



28/2/2022

מבחן מס' 4 – שאלון 582

משך הבחינה: 135 דקות

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים.
ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 .**

1. מעגל שמרכזו בנקודה , הנמצאת על ציר ה- x , משיק לפרבולה $y^2 = 2px$ ($p > 0$) בשתי נקודות, A ו-B , כך ש-A ברביע הראשון. מוקד הפרבולה נמצא משמאל לנקודה M .
המרחק בין הנקודה M לבין מדריך הפרבולה גדול פי $\frac{11}{9}$ ממרחקה של הנקודה M ממוקד הפרבולה.
 - א. הבע באמצעות p את משוואת המעגל ואת שיעורי הנקודות A ו-B .
 - ב. המרחק של ראשית הצירים מהמשיק לפרבולה בנקודה A , הוא 8 .
 - הוכח כי משוואת הפרבולה היא : $y^2 = 12x$.
- ג. C היא נקודה על הפרבולה שמצאת בסעיף ב'. D היא נקודה על הישר $x = -3$, כך שהקטע CD מקביל לציר x . E היא הנקודה (3, 0) . נתון : $CD + CE = 20$. מצא את שיעורי הנקודה C .



2.

SABC היא פרמידה ישרה שבסיסה משולש ישר זווית ($\angle ACB = 90^\circ$).

נסמן $\vec{SA} = \underline{u}$, $\vec{SB} = \underline{w}$, $\vec{SC} = \underline{v}$. נתון: $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 12$, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 48$, $\underline{v} \cdot \underline{w} = 110$.

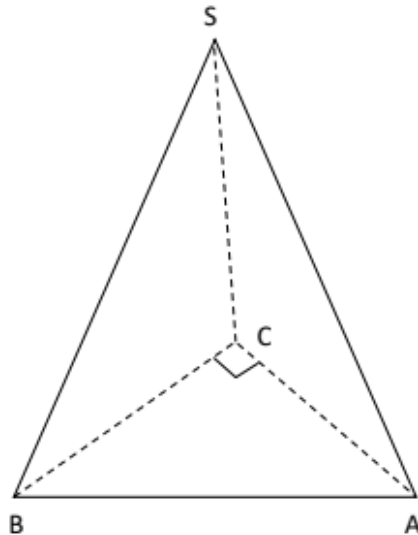
א. הוכיחו: $\underline{u} \cdot \underline{w} = 86$, $\underline{u} \cdot \underline{v} = 120$.

ב. הנקודה P נמצאת על SC כך ש- $\frac{SP}{PC} = \frac{1}{3}$.

1. חשבו את $|\vec{PB}|$ ו- $|\vec{PA}|$.

2. חשבו את $\angle APB$.

ג. נתון גם: $BC = \sqrt{68}$, $AC = \sqrt{48}$. חשבו את נפח הפרמידה.



3.

z_A , z_B ו- z_C הם שלושה מספרים מרוכבים שונים זה מזה המייצגים

את הנקודות A, B ו- C במישור גאוס, בהתאמה.

נתון: $|z_A| = |z_B| = |z_C| = \sqrt{65}$,

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון,

z_A ו- z_C מקיימים את המשוואה: $(8 - i)z = (8 + i)\bar{z}$.

א. (1) מצא את z_A ואת z_C .

(2) הסבר מדוע $\angle ABC = 90^\circ$.

נתון: $AB = BC$.

ב. מצא את z_B (מצא את שתי האפשרויות).

ג. (סעיף לא קשור לסעיפים הקודמים)

הראה כי בעבור כל מספר מרוכב z הנמצא על מעגל היחידה, הסכום $z + \frac{1}{z}$ הוא מספר ממשי.



פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות, פונקציות לוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מעריך רציונאלי ופונקציות עם שורשים.

ענה על אחת מבין השאלות 4-5.

4. נתונה הפונקציה הבאה: $y = \frac{x+a}{\ln(x+a)}$, $a > 0, a \neq 1$.

ענה על הסעיפים הבאים באמצעות a .

א. תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה ותחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ג. האסימפטוטה האנכית של הפונקציה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה אם ידוע ש: $1 < a < e$.

ה. וחשב את השטח המוגבל בין גרף הנגזרת y' , ציר ה- x וציר ה- y .

5. נתונות שתי הפונקציות: $f(x) = \sqrt{\frac{a \cdot e^x}{e^x + e^2}}$ ו $g(x) = \sqrt{\frac{e^x + e^2}{e^x}}$: $(a > 0)$.

לשתייהן אין נקודות קיצון.

א. הבע באמצעות a , במידת הצורך, את תחום ההגדרה של שתי הפונקציות.

ב. האסימפטוטה האופקית של גרף $g(x)$ נמצאת במרחק שווה משתי האסימפטוטות האופקיות של גרף

$f(x)$. מצא את a ואת האסימפטוטות לגרפים של שתי הפונקציות.

הצב $a = 4$ וענה על הסעיפים הבאים:

ג. מצא את שיעורי הנקודה A , בה נחתכים שני הגרפים.

ד. חשב את האינטגרל המסויים הבא:

$$\int_1^2 [f(x)]^2 dx$$

בהצלחה !!