Chapitre N3
Nombres décimaux

I. Définitions

Un **nombre décimal** est un nombre dont la **partie décimale** est **finie**. Autrement dit, son écriture décimale ne comporte que des zéros à partir d'un certain rang.

Exemples : 3,2 – 0,015 – 4 – 0 sont des nombres décimaux.

D'une manière générale, tous les entiers sont des nombres décimaux.

Par contre, $\frac{1}{3}$ et π ne sont pas des décimaux.

La **partie décimale** de 3,8 est 0,8. Sa **partie entière** est 3.

D'une manière générale, un nombre décimal est la **somme** de sa **partie entière** et de sa **partie décimale**.

$$3,8 = 3 + 0,8$$

Tout nombre décimal peut se noter sous la forme d'une **fraction décimale**. Une **fraction décimale** est une fraction entière dont le **dénominateur** est une puissance **de 10**.

$3,8 = \frac{38}{10}$ $\quad$ $0,015 = \frac{15}{1\,000}$ $\quad$ $4 = \frac{40}{10}$

Remarque : une puissance de 10 est un produit de la forme

$$10 \times 10 \times \ldots \times 10$$

On peut noter les nombres décimaux de plusieurs manières :

$2,34 = 2 + 0,34 = \frac{234}{100} = 2 + \frac{34}{100} = 2 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100}$

$15,207 = 15 + 0,207 = \frac{15207}{1000} = 15 + \frac{207}{1000} = 15 + \frac{2}{10} + \frac{0}{100} + \frac{7}{1000}$

Remarque : il n'est pas nécessaire d'écrire la fraction en rouge.

$0,053 = \frac{53}{1000} = \frac{5}{100} + \frac{3}{1000}$

II. Comparaison de nombres décimaux

Pour comparer deux nombres décimaux, on compare d'abord leurs **parties entières**. Celui qui a la plus grande partie entière est le plus grand. Si les deux parties entières sont égales, on compare le chiffre des dixièmes puis celui des centièmes… jusqu'à obtenir un chiffre différent. Le nombre le plus grand est celui qui possède alors le chiffre le plus grand.

Exemples : $2 > 1,99$

$$4,5 > 4,48$$

$$0,9 > 0,09$$

$$0,19 > 0,032$$

$$0,90 < 0,99$$

Par contre $2,5 = 2,50$

Remarque : si tous les chiffres sont égaux, les nombres sont égaux.

III. Ecriture en lettres des nombres décimaux

Les règles sont identiques que pour les nombres entiers mais on peut écrire la partie décimale de deux manières.

Exemples

2,4 deux **virgule** quatre
deux (unités) **et** quatre **dixièmes**

0,052 zéro **virgule zéro** cinquante-deux
(zéro unité et) cinquante-deux **millièmes**

Remarque

Les règles d'écriture pour les entiers restent valables. Les nombres inférieurs à 100 prennent des tirets entre chaque mot sauf ceux qui contiennent le mot « et ». Milliard, million prennent un –s au pluriel. Cent et vingt prennent un –s au pluriel s'ils ne sont pas suivis d'un nombre.

Exemple

400,84 quatre cents virgule quatre-vingt-quatre

Question

Y a-t-il une différence entre cinq cents millièmes et cinq cent-millièmes ?

Cinq cents millièmes : 0,500

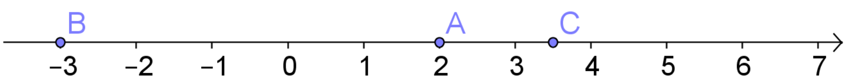
Cinq cent-millièmes : 0,00005

IV. Repérage sur une droite graduée ou dans un repère

Une **droite graduée** est une droite sur laquelle on a placé une **origine O**, qui détermine le zéro, et une **unité** que l'on reporte pour obtenir les graduations nécessaires.

Chaque point sur la droite est repéré par un nombre appelé **abscisse** de ce point.

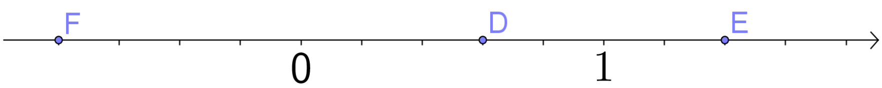
Exemples



L'abscisse du point A est 2. On note $A(2)$ ou $x_A = 2$ et on lit « **A d'abscisse 2** ».

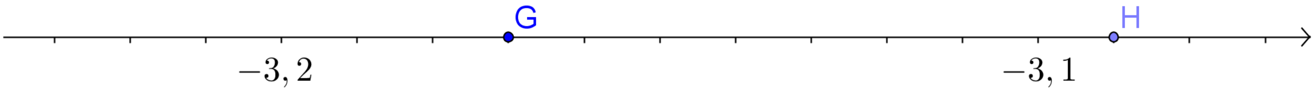
L'abscisse de B est -3. On note $B(-3)$ ou $x_B = -3$.

L'abscisse de C est 3,5. On note $C(3,5)$ ou $x_C = 3,5$.



L'abscisse du point D est 0,6. En effet, l'**unité** est **découpée en 5 graduations**, soit $1:5 = 0,2$ **par graduation.**

De la même façon, $E(1,4)$ et $F(-0,8)$



Le point G est d'abscisse $-3,17$ et le point H a pour abscisse $-3,09$.

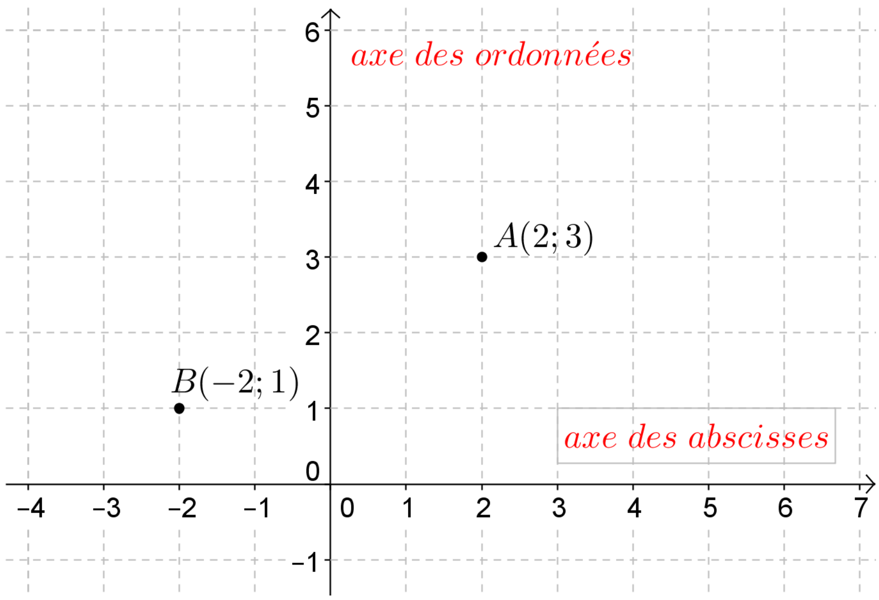
Repérage dans le plan

Pour repérer un point du plan, on a besoin d'un **repère** constitué de deux droites graduées sécantes en leur **origine commune**. En général, ces deux droites sont **perpendiculaires**. L'axe **horizontal** constitue l'axe des **abscisses** et l'axe **vertical** celui des **ordonnées**. Ainsi, un point est repéré par deux **coordonnées** : son **abscisse** et son **ordonnée**.

Par exemple, le point A possède une **abscisse** de 2 et une **ordonnée** de 3. On note **A(2 ;3)** et on lit « **A de coordonnées 2 ; 3** ». On écrit aussi $x_A = 2$ et $y_A = 3$.

De la même façon, les coordonnées de B sont -2 et 1.

Remarque : l'**abscisse** est repérée sur l'axe **horizontal** et l'**ordonnée** se lit sur l'axe **vertical**.

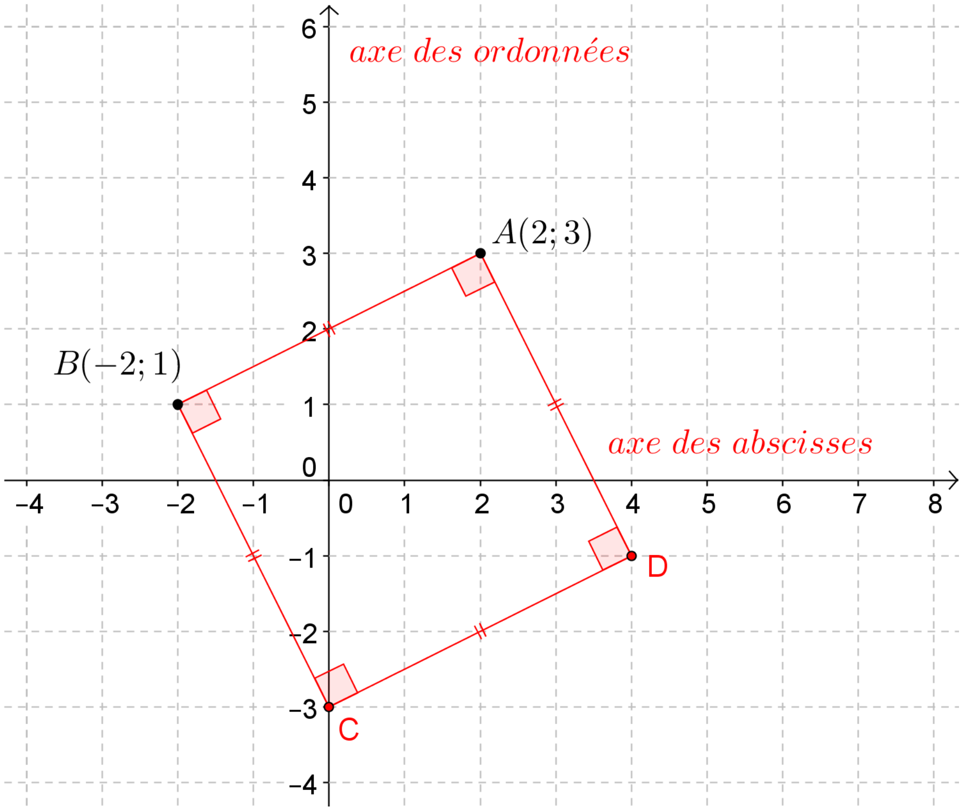


Exemple d'exercice

En reprenant l'exemple précédent, on veut placer les points C et D pour que le quadrilatère ABCD soit un carré. Quelles sont les coordonnées de C et D ?

Solution

C(0 ; -3), D(4 ; -1)



V. Encadrement et valeurs approchées

Un **encadrement** d'un nombre est une inégalité.

$3 < \pi < 4$ est un encadrement de π d'amplitude 1.

$3,14 < \pi < 3,15$ est un encadrement de π d'amplitude 0,01.

L'**amplitude** d'un encadrement est la différence entre le plus grand et le plus petit nombre.

$$3,15 - 3,14 = 0,01$$

Remarque

Les 2 nombres de l'encadrement et l'amplitude doivent avoir le même nombre de chiffres après la virgule.

Valeurs approchées

Troncature On supprime tous les chiffres après la décimale indiquée.

La troncature de 4,257 à 0,1 près est 4,2.

La troncature de 4,257 à 0,01 près est 4,25.

La troncature de 4,257 à 0,001 près est 4,257.

Arrondi On prend le nombre le plus proche dont le nombre de décimales correspond à la décimale indiquée.

L'arrondi de 4,257 à 0,1 près est 4,3.

L'arrondi de 4,257 à 1 près est 4.

L'arrondi de 4,257 à 0,01 près est 4,26.

Valeur par défaut On prend le nombre **inférieur** le plus proche.

La valeur approchée par défaut de 7,53 à 0,1 près est 7,5.

La valeur approchée par défaut de 6,999 à 0,01 près est 6,99.

Valeur par excès On prend le nombre **supérieur** le plus proche.

La valeur approchée par excès de 7,53 à 0,1 près est 7,6.
La valeur approchée par excès de 6,999 à 0,01 près est 7.