبي لشهادة بكالوريا التعليم الثانوي — **ثانوية الاخوين كـيرد- اميه ونسة**

الشعبة : 3 علوم تجريبية — **دورة مـــاي 2011**

امتحان في مادة :الرياضيات — **المدة : 3ساعات و نصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعيين التاليين

الموضوع الاول

التمرين الاول :)04 نقاط)

نعتبرفي الفضاء المنسوب إلى معلم و متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,-1,3)$ $A(1,-1,3)$ و ليكن (P) (P) المستوى ذو المعادلة : $x-y+3z=0$ $x-y+3z=0$

$\begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=3t \end{cases}$ $\begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=3t \end{cases}$ $t\in R$ $t\in R$ تمثيل وسيطي للمستقيم (OA) (OA) .

1. أ- تحقق من أن :

ب . حدد معادلة ديكارتية للمستوي (Q) (Q) العمودي على المستقيم (OA) (OA) في النقطة A A

جـ. تحقق من أن المستوى (P) (P) يوازي المستوى (Q) (Q)

2. نعتبر سطح الكرة (S) (S) المماسة للمستوى (Q) (Q) في النقطة A A و التي يقطعها المستوى (P) (P) وفق الدائرة (c) (c) التي مركزها O O و نصف قطرها $r=\sqrt{33}$ $r=\sqrt{33}$

أ. بين ان $\omega(a,b,c)$ $\omega(a,b,c)$ مركز سطح الكرة (S) (S) ينتمي الى (OA) (OA) ثم استنتج ان $b=-a$ $c=3a$ $c=3a$ و $b=-a$

ب. بين ان : $\omega A^2-\omega O^2=33$ $\omega A^2-\omega O^2=33$ ثم استنتج ان $a-b+3c=-11$ $a-b+3c=-11$

جـ. استنتج احداثيات ω ω مركز سطح الكرة (S) (S) ثم بين أن نصف قطرها $R=2\sqrt{11}$ $R=2\sqrt{11}$

التمرين الثاني :)04.5 نقاط) : $(o,\vec{u},\vec{v})$ $(o,\vec{u},\vec{v})$

ليكن $p(z)$ $p(z)$ كثير حدود المعرف من اجل كل عدد مركب z:

$$p(z)=z^3-(3+2\sqrt{3})z^2+(7+4\sqrt{3})z-(5+2\sqrt{3})$$

$$p(z)=z^3-(3+2\sqrt{3})z^2+(7+4\sqrt{3})z-(5+2\sqrt{3})$$

1- أ. احسب $p(1)$ $p(1)$

ب. عيّن العددين الحقيقيين a a ، b b بحيث : $p(z)=(z-1)(z^2+az+b)$ $p(z)=(z-1)(z^2+az+b)$

ثم حل في $\mathbb{C}$ $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z)=0$ $p(z)=0$

2- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ $(o,\vec{u},\vec{v})$, نعتبر النقط A ، B و C صور الاعداد المركبة : $z_A=1$ $z_A=1$, $z_B=1+\sqrt{3}-i$ $z_B=1+\sqrt{3}-i$, $z_C=\overline{z_B}$ $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب .

1. أكتب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الاسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC ABC .

2. نعتبر النقطة $\omega\ \omega$ صورة العدد $1+\frac{2\sqrt{3}}{3}\ 1+\frac{2\sqrt{3}}{3}$ بين أن $\omega\ \omega$ مركز الدائرة $(c)\ (c)$ المحيطة بالمثلث $ABC\ ABC$.

5. حدد $(E)\ (E)$ مجموعة النقط $M(Z)\ M(Z)$ من المستوى حيث : $\left|\frac{z_C-z}{z_B-z}\right|=1\ \left|\frac{z_C-z}{z_B-z}\right|=1$

8. أحسب $\cos\theta\ \cos\theta$ حيث $\theta=(\overrightarrow{\omega A},\overrightarrow{\omega B})\ \theta=(\overrightarrow{\omega A},\overrightarrow{\omega B})$

27. استنتج في المستوى المركب عبارة الدوران $\mathrm{R}\ \mathrm{R}$ الذى مركزه $\omega\ \omega$ و يحول $A\ A$ الى $B\ B$

هـ. عين $(c')\ (c')$ صورة $(c)\ (c)$ بالتحويل $\mathrm{R}\ \mathrm{R}$

التمرين الثالث :)04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)\ (u_n)$ المعرفة على $N\ N$ كما يلي: $u_0=1\ u_0=1$ و $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+n-2\ u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+n-2$

1- أحسب $u_1\ u_1$, $u_2\ u_2$, $u_3\ u_3$

2- أ. بين انه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 4\ n\geq 4$: $u_n\geq 0\ u_n\geq 0$

ب.استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 5\ n\geq 5$: $u_n\geq n-3\ u_n\geq n-3$

جـ. استنتج نهاية المتتالية $(u_n)\ (u_n)$

3- لتكن المتتالية $(v_n)\ (v_n)$ المعرفة على N بـ : $v_n=-2u_n+3n-\frac{21}{2}\ v_n=-2u_n+3n-\frac{21}{2}$

أ • احسب $v_0\ v_0$, $v_1\ v_1$

ب • بين أن المتتالية $(v_n)\ (v_n)$ متتالية هندسية يطلب تحديد اساسها.

جـ • استنتج أنه من اجل كل عدد طبيعي $n\ n$: $u_n=\frac{25}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n+\frac{3}{2}n-\frac{21}{4}\ u_n=\frac{25}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n+\frac{3}{2}n-\frac{21}{4}$.

د • بين أن المتتالية $(u_n)\ (u_n)$ متباعدة .

3 – احسب المجموع $S_n\ S_n$ بدلالة n: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n\ S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

التمرين الرابع :)07.5 نقاط)

المستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})\ (o,\vec{i},\vec{j})$

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[\ ]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=2-x(1+\ln 2-\ln x)\ g(x)=2-x(1+\ln 2-\ln x)$

1. ادرس تغيرات الدالة g , ثم شكل جدول تغيراتها .

2. استنتج حسب قيم $x\ x$ اشارة $g(x)\ g(x)$

II- نعتبر الدالة $f\ f$ المعرفة على المجال $]0,+\infty[\ ]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=2-x-xlnx\ f(x)=2-x-xlnx$ و $f(0)=2\ f(0)=2$

وليكن $(c_f)\ (c_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\ \vec{i}\ ,\ \vec{j})\ (o,\ \vec{i}\ ,\ \vec{j})$

1.أ- احسب $\lim_{x\to 0^+}f(x)\ \lim_{x\to 0^+}f(x)$, ثم استنتج أن $f\ f$ مستمرة عند 0 عن اليمين .

ب- أحسب : $\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-2}{h}$ $\lim_{h\to 0}\frac{f(h)-2}{h}$, ماذا تستنتج ؟

2- أ. أحسب نهاية الدالة $f(x)$ $f(x)$ عن $+\infty$ $+\infty$.

ب.احسب $f`(x)$ $f`(x)$ مشتق الدالة f f على المجال $]0,+\infty[$ $]0,+\infty[$,ثم أدرس اشارته .

جـ. استنتج اتجاه تغير الدالة f f ثم شكل جدول تغيراتها .

3- أ. اكتب معادلة المماس (Δ) (Δ) للمنحنى (c_f) (c_f) عند النقطة التى فاصلتها 2 .

ب.استنتج الوضع النسبي للمنحنى (c_f) (c_f) و المستقيم (Δ) (Δ) .

4- انشئ (Δ) (Δ) والمنحنى (c_f) (c_f) .

5- نعتبر الدالة h h المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ $]0,+\infty[$ بـ : $h(x)=x^2lnx$ $h(x)=x^2lnx$

أ. احسب $h`(x)$ $h`(x)$ مشتق الدالة h h

ب. استنتج دالة اصلية على المجال $]0,+\infty[$ $]0,+\infty[$ للدالة $x\to xlnx+\frac{x}{2}$ $x\to xlnx+\frac{x}{2}$.

جـ. α α عدد حقيقي حيث $0<\alpha<1$ $0<\alpha<1$. احسب المساحة للحيز المستوى المحدد بالمنحنى و المستقيمات التى معادلتها : $y=0$ $y=0$, $x=\alpha$ $x=\alpha$, $x=1$ $x=1$

د. أحسب $\lim_{\alpha\to 0}A(\alpha)$ $\lim_{\alpha\to 0}A(\alpha)$,أعط تفسيرا لهذه النتيجة .

الموضوع الثاني

التمرين الاول :)03.5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم و متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, نعتبر النقط :

$A(-1,0,3)$ $A(-1,0,3)$, $A(3,0,0)$ $A(3,0,0)$, $C(7,1,-3)$ $C(7,1,-3)$

و ليكن (S) (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ $M(x,y,z)$ من الفضاء حيث :

$x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0$ $x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0$

1.أ- بين أن النقط A ، B , C تعين مستويا .

ب . بين أن $\vec{n}(-1,0,3)$ $\vec{n}(-1,0,3)$ شعاع ناظمي للمستوى (ABC) (ABC)

جـ. استنتج معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) (ABC)

2. بين أن المجموعة (S) (S) هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω و نصف قطرها .

3. حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) (Δ) الذي يشمل النقطة Ω و يعامد (ABC) (ABC) .

4.بين ان المستقيم (Δ) (Δ) يقطع سطح كرة (S) (S) في نقطتين يطلب تعيين احداثيات كل منهما .

التمرين الثاني :)05 نقاط) :

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;u,v)$ $(O;u,v)$, نعتبر النقط A ، B و C التى لاحقاتها $z_A=2$ $z_A=2$, $z_B=1+i\sqrt{3}$ $z_B=1+i\sqrt{3}$, $z_c=\overline{z_B}$ $z_c=\overline{z_B}$ على الترتيب .

I. 1- أ. أكتب z_B z_B , z_c z_c على الشكل الاسي

ب. علم النقط A ، B , C

2- عين طبيعة الرباعي $OBAC\ OBAC$

3- لتكن $(D)\ (D)$ مجموعة النقط $M(Z)\ M(Z)$ من المستوى حيث : $|z| = |z-2|\ \ |z| = |z-2|$ عين و ارسم المجموعة $(D)\ (D)$

II- $f\ f$ تحويل نقطي يرفق بكل نقطة $M\ M$ ذات اللاحقة $z\ z$ حيث $z \neq z_A\ z \neq z_A$ النقطة, $M`\ M`$ ذات اللاحقة $z`$

$z`$ حيث : $z` = \frac{-4}{z-2}\ z` = \frac{-4}{z-2}$

1. أ- حل في $\mathbb{C}\ \mathbb{C}$ المعادلة : $z` = z\ z` = z$

ب- استنتج صورتي النقطتين $B\ B$, $C\ C$ بواسطة التحويل $f\ f$.

جـ- لتكن $G\ G$ مركز ثقل المثلث $OAB\ OAB$. عين لاحقة النقطة $G`\ G`$ صورة النقطة $G\ G$ بواسطة التحويل f f

2.أثبت أن : $|z` - 2| = \frac{2|z|}{|z-2|}\ |z` - 2| = \frac{2|z|}{|z-2|}$

3. بين أنه عندما تمسح النقطة $M\ M$ المجموعة $(D)\ (D)$, فان النقطة $M`\ M`$ تمسح دائرة $(T)\ (T)$ يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها , ارسم الدائرة $(T)\ (T)$.

التمرين الثالث :)03.5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)\ (u_n)$ المعرفة على $N\ N$ كما يلي: $u_0 = 0\ u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2-U_n}\ \ u_{n+1} = \frac{1}{2-U_n}$

1- أ. أحسب $u_1\ u_1$, $u_2\ u_2$, $u_3\ u_3$ (أكتب النتائج على شكل كسر غير قابل للاختزال)

ب. بين بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي $n\ n$: $u_n = \frac{n}{n+1}\ u_n = \frac{n}{n+1}$

2- لتكن المتتالية $(v_n)\ (v_n)$ المعرفة N^* بـ : $v_n = ln\left(\frac{n}{n+1}\right)\ v_n = ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$

أ • أثبت أن : $v_1 + v_2 + v_3 = -ln4\ \ v_1 + v_2 + v_3 = -ln4$

ب • بين انه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n\ n$: $v_{n+1} - v_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n^2+2n}\right)$

$$v_{n+1} - v_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n^2+2n}\right)$$

جـ • استنتج اتجاه تغير المتتالية $(v_n)\ (v_n)$.

3 – احسب المجموع $S_n\ S_n$ بدلالة n: $S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n\ S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$, ثم عين نهاية S_n

S_n

التمرين الرابع :)08 نقاط)

المستوى منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})\ (o, \vec{i}, \vec{j})$

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $R\ R$ بـ : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}\ g(x) = 1 + 4xe^{2x}$

1.بين أنه من اجل كل $x\ x$ من $R\ R$: $g`(x) = 4(2x+1)e^{2x}\ g`(x) = 4(2x+1)e^{2x}$.

2.بين ان العدد $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}\ g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ هو قيمة حدية صغرى للدالة $g\ g$

3. استنتج حسب قيم $x\ x$ من $R\ R$: $g(x) > 0\ g(x) > 0$

II- نعتبر الدالة $f\ f$ المعرفة على $R\ R$ بـ : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1\ f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$

وليكن $(c_f)\ (c_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o\ ,\ \vec{\imath}\ \ ,\ \vec{\jmath})\ (o\ ,\ \vec{\imath}\ \ ,\ \vec{\jmath})$ و $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = 2cm$

$\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = 2cm$

1.أ- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)\ \lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب- بين أن : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty\ \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

2- أ. بين أنه من اجل كل $x\ x$ من $R\ R$: $f`(x) = g(x)\ f`(x) = g(x)$.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة $f\ f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3-أ. بين أن المستقيم $(\Delta)\ (\Delta)$ الذي معادلته $y = x + 1\ y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(c_f)\ (c_f)$ بجوار $-\infty\ -\infty$

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(c_f)\ (c_f)$ و المستقيم $(\Delta)\ (\Delta)$.

4-أ. اكتب معادلة المماس $(T)\ (T)$ للمنحنى $(c_f)\ (c_f)$ عند النقطة التى فاصلتها 0 .

ب.بين ان المنحنى $(c_f)\ (c_f)$ يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $-\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}$.

جـ. انشئ $(T)\ (T)$ و $(\Delta)\ (\Delta)$ والمنحنى $(c_f)\ (c_f)$.

5- أ. باستعمال المكاملة بالتجزئة , اثبت أن : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x}\,dx = 1 - \frac{e}{2}\ \int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x}\,dx = 1 - \frac{e}{2}$

ب.لتكن $A\ A$ المساحة $(\text{بالسنتيمتر المربع})\ (\text{بالسنتيمتر المربع})$ للحيز المستوى المحدد بالمنحنى $(c_f)\ (c_f)$ و المستقيم $(T)\ (T)$ و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0\ x = 0$, $x = \frac{1}{2}\ x = \frac{1}{2}$

- بين أن : $A = (6-2e)cm^2\ A = (6-2e)cm^2$

التركيز + الدقـة + الثقة في النفس = النجاح

التمرين الرابع : (7نقط)

($O, \vec{i}, \vec{j}$) معلم متعامد ومتجانس للمستوي ، نأخذ 1cm كوحدة

الجزء الأول :

نعتبر الدالتين f و g معرفتين على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي :

$f(x)=\frac{1}{2}x-3-\frac{\ln x}{2x}$ و $g(x)=x^2-1+\ln x$

1) احسب $g(1)$ ، واحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، وأنشئ جدول تغيراتها

3) استنتج إشارة $g(x)$

الجزء الثاني :

1) احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ، أعط تفسيرا بيانيا لذلك

2) اثبت إن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) ، حدّد معادلته ، وادرس وضعهما النسبي

3) بيّن أن : $f'(x)=\frac{g(x)}{2x^2}$ واستنتج جدول تغيرات f

4) أحسب $f''(x)$ أي (المشتقة الثانية) وتأكد من ان $f''(e^{\frac{3}{2}})=0$

بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف

5) مساعدة : اعتبر ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين هما : 6.3... و 0.25.....

أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

6) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الذي يوازي (Δ) وأرسمه

استنتج بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي k وجود وعدد حلول المعادلة : $-3-\frac{\ln x}{2x}=k$

7) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات $x=1$ ، $x=e$ ، (Δ) .