

Carlo genera due lati  $a$  e  $b$  indipendenti, entrambi casuali tra 0 e 1.  
Il valore medio di ciascun lato è  $1/2$ , l'area media del rettangolo è:  
 $1/2 * 1/2 = 1/4$

Bea genera un solo lato  $a$  casuale tra 0 e 1  
(e costruisce quindi il quadrato di lato  $a$ ).

Per calcolare l'area media di  $a^2$  bisogna:

- sommare tutti i possibili valori di  $a^2$   
(cioè l'area sotto la curva  $a^2$  da 0 a 1)
- dividere per l'ampiezza dell'intervallo  
(l'intervallo tra 0 e 1 vale proprio 1).

L'area media dei coriandoli di Bea vale:

$$\frac{\int_0^1 a^2 da}{1} = \int_0^1 a^2 da = \frac{1}{3}$$

Poiché  $1/3 > 1/4$  Bea usa più carta di Carlo.

Disuguaglianza di Jensen:

la media dei quadrati è superiore al quadrato della media  
(eccetto, ovviamente, quando i numeri sono tutti uguali).

il famoso fatto che "a parità di perimetro, il quadrato ha area maggiore" qui non vale  
(perché i perimetri variano).

Ma, guardando alle medie, succede lo stesso: in media, i quadrati usano più carta dei rettangoli.