

## CHUYÊN ĐỀ 8: PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN

### A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. Phương trình tiếp tuyến của  $(C): y = f(x)$  tại điểm  $M(x_0; y_0)$  có dạng:  $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$

Với  $k = f'(x_0)$  là hệ số góc tiếp tuyến.

### 2. Các dạng toán viết phương trình tiếp tuyến thường gặp

Viết PTTT  $\Delta$  của  $(C): y = f(x)$ , biết  $\Delta$  có hệ số góc  $k$  cho trước

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là tiếp điểm. Tính  $y' \Rightarrow y'(x_0)$ .

Do phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  có hệ số góc  $k \Rightarrow y'(x_0) = k$  (i)

Giải (i) tìm được  $x_0 \longrightarrow y_0 = f(x_0) \longrightarrow \Delta: y = k(x - x_0) + y_0$ .

□ **Lưu ý.** Hệ số góc  $k = y'(x_0)$  của tiếp tuyến  $\Delta$  thường cho gián tiếp như sau:

Phương trình tiếp tuyến  $\Delta // d: y = ax + b \Rightarrow k = a$ .

Phương trình tiếp tuyến  $\Delta \perp d: y = ax + b \Rightarrow k = -\frac{1}{a}$ .

Phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  tạo với trục hoành góc  $\alpha \Rightarrow |k| = \tan \alpha$ .

Phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  tạo với  $d: y = ax + b$  góc  $\alpha \Rightarrow \left| \frac{k - a}{1 + k.a} \right| = \tan \alpha$

Đối với bài toán tìm điểm  $M \in (C): y = f(x)$  sao cho tại đó tiếp tuyến song song hoặc vuông góc với đường thẳng  $d$  cho trước, ta chỉ cần gọi  $M(x_0; y_0)$  và  $\Delta$  là tiếp tuyến với  $k = f'(x_0)$ . Rồi áp dụng  $k = f'(x_0) = k_d$  nếu cho song song và  $f'(x_0).k_d = -1$  nếu cho

### B. BÀI TẬP ÁP DỤNG

**Câu 1:** Nếu hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x_0$  thì phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại điểm  $A(x_0; y_0)$  là

A.  $y = f'(x)(x + x_0) + y_0$ .

B.  $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$ .

C.  $f'(x_0)(x-x_0)+y-y_0=0$

D.  $f'(x_0)(x+x_0)+y+y_0=0$

**Câu 2:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 + 2x^2 - 2x$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = 1$  là

A.  $y = 5x - 4$

B.  $y = 5x + 6$

C.  $y = -5x + 4$

D.  $y = -5x - 6$

**Câu 3:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \sin x$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = \frac{\pi}{6}$  là

A.  $y = \frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}$

B.  $y = \frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2}$

C.  $y = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{2}$

D.  $y = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{2}$

**Câu 4:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = 2^x$  tại điểm có tung độ  $y_0 = 8$  là

A.  $y = \ln 2(x-3) - 8$

B.  $y = 8 \ln 2(x-3) + 8$

C.  $y = 8(x-3) + 8$

D.  $y = 8 \ln 2(x-3) - 8$

**Câu 5:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  tại điểm có tung độ  $y_0 = -2$  là

A.  $y = 3x - 2$

B.  $y = -3x + 2$

C.  $y = 3x + 2$

D.  $y = -3x - 2$

**Câu 6:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^2$  tại điểm  $M(1; 1)$  song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A.  $y = x + 1$

B.  $y = x - 2$

C.  $y = 2x + 1$

D.  $y = 2x - 1$

**Câu 7:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 1$  tại điểm  $M(1; 0)$  song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A.  $y = x + 3$

B.  $y = x - 3$

C.  $y = 3x - 3$

D.  $y = 3x$

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  có đồ thị  $(C)$ . Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị  $(C)$  sao cho tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại các điểm đó song song với đường thẳng  $y = 2x + 7$ ?

A. 2

B. 1

C. 0

D. 3

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x$  có đồ thị  $(C)$ . Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị  $(C)$  sao cho tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại các điểm đó song song với đường thẳng  $y = 9x + 16$  ?

- A. 2 .                                      B. 1 .                                      C. 0 .                                      D. 3 .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{x-1}$  có đồ thị  $(C)$ . Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị  $(C)$  sao cho tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại các điểm đó song song với đường thẳng  $y = 2025x$  ?

- A. 2 .                                      B. 1 .                                      C. 0 .                                      D. 3 .

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = 2x^2 + 3x - 1$  có đồ thị  $(C)$ . Tiếp tuyến của  $(C)$  vuông góc với đường thẳng  $y = x$  có phương trình là

- A.  $y = -x$  .                                      B.  $y = x - 3$  .                                      C.  $y = -x - 3$  .                                      D.  $y = -x + 2$  .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 3$  có đồ thị  $(C)$ . Số tiếp tuyến của  $(C)$  vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{9}x + 2025$  là

- A. 2 .                                      B. 1 .                                      C. 0 .                                      D. 3 .

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$   $(C)$ . Tiếp tuyến của  $(C)$  vuông góc với đường thẳng  $x + 3y + 2 = 0$  tại điểm có hoành độ là

- A.  $x = 0$  .                                      B.  $x = -2$  .                                      C.  $\begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$  .                                      D.  $\begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$  .

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = \frac{x-m}{x+1}$  có đồ thị là  $(C_m)$ . Với giá trị nào của  $m$  thì tiếp tuyến của  $(C_m)$  tại điểm có hoành độ bằng 0 vuông góc với đường thẳng  $d: y = -x + 2025$  .

- A.  $m = 3$  .                                      B.  $m = 2$  .                                      C.  $m = 1$  .                                      D.  $m = 0$  .

**Câu 15:** Tìm điểm  $M$  có hoành độ âm trên đồ thị  $(C): y = \frac{1}{3}x^3 - x + \frac{2}{3}$  sao cho tiếp tuyến tại  $M$  vuông góc với đường thẳng  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$  .

- A.  $M\left(-1; \frac{4}{3}\right)$  .                                      B.  $M(-2; 0)$  .                                      C.  $M\left(2; \frac{4}{3}\right)$  .                                      D.  $M(-2; -4)$  .

**Câu 16:** Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị  $y=f(x)=x^3-3x^2+1$  tại điểm có hoành độ bằng  $-1$  bằng?

- A.  $-3$  .                      B.  $-1$  .                      C.  $9$  .                      D.  $0$  .

**Câu 17:** Cho hàm số  $y=\frac{x-1}{x+2}$  có đồ thị  $(C)$ . Tiếp tuyến của  $(C)$  tại giao điểm của  $(C)$  với trục hoành đi qua điểm nào sau đây?

- A.  $(4;1)$  .                      B.  $(-2;1)$  .                      C.  $(3;2)$  .                      D.  $(0;1)$  .

**Câu 18:** Tìm hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y=\frac{x-2}{x+2}$  tại giao điểm với trục tung.

- A.  $\frac{1}{4}$  .                      B.  $-\frac{1}{4}$  .                      C.  $-1$  .                      D.  $1$  .

**Câu 19:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C):y=\frac{x}{x+1}$  tại giao điểm của  $(C)$  và đường thẳng  $(d):y=2$  là

- A.  $y=-x$  .                      B.  $y=x+2$  .                      C.  $y=x+4$  .                      D.  $y=-x+2$  .

**Câu 20:** Cho hàm số  $y=x^3+3x$  có đồ thị là  $(C)$  và điểm  $M$  thuộc  $(C)$  có tung độ bằng  $4$ . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm  $M$  có dạng  $y=ax+b$  với  $a,b \in \mathbb{R}$ . Tính  $P=a+2b$ .

- A.  $P=10$  .                      B.  $P=4$  .                      C.  $P=2$  .                      D.  $P=8$  .

**Câu 21:** Cho hàm số  $y=f(x)=\frac{x}{x-1}$  có đồ thị là  $(H)$ . Phương trình tiếp tuyến của  $(H)$  có hệ số góc  $k=-1$  là:

- A.  $y=-x$  và  $y=x+4$  .                      B.  $y=x$  và  $y=-x+4$  .  
 C.  $y=-x$  và  $y=-x+4$  .                      D.  $y=x$  và  $y=x+4$  .

**Câu 22:** Tìm hệ số góc  $k$  của tiếp tuyến của parabol  $y=x^2$  tại điểm có hoành độ  $\frac{1}{2}$ .

- A.  $k=0$  .                      B.  $k=1$  .                      C.  $k=\frac{1}{4}$  .                      D.  $k=-\frac{1}{2}$  .

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x}{x-1}$  có đồ thị là  $(H)$ . Phương trình tiếp tuyến của  $(H)$  vuông góc với đường thẳng  $d: y = x$  là

- A.  $y = -x$  và  $y = x + 4$ .  
 B.  $y = x$  và  $y = -x + 4$ .  
 C.  $y = -x$  và  $y = -x + 4$ .  
 D.  $y = x$  và  $y = x + 4$ .

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + 1$ . Phương trình tiếp tuyến của  $(H)$  song song với đường thẳng  $d: y = -x + 2$  là:

- A.  $y = x + 1$ ,  $y = -x + \frac{31}{27}$ .  
 B.  $y = -x + 1$ ,  $y = -x + \frac{31}{27}$ .  
 C.  $y = -x + 1$ ,  $y = x + \frac{31}{27}$ .  
 D.  $y = x + 1$ ,  $y = x + \frac{31}{27}$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + 1$ . Phương trình tiếp tuyến của  $(H)$  vuông góc với đường thẳng  $d: y = -\frac{1}{4}x - 4$  là:

- A.  $y = -4x - 7$ ,  $y = 4x + \frac{67}{3}$ .  
 B.  $y = 4x - 7$ ,  $y = 4x + \frac{67}{3}$ .  
 C.  $y = 4x - 7$ ,  $y = -4x + \frac{67}{3}$ .  
 D.  $y = -4x - 7$ ,  $y = -4x + \frac{67}{3}$ .

**Câu 26:** Hàm số  $y = f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$  có đồ thị  $(C)$ . Có tất cả bao nhiêu tiếp tuyến của  $(C)$  song song với trục hoành.

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 27:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$  và tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $(0; 2)$  bằng.

- A.  $16\sqrt{2}$ .                      B.  $\frac{16\sqrt{2}}{15}$ .                      C.  $\frac{8\sqrt{2}}{15}$ .                      D.  $\frac{15\sqrt{2}}{8}$ .

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x + 5$  có đồ thị  $(C)$  và  $\Delta$  là tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $(0; 5)$ . Đường thẳng  $d: 2x - my + 1 = 0$  vuông góc với  $\Delta$  khi

A.  $m = 6$ .

B.  $m = -6$ .

C.  $m = \frac{3}{2}$ .

D.  $m = \frac{2}{3}$ .