**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

**وزارة الدفاع الوطني**

**أركان الجيش الوطني الشعبي**

**مديرية مدارس أشبال الأمة**

**السنـــة الدراسيـــة : 2014/2015**
**الدورة : ماي 2015**
**المـــــــادة : رياضيات**
**الشعبة : علوم تجريبية**
**المـــدة : 03 ساعات و نصـف**

---

## الإمتـــــحان التجـــريبي في مـــــادة الرياضيات

---

# الموضوع الثاني

**التمرين الأول:** ( 04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 9$ *ومن أجل كل عدد طبيعي* $n$ :
$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$ .

ولتكن المتتالية $(v_n)$ المعرفة *من أجل كل عدد طبيعي* $n$ حيث : $v_n = u_n + 6$ .

1) بيّن أنّ $(v_n)$ متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

2) أكتب $v_n$ بدلالة $n$ ، ثم إستنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$ .

3) نعتبر المجموعين $S_n$ و $S'_n$ حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$ .
أحسب $S_n$ بدلالة $n$ ، ثم إستنتج $S'_n$ بدلالة $n$ .

2) نعرف المتتالية $(w_n)$ بـ: من أجل كل عدد طبيعي $n$ لدينا : $w_n = \ln(v_n)$ (حيث : $\ln$ *اللوغاريتم النيبيري*) .

3) بيّن أنّ $(w_n)$ متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

4) أحسب بدلالة $n$ المجموع : $S''_n = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$ ، إستنتج النهاية $\lim\limits_{n \to +\infty} S''_n$ .

**التمرين الثاني:** ( 04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

نعتبر المجموعة $(S)$ للنقط $M(x,y,z)$ حيث : $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 5 = 0$ .

1) بيّن أنّ $(S)$ سطح كرة يُطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها.

2) نعتبر المستوي $(Q)$ المعرف بالمعادلة : $2x - 2y + z - 2 = 0$ .

3) حدّد الوضع النسبي للمستوي $(Q)$ وسطح كرة $(S)$ .

4) بيّن أنّ نقط تقاطع المستوي $(Q)$ والسطح الكروي $(S)$ هو دائرة يُطلب تحديد مركزها ونصف قطرها .

3) نعتبر المستوي $(P_m)$ المعرف بالمعادلة : $2mx + (1-2m)y + mz + 1 - 2m = 0$ حيث $m$ عدد حقيقي .

4) ليكن $(\Delta)$ المستقيم الذي يشمل النقطة $A(0,-1,0)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(1,0,-2)$ .
بيّن المستقيم $(\Delta)$ محتوى في المستوي $(P_m)$ .

ب) حدّد العدد الحقيقي $m$ التي من أجلها يكون المستوي $(P_m)$ مماسًا للسطح كرة $(S)$ .

أ) حدّد العدد الحقيقي $m$ التي من أجلها يكون المستوي $(P_m)$ عمودي على المستوي $(Q)$ .

**التمرين الثالث:** (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ .

تعطى النقط $A$ ، $B$ ، $C$ ، $D$ التي لواحقها $Z_A=-2$ ، $Z_B=2$ ، $Z_C=-1+i$ ، $Z_D=1-3i$ .

1) أثبت أنّ $D$ هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,5);(B,3);(C,-6)\}$ .

2) عيّن مجموعة النقط $M$ من المستوي ذات اللاحقة $z$ حيث: $|z+2|=|z+1-i|$ .

3) أكتب العدد المركب $\frac{Z_D-Z_B}{Z_C-Z_B}$ على الشكل الآسي ، ثم إستنتج طبيعة المثلث $BCD$ .

4) أ) أكتب العدد المركب $\frac{Z_D-Z_A}{Z_C-Z_A}$ على الشكل الآسي.

ب) إستنتج أن $D$ هي صورة $C$ بتحويل نقطي $f$ يُطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة.

أ) إستنتج $|Z_A-Z_{B'}|$ حيث $B'$ هي صورة $B$ بالتحويل $f$ ، ثم أحسب عندئذ مساحة المثلث $ABB'$ .

5) لتكن النقطة $\Omega$ ذات اللاحقة $Z_\Omega=\frac{-1}{2}$ . عيّن العبارة المركبة للتحاكي $h$ الذي مركزه $\Omega$ ويحول $D$ إلى $C$ .

**التمرين الرابع:** (07 نقاط)

لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على $\Re$ بـ: $g(x)=1-e^{2x}-2xe^{2x}$ .

1) أ) عيّن نهاية الدالة $g$ عند $-\infty$ و $+\infty$ .

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها .

2) أحسب $g(0)$ ، ثم إستنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$ على $\Re$ .

3) لتكن الدالة العددية $f$ المعرفة على $\Re$ كما يلي: $f(x)=x+3-xe^{2x}$ .

نسمي $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

أ) عيّن نهاية الدالة $f$ عند $-\infty$ و $+\infty$ .

ب) بيّن أنّ المنحني $(C_f)$ يقبل مقارب مائل $(\Delta)$ يُطلب تعيين معادلة له.

4) أدرس وضعية المنحني $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ .

5) أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ لدينا: $f'(x)=g(x)$ .

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها .

6) بيّن أنّ $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما $\alpha$ و $\beta$ حيث: $-3 < \alpha < -3,5$ و $0,5 < \alpha < 1$ .

7) أرسم المستقيم $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$ .

8) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x) = \frac{1 + 3x - e^{\frac{2}{x}}}{x}$ .

ç) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي $x$ لدينا: $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ .

È) أحسب $h'(x)$ ، ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها .

بالتوفيق