Математическая карусель – 5 класс

Задача №1 (5 баллов)

Сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности равна 624. Найдите уменьшаемое, вычитаемое и разность, если разность меньше вычитаемого на 56.

Ответ: 312,184,128

Решение: вычитаемое и разность в сумме дают уменьшаемое, поэтому два уменьшаемых равны 624, а одно – 312. Так как разность меньше вычитаемого на 56, то два вычитаемых равна 312+56=368, а одно 184. Разность равна 128 (312-184=128 или 184-56=128)

Задача №2 (5 баллов)

Геологи нашли 19 самородков массами 1 кг, 2 кг,…, 19 кг. Как разложить эти самородки по 10 рюкзаками так, чтобы в каждом был одинаковый груз?

Ответ: 19, 18+1, 17+2,…,10+9.

Задача №3 (5 баллов)

Средний возраст 11 игроков футбольной команды 20 лет. Когда одного игрока удалили с поля, средний возраст оставшихся игроков стал 19 лет. Сколько лет удаленному игроку?

Ответ: 30 лет

Решение: сумма возрастов игроков была $11 \times 20=220$, а после удаления стала $10 \times 19=190$. Значит, возраст удаленного игрока равен 220-190=30.

Задача №4 (5 баллов)

Возраст внучки и возраст дедушки – целое число лет. Внучке столько месяцев, сколько лет дедушке. Дедушке с внучкой 91 год. Сколько лет дедушке и внучке?

Ответ: 84 года и 7 лет

Решение: если внучке x лет, то дедушке 12x (ведь в году 12 месяцев), вместе им 13x лет и

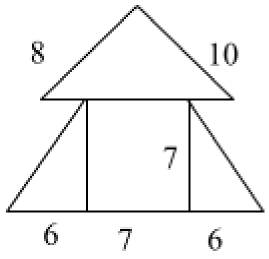
$13x=91$

$x=7$

$91-7=84$

Задача №5 (5 баллов)

Вычислите площадь фигуры, изображенной на рисунке:



Ответ: 131 (кв. единиц)

Решение: площадь квадрата со сторонами 7 ед. и 7 ед. длины равна 7×7=49; площадь двух треугольников со сторонами 7 ед. и 6 ед. длины равна площади прямоугольника с этими же сторонами и равна 7×6=42.

Площадь треугольника со сторонами 8 и 10 равна половине площади прямоугольника с такими же сторонами и равна (8×10)/2=40.

Общая площадь фигуры на рисунке равна 49+42+40=131 (кв. единиц).

Математическая карусель – 6 класс

Задача №1 (5 баллов)

Лодырю однажды предложили: «Всякий раз после того, как перейдешь этот волшебный мост, твои деньги удвоятся. Но за этот переход ты будешь отдавать 24 рубля». Трижды перешел Лодырь мост и остался совсем без денег. Сколько денег было у него первоначально?

Ответ: 21 рубль

Решение: задачу лучше всего решать с конца. Рассмотрим третий переход через мост. Отдав 24 рубля, Лодырь остался без денег, значит после «удвоения» он имел 24 рубля, а перед «удвоением» 12 рублей, т.е. после второго перехода у него осталось 12 рублей. Аналогично рассуждая, после первого у него осталось (12+24):2=18 (руб). А первоначально (18+24):2=21 (руб).

Задача №2 (5 баллов)

В слове САКМАРА все разные буквы заменили на разные цифры, а одинаковые – на одинаковые, а затем перемножили. Какое наибольшее число в результате могло получиться?

Ответ: 1224720

Решение: чтобы произведение было наибольшим, нужно использовать наибольшее количество раз наиболее возможные цифры. Поэтому вместо трижды встречается буква А взять 9,9 и 9, а вместо остальных букв (не важно в каком порядке) – цифры 8,7,6,5. Перемножив, получим ответ.

Задача № 3(5 баллов)

Четверо ребят – Алёша, Боря, Ваня и Гриша – соревновались в беге. После соревнований каждого из них спросили, какое место он занял.

Алёша ответил: « я не был ни первым и не последним».

Боря ответил: «я не был последним».

Ваня ответил: «я был первым».

Гриша ответил: «я был последним».

Три из этих ответов – правильные, а один – неверный. Кто сказал неправду? Кто был первым?

Ответ: Ваня сказал неправду, Боря был первым.

Задача № 4(5 баллов)

Поезд проходит мост длиной в 450 м за 45 секунд, а мимо будки стрелочника – за 15 секунд. Вычислите длину поезда.

Ответ: 225 м

Решение: обозначим длину поезда – l м, а скорость поезда - V м/с. Тогда ситуацию с мостом можно описать уравнением: $l+450=45\times V$

Ситуацию с будкой стрелочника можно описать уравнением $l=15\times V$, откуда $l=225$ м.

Задача № 5(5 баллов)

В коробке 3 зелёных, 5 красных и 8 синих карандашей, все одинаковые формы. Сколько карандашей нужно взять из коробки вслепую, чтобы среди них было хотя бы два синих?

Ответ: 10

Решение: можно взять все зелёные и красные карандаши и прибавим 2 синих. Получим 10 штук

Задача № 6(5 баллов)

Дядя Фёдор, кот Матроскин, Шарик и почтальон Печкин сидят на скамейке. Если шарик, сидящий справа от всех, сядет между дядей Фёдором и котом, то кот станет крайним слева. В каком порядке они сидят?

Ответ: (слева направо) Матроскин, дядя Фёдор, Печкин, Шарик.

Решение: по условию, самый правый – Шарик. Пересадим его между котом и дядей Фёдором, тогда кот будет слева от всех. Справа от него будет Шарик, затем дядя Фёдор. Печкину остается место справа от всех. Пересадим Шарика обратно и получим ответ.

Задача № 7(5 баллов)

Сравните числа х и у если 15, 5% числа х равны 14, 5% числа у.

Ответ: Х < у, если они положительные.; Х равно у, если они равны нулю; Х > у если они отрицательные.

Решение ответ следует из уравнения 15,5 Х = 14,5 У.

Задача № 8(5 баллов)

Найдите в последовательности 2, 6, 12, 20, 30,… число, стоящее на

1. 6-м;
2. на 2023-м месте.

Ответ: а) 42; б) 4094552

Решение:

2=1×2;

6=2×3;

12=3×4;

20=4×5;

30=5×6, поэтому число на n-ном месте равно n×(n+1)

Математическая карусель – 7 класс

Задача №1 (5 б)

Двое учащихся: 1-й высокий и 2-й маленький вышли одновременно из одного и того же дома в одну школу. У второго из них шаг был на 20% короче, чем у первого, но зато он успевал за одно и то же время делать на 20 % больше шагов, чем первый. Кто из них раньше придет в школу?

Ответ: 1-й высокий ученик.

Решение: пусть длина шага 1-го ученика равна а, тогда второго 0,8а. пусть первый высокий ученик за единицу времени делает х шагов, тогда второй – 0,8а×1,2х=0,96ах < ах, поэтому 1-й пройдет путь быстрее.

Задача №2 (5 б)

Придумайте натуральное число, которое делится на 2023 и сумма его цифр тоже делится на 2023.

Ответ: 20232023…2023 (цифры 2023 повторяются 2023 раз)

Задача №3 (5 б)

В классе послушных девочек столько же, сколько непослушных мальчиков. Кого в классе больше: послушных детей или мальчиков?

Ответ: послушных детей столько же, сколько и мальчиков.

Решение: разделим детей на две группы: в первой – мальчики, во второй – девочки. Затем непослушных мальчиков переведем во вторую группу, а послушных девочек – в первую. Численности групп от этого не изменяется. Но в первой группе будут все послушные дети, поэтому послушных детей столько же, сколько мальчиков.

Задача №4 (5 б)

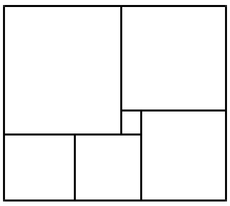
После того, как Наташа съела половину персиков из банки, уровень компота понизился на одну треть. На какую часть (от полученного уровня) понизится уровень компота, если съесть половину оставшихся персиков?

Ответ: на четверть.

Решение: так как. половина персиков составляла треть объема банки, половина оставшихся персиков составляет шестую часть первоначального объема. Остается вычислить 1/6 от 2/3, но 2/3=4/6.

Задача №5 (5 б)

Прямоугольник составлен из шести квадратов. Найдите сторону самого большего квадрата, если сторона самого маленького равна 1.



Ответ: 7

Решение: пусть x – длина стороны самого большого квадрата. Тогда, двигаясь от большого квадрата по часовой стрелке, последовательно выразим через x стороны других квадратов: x-1; x-2; x-3;x-3. Из равенства верхней и нижней сторон прямоугольника получим уравнение:

$x+(x-1)=(x-2)+(x-3)+(x-3)$, откуда $x=7$

Задача №6 (5 б)

Две стороны треугольника равны соответственно 2 и 13 см. Найдите длину третьей стороны, если она выражается целым числом сантиметров, кратным 14.

Ответ: 14 см.

Решение: по неравенству треугольника это число должно быть меньше 2+13=15 (см). Чисел меньше 15 и кратных 7 два: 7 и 14. 7 не подходит, т.к. треугольника со сторонами 2,7 и 13 не существует (нарушается неравенство треугольника), остается 14.

Задача №7 (5 б)

Решите уравнение $|-5x| \times |-9,1| = 182$

Ответ: $x_1=-4$; $x_2=4$.

Решение: перепишем уравнение в виде:

$$|-5| \times |x| \times |-9,1| = 182,$$
$$5|x| \times 9,1 = 182,$$
$$|x| = 4,$$
$$x = \pm 4$$

Задача №8 (5 б)

При делении двузначного числа на сумму его цифр в частном получается 6, а в остатке 4. Найдите это число.

Ответ: 64

Решение: по условию задачи составим уравнение 10a+b=6(a+b)+4, где a и b – цифры двузначного числа. Тогда 4a=5b+4, откуда b равно 0 или 4. Если b=0, то a=1, получаем число 10, но оно делится на сумму своих цифр-единицу – без остатка.

Если b=4, то a=6, получаем число 64, которое удовлетворяет требованиям задачи.

Задача №9 (5 б)

Длину каждой стороны квадрата увеличили на 30%. На сколько процентов увеличилось площадь квадрата?

Ответ: на 69%

Решение: пусть сторона первоначального квадрата равна a, тогда сторона второго квадрата будет равна 1,3a. Найдем площади этих квадратов – это a^2 и $1{,}69a^2$ соответственно. Площадь второго квадрата на 69% больше площади первого.

Математическая карусель – 8 класс

Задача №1 (5 б)

Что больше 2^{2^2}, 22^2 или 2^{22}?

Ответ: 2^{22}

Решение: $2^{2^2} = 2^4 < 2^{22}$

$22^2=484$, но $2^{22}=2^9\times2^{13}=512\times2^{13}$, поэтому $2^{22} > 22^2$

Задача №2 (5 б)

Дано: 100=100+98+96+…x.

Сколько слагаемых расположено в правой части равенства?

Ответ: 100

Решение: в правой части равенства слагаемые расположены от наибольшего до наименьшего, поэтому равенство можно переписать в виде:

100=100+98+96+…+4+2+0+(-2)+(-4)+…+(-96)+(-98).

В последнем равенстве справа 100 слагаемых.

Задача №3 (4 б)

На полоске бумаги длиной 3 м поставили метки, делящие ее на 4 равные части и метки, делящие ее на 3 равные части. Затем полоску разрезали по всем меткам. Кусочки какой длины при этом получили?

Ответ: 0,25 м, 0,5 м, 0,75 м.

Решение: обозначим получившиеся кусочки в виде частей полоски:

1/12×3 м=1/4 м=0,25 м.

1/6×3 м=1/2 м=0,5 м.

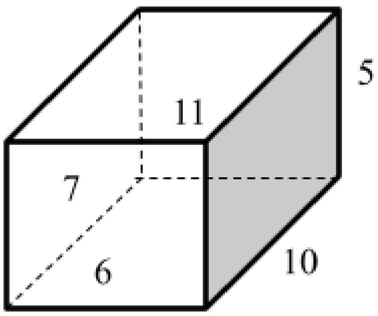
¼×3 м=3/4 м=0,75 м.

Задача №4 (4 б)

Мама купила коробку кускового сахара. Дети съели верхний слой, состоящий из 77 кусочков. Затем съели боковой слой, состоящий из 55 кусочков. Наконец, они съели передний слой. Сколько кусочков осталось в коробке?

Ответ: 300

Решение: Осталось (11-1)×(7-1)×5=10×6×5=300



Задача №5 (4 б)

Противоположные стороны квадрата разделены на 5 равных частей. Найдите длину стороны квадрата, если площадь закрашенной части равна 30 см^2.

Ответ:10 см

Решение: площадь закрашенной части квадрата, если ее стороны его обозначить а, равна:

$S = 2\times\frac{1}{2}\times\frac{3a}{5}\times\frac{1}{2}a = \frac{3}{10}a^2$, она равно 30 см^2, поэтому $\frac{3}{10}a^2 = 30$, откуда а^2=100, а=10 см.

Задача №6 (5 б)

Запишите число $\frac{1}{5^{2023}}$ в виде десятичной дроби. Какова будет последняя цифра?

Ответ:8

Решение:
$\frac{1}{5^{2023}} = \frac{2^{2023}}{10^{2023}}$.

Рассмотрим, последние цифры чисел, равных степени двойки:

$$2^1 = 2\ 2^2 = 4\ 2^3 = 8\ 2^4 = 16\ 2^5 = 32\ 2^6 = 64\ \}\text{период}$$

2023 разделим на 4 – длину периода, получим 2023:4=55×4+3, тройке соответствует последняя цифра 8.

Задача №7 (5 б)

Кооператив получает яблочный и виноградный сок в одинаковых бидонах и выпускает яблочно-виноградный напиток в одинаковых банках. Одного бидона яблочного сока хватает ровно на 6 банок напитка, а одного бидона виноградного – ровно на 10 банок. Когда рецептуру напитка изменили, одного бидона яблочного сока стало хватать ровно на 5 банок напитка. На сколько банок напитка хватит теперь одного бидона виноградного сока? (напиток водой не разбавляют)

Ответ: на 15 банок

Решение: выразим объем банки через объем бидона:

Объем банки 1/6+1/10=8/30=4/15 бидона.

С другой стороны, объем банки равен 1/5+1/x бидона. Значит, 1/5+1/x=4/15, откуда x=15.

Задача №8 (5 б)

М.В. Лермонтов тратил одну денежку на хлеб и квас. Когда цены выросли на 20%, на ту же денежку он приобретал пол хлеба и квас. Хватит ли той же денежки хотя бы на квас, если цены еще раз вырастут на 20%? Свой ответ поясните.

Ответ: да, хватит.

Решение: до повышения цен: денежка=хлеб + квас. После повышения цен: денежка=(0,5 хлеба + квас)×1,2. Из этих уравнений: 2 хлеба=квасу, а денежка=1,5 кваса. После второго повышения цен:

Квас×1,2×1,2=1,44 кваса < 1,5 кваса = денежке.

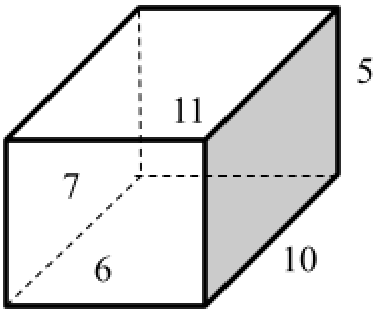
Математическая карусель - 9 класс

Задача №1 (4 б)

Мама купила коробку кускового сахара. Дети съели верхний слой, состоящий из 77 кусочков. Затем съели боковой слой, состоящий из 55 кусочков. Наконец, они съели передний слой. Сколько кусочков осталось в коробке?

Ответ: 300

Решение: Осталось (11-1)×(7-1)×5=10×6×5=300



Задача №2 (3 б)

Решите систему уравнений:

$$\{x + y =- 3 y + z = 6 z + x = 1$$

Ответ: (-4;1;5) или x=-4; y=1; z=5

Решение: сложим все уравнения системы, получим 2(x+ y+z)=4, откуда x+ y+z=2.

Решим следующие системы:

$\{\mathrm{x} + \mathrm{y} + z = 2\,\mathrm{x} + \mathrm{y} =- 3\, z = 5\,\{\mathrm{x} + \mathrm{y} + z = 2\,\mathrm{y} + z = 6\,\mathrm{x} =$

Задача №3 (5 б)

Ребро куба равно 1. Муха ползает по ребрам этого куба, не проходя по одному ребру дважды (но возможно, проходя несколько раз через одну вершину). Какой самый длинный путь она может проползти? (Проверьте у себя в черновике, что он возможен)

Ответ:9

Решение: в каждой вершине куба сходятся три ребра, следовательно, пройти какую-то вершину «насквозь» больше одного раза муха не может, т.е. если в какой-то вершине муха побывала дважды, то это или начало, или конец пути. Значит, не менее, чем 6 вершин будут пройдены не более, чем по одному разу, а, следовательно, не менее 3 ребер не будет пройдено, т.е. самый длинный путь не может быть длиннее, чем 12-3=9.

Задача №4 (5 б)

Решите уравнение с бесконечным числом радикалов:

$$\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+\ldots}}}=2023x$$

Ответ: $x_1=0$, $x_2=\frac{2024}{2023^2}$

Решение: в выражении $\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+\ldots}}}$ есть часть, начинающаяся со второго корня, т.е. $\sqrt{x+\sqrt{x+\ldots}}$ также содержит бесконечное число радикалов, поэтому совпадает с самим этим выражением и, по условию, равно 2023x. Поэтому $\sqrt{x+2023x}=2023x$,

$2024x=2023^2x^2$, где $x \geq 0$, корнями которого являются числа 0 и $2024/2023^2$

Задача №5 (5 б)

Мобильный телефон при разговоре по нему разряжается полностью за 2 часа, а в режиме ожидания – за неделю. Какое наибольшее количество целых минут разговора можно себе позволить, чтобы в течении суток телефон не разрядился до конца?

Ответ:104 минуты

Решение: возьмем за единицу одну зарядку. Тогда в режиме разговора скорость разрядки равно ½ (ед/ч), а в режиме ожидания – $1/24\times7=1/168$ (ед/ч). Пусть x (ч) – время разговора в сутки. Тогда $x\times1/2+(24-x)\times1/168<1$. Откуда $x<144/83$. Значит, минут будет меньше, чем $\frac{144*60}{83}=\frac{8640}{83}=104+\frac{8}{83}$. Тогда наибольшее количество целых минут 104.

Задача №6 (4 б)

В ящике лежат 70 шаров: 20 красных, 20 зеленых, 20 желтых, остальные белые и черные. Шары отличаются лишь цветом. Какое наименьшее число шаров надо взять наугад, чтобы среди них было не менее 10 шаров одного цвета?

Ответ: 38

Решение: в отобранные шары мысленно включим все белые или черные шары $(70-(20+20+20)=10)$ и по 9 шаров красного, зеленого и желтого цветов, затем добавим еще один шар (цветной, но неважно, какой), получим:

$10+3\times9+1=38$.

Задача №7 (6 б)

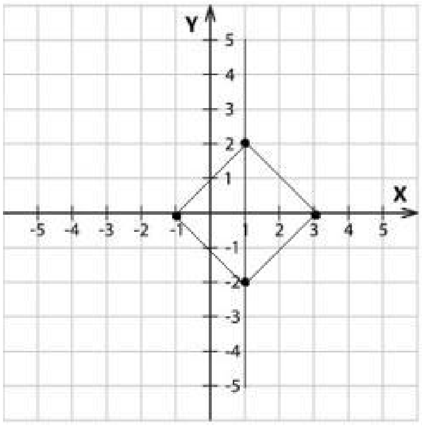
На координатной плоскости построили множество точек (x;y), удовлетворяющих неравенству $|x-1|+|y| \le 2$. Затем провели прямую x=1. Укажите промежуток, в котором изменяются ординаты точек, принадлежащих как первому множеству, так и прямой x=1.

Ответ: $y\in[-2; 2]$ или $-2\le y\le 2$.

Решение: множество точек, координатной плоскости, удовлетворяющих неравенство – заполненный квадрат с вершинами (1;2), (3;0), (1;-2), (-1;0). При

x=1, $y \in [-2;2]$

все



Задача №8 (5 б)

Найдите все трехзначные числа, цифры которых составляют арифметическую прогрессию, причем первая цифра делится на 3, а число делится на 5.

Ответ: 345, 630, 975.

Решение: вариант первой цифры 3, 6, 9.

Варианты последней цифры 0 и 5. Средняя цифра должна быть средним арифметическим двух крайних.

Задача №9 (5 б)

На клетчатой бумаге по линиям сетки начертили прямоугольник со сторонами 2024 на 2023. Сколько клеток пересекает диагональ прямоугольника.

Ответ: 4046.

Решение: методом подбора находим формулу a+b-1.

Математическая карусель – 10 класс

Задание №1 (5 б)

Найдите координаты центра симметрии графика функции

$$y = x^3 + 3x^2 + 3x - 6$$

Ответ: (-1;-7)

Решение: $y=x^3+3x^2+3x-6=(x^3+3x^2+3x+1)-7=(x+1)^3-7$.

График этой функции получается из графика $y=x^3$ параллельными переносом. Но у графика $y=x^3$ есть центр симметрии – точка (0;0), поэтому центр есть и у исходного графика, а именно, в точке (-1;-7).

Задание №2 (6 б)

Четыре одинаковые банки с четырьмя разными красками наполнены на три четверти. Имеется возможность переливать любую часть жидкости из одной банки в другую. Можно ли во всех банках сделать одинаковую смесь? Поясните. (другой посуды нет и выливать краску нельзя)

Ответ: да

Решение: перельем всю краску из первой банки в остальные. Затем перельем в первую банку по 1/3 остальных банок, тогда в первой банке красок будет поровну. Перельем из второй банки все содержимое в третью и четвертую банки, а затем из них по половине банки обратно, тогда во второй банке красок будет поровну. Из третьей банки перельем все в четвертую, и там красок станет поровну.

Задание №3 (5 б)

Ученик не заметил знак умножения между двумя трехзначными числами и написал одно шестизначное число, которое оказалось в 7 раз больше их произведения. Найдите эти числа.

Ответ: 143 и 143

Решение: пусть x, y – искомые трехзначные числа, тогда $7xy=1000x+y$ или $1000x=(7x-1)y$. Так как x и $7x-1$ не имеют общих делителей, то $7x-1$ – делитель 1000. Но $7x-1>500$, поэтому $7x-1=1000$, откуда $x=143$, $y=143$

Задание №4 (5 б)

При каких значениях параметра a система имеет единственное решение?

$$\{(x-3)^2+y^2=1,\ x^2+(y-4)^2=a$$

Ответ:16 и 36

Решение: система задает две окружности с центрами в точках (3;0) и (0;4), расстояние между которыми равно 5. Точка пересечения окружностей единственная, когда они касаются (внешним или внутренним образом). Получаем, $\sqrt{a}+1=5$, $a=16$ или $\sqrt{a}-1=5$, $a=36$.

Задание №5 (5 б)

Натуральные числа a, b, c, d таковы, что ab=cd. Может ли число a+b+c+ d быть простым?

Ответ: нет, не может.

Решение: $a+b+c+d=a+b+c+\frac{ab}{c}=\frac{(a+c)(b+c)}{c}$ – целое число, значит, дробь сократима. Так как оба сомножителя больше знаменателю, то после сокращения от каждого из них останется число больше 1, т.е. число (a+b+c+d) – составное.

Задание №6 (5 б)

Решите систему уравнений:

$$\{(x + y)(x + y + z) = 72,\ (y + z)(x + y + z) = 120,\ (z + x)(x$$

Ответ: $x=\pm 2$; $y=\pm 4$; $z=\pm 6$.

Решение: легко проверить, что x=0, y=0, z=0 не является решением системы. Поделим второе и третье уравнения системы на первое, получим:

$\{\frac{y+z}{x+y}=\frac{5}{3}\ \ \frac{z+x}{x+y}=\frac{4}{3}$ или $\{\frac{1+\frac{z}{y}}{\frac{x}{y}+1}=\frac{5}{3}\ \ \frac{\frac{z}{y}+\frac{x}{y}}{\frac{x}{y}+1}=\frac{4}{3}$, откуда $\frac{x}{y}=\frac{1}{2}$; $\frac{z}{y}=\frac{3}{2}$, т.е. $y=2x$, $z=1,5y=3x$,

Подставим получившиеся значения y и z в систему и найдем, что $x^2=4$, $x=\pm 2$, тогда $y=\pm 4$, $z=\pm 6$.

Задание №7 (5 б)

Натуральные числа от 1 выписаны подряд, какая цифра стоит на 2023-м месте?

Ответ: 1

Решение: сумма всех однозначных и двузначных чисел равна $189<2023$, а сумма всех трехзначных чисел $3\times 900=2700>2023$.

Значит, цифра, стоящая на 2023-м месте, принадлежит к записи некоторого трехзначного числа. Пусть a – трехзначное число, тогда сумма цифр в последовательности от 1 до а равна n=189+3a. Решим неравенство n<2023.

189+3<2023; 3a<1834, a < $\left[\frac{1834}{3}\right]$=611. Последовательность чисел от 1 до 611 содержит 189+3×611=2022 цифры.

Следовательно, на 2022-м месте стоит первая цифра числа 612, т.е. 6, а на 2023-м месте стоит его вторая цифра, т.е. 1.

Задание №8 (5 б)

Решите уравнение

$$(\sqrt{12})^{2x} + 5^{x} = 13^{x}$$

Ответ: 2.

Решение: перепишем уравнение в виде: $12^x+5^x=13^x$, затем $(12/13)^x+(5/13)^x=1$, учтем монотонность (убывание) $(12/13)^x+(5/13)^x$ и получим x = 2 – единственное.

Задание №15 (5 б)

Решите неравенство

$$\frac{x^{9}\times 189°\times \sin sin\ 180°}{9°} + 45° + \sqrt{x^{2} - 8x + 16} \geq 5$$

Ответ:$x \in (-\infty; 0] \cup [8; +\infty)$ или [x≤0 x≥8

Решение: так как sin180° = 0, tg45°=1, x^2-8x+16=$(x-4)^2$, то неравенство перепишется в виде:

1+|x-4|≥5,

|x-4|≥4,

$[x - 4 \leq -4,\ x - 4 \geq 4,$

$[x \leq 0,\ x \geq 8.$