الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطني

أركان الجيش الوطني الشعبي

مديرية مدارس أشبال الأمة

السنـــة الدراسيـــة : 2014/2015
الدورة : ماي 2015
المـــــــادة : رياضيات
الشعبة : علوم تجريبية
المـــدة : 03 ساعات و نصـف

الإمتـــــحان التجـــريبي في مـــــادة الرياضيات

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 9$ *ومن أجل كل عدد طبيعي* n :
$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة *من أجل كل عدد طبيعي* n حيث : $v_n = u_n + 6$.

1) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

2) أكتب v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .

3) نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.
أحسب S_n بدلالة n ، ثم إستنتج S'_n بدلالة n .

2) نعرف المتتالية (w_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $w_n = \ln(v_n)$ (حيث : $\ln$ *اللوغاريتم النيبيري*) .

3) بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

4) أحسب بدلالة n المجموع : $S''_n = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$ ، إستنتج النهاية $\lim\limits_{n \to +\infty} S''_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر المجموعة (S) للنقط $M(x,y,z)$ حيث : $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 5 = 0$.

1) بيّن أنّ (S) سطح كرة يُطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها.

2) نعتبر المستوي (Q) المعرف بالمعادلة : $2x - 2y + z - 2 = 0$.

3) حدّد الوضع النسبي للمستوي (Q) وسطح كرة (S) .

4) بيّن أنّ نقط تقاطع المستوي (Q) والسطح الكروي (S) هو دائرة يُطلب تحديد مركزها ونصف قطرها .

3) نعتبر المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة : $2mx + (1-2m)y + mz + 1 - 2m = 0$ حيث m عدد حقيقي .

4) ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(0,-1,0)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(1,0,-2)$.
بيّن المستقيم (Δ) محتوى في المستوي (P_m) .

ب) حدّد العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) مماسًا للسطح كرة (S) .

أ) حدّد العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) عمودي على المستوي (Q) .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$.

تعطى النقط A ، B ، C ، D التي لواحقها $z_A=-2$ ، $z_B=2$ ، $z_C=-1+i$ ، $z_D=1-3i$.

1) أثبت أنّ D هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,5);(B,3);(C,-6)\}$.

2) عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $|z+2|=|z+1-i|$.

3) أكتب العدد المركب $\frac{z_D-z_B}{z_C-z_B}$ على الشكل الآسي ، ثم إستنتج طبيعة المثلث BCD .

4) أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}$ على الشكل الآسي.

ب) إستنتج أن D هي صورة C بتحويل نقطي f يُطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة.

أ) إستنتج $|z_A-z_{B'}|$ حيث B' هي صورة B بالتحويل f ، ثم أحسب عندئذ مساحة المثلث ABB' .

5) لتكن النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega=\frac{-1}{2}$. عيّن العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه Ω ويحول D إلى C .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-e^{2x}-2xe^{2x}$.

1) أ) عيّن نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

2) أحسب $g(0)$ ، ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

3) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x+3-xe^{2x}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

أ) عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

4) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

5) أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=g(x)$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

6) بيّن أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث: $-3 < \alpha < -3,5$ و $0,5 < \alpha < 1$.

7) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

8) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x) = \frac{1 + 3x - e^{\frac{2}{x}}}{x}$.

ج) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

د) أحسب $h'(x)$ ، ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها .

بالتوفيق