

Δίσκος κυλιόμενος & δύο εκκρεμή...

1) Σε ένα δίσκο ομογενή δίνουμε ταχύτητα u ώστε να κυλίετε σε οριζόντιο επίπεδο

α) με το επίπεδό του κατακόρυφο και β) με το επίπεδό του σε κλίση γωνίας θ .

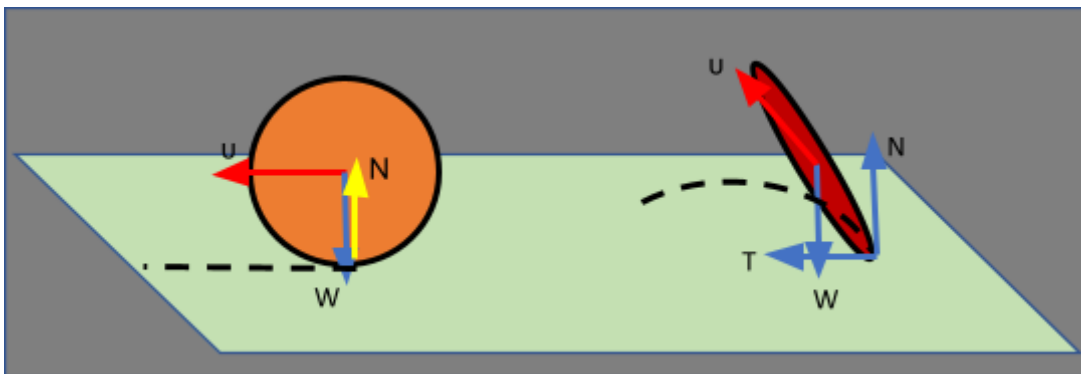
Να εξηγήσετε το είδος του ίχνους της επαφής με το επίπεδο σε κάθε περίπτωση.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

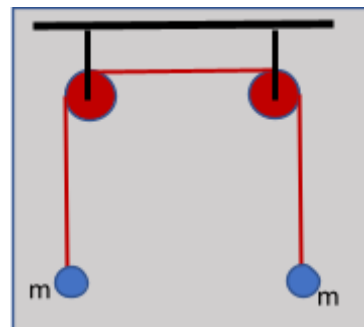
Στο παρακάτω σχήμα σχεδιάστηκαν οι δυνάμεις που ασκούνται στο δίσκο σε κάθε περίπτωση.

Στην περίπτωση α) δεν παρατηρείται τάση ολίσθησης κάθετα στην u , άρα δεν ασκείται τριβή κάθετα στην κίνηση δηλαδή δεν υπάρχει κεντρομόλος δύναμη άρα ο δίσκος κυλίετε σε ευθύγραμμη τροχιά.

Στην περίπτωση β) παρατηρείται τάση ολίσθησης κάθετα στην u και εφόσον δεν ολισθαίνει δέχεται τριβή κάθετα στην κίνηση η οποία θα αποτελέσει κεντρομόλο δύναμη άρα ο δίσκος θα κυλίετε σε καμπυλόγραμμη (κυκλική) τροχιά.



2) Στο διπλανό σχήμα βλέπετε ένα σύστημα δύο ισόμαζων σωμάτων, κρεμασμένα σε αμελητέας μάζας νήμα που διέρχεται από αμελητέας μάζας τροχαλίες και το όλο σύστημα ακινητεί. Εκτρέπουμε το δεξιό σώμα κατά γωνία θ ασκώντας δύναμη F χωρίς να μετακινηθεί το αριστερό σώμα.



Α) Ποιο το μέτρο και η διεύθυνση της απαιτούμενης δύναμης F σε σχέση με την θ και το βάρος W των σωμάτων ; Εφαρμογή για $\theta=60^\circ$

Β) Αν στη συνέχεια αφήσουμε ελεύθερο το δεξιό σώμα ,θα καταστραφεί η ισορροπία του αριστερού σώματος ;

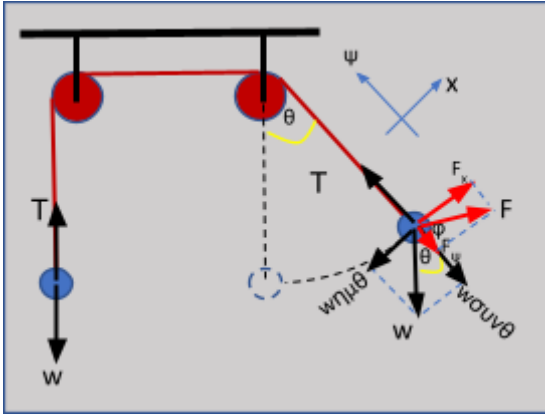
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

A)

Αρχικά πριν την εκτροπή του δεξιού σώματος η τάσεις του νήματος στα δύο σώματα είναι ίσου μέτρου με το βάρος της λόγω της ισορροπίας.

Αφού μετά την εκτροπή έχουμε πάλι ισορροπία του αριστερού σώματος πρέπει η τάσεις στα δύο σώματα να εξακολουθούν σε μέτρο να ισούνται με mg .

Έστω λοιπόν ότι ασκούμε στο δεξιό σώμα δύναμη F σε διεύθυνση που σχηματίζει κάποια γωνία φ με την διεύθυνση του νήματος και έτσι ώστε $T=W$.



Από την ισορροπία του δεξιού σώματος :

$$F_x = W \sin \theta \quad (1)$$

$$T = F_y + W \cos \theta \Rightarrow F_y = T - W \cos \theta \xrightarrow{T=W} F_y = W(1 - \cos \theta) \quad (2)$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(W \sin \theta)^2 + W^2 (1 - \cos \theta)^2} = W \sqrt{\sin^2 \theta + 1 - 2 \cos \theta + \cos^2 \theta} \Rightarrow$$

$$F = W \sqrt{2(1 - \cos \theta)} \quad (3)$$

$$\varepsilon_{\varphi} = \frac{F_x}{F_y} = \frac{W \sin \theta}{W(1 - \cos \theta)} \Rightarrow \varepsilon_{\varphi} = \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \quad (4)$$

Εφαρμογή

Από την (3) $\xrightarrow{\theta=60^\circ} F = W \sqrt{2(1 - \cos 60^\circ)} = W \sqrt{2\left(1 - \frac{1}{2}\right)} \Rightarrow F = W$

Για $\theta=60^\circ$:

$$\text{Από την (4)} \xrightarrow{\theta=60^\circ} \varepsilon_{\varphi} = \frac{\sin 60^\circ}{1 - \cos 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$$

Σχόλιο

Στην περίπτωση της εφαρμογής βλέπουμε τα διανύσματα

$\vec{F}$, $\vec{T}$ και $\vec{w}$ νέα χάρων Τσανι τρα $\hat{e} = \hat{u} =$ και αν ιδ ο να σχηματίζουν 120° κλασσική περίπτωση μηδενικής συνισταμένης των τριών .

Β) Αφήνοντας το δεξιό εκκρεμές ελεύθερο από την θέση εκτροπής παύει να ασκείται η F και η συνισταμένη στη διεύθυνση του νήματος θα παίξει ρόλο κεντρομόλου δύναμης.

$$\text{Τότε : } F_k = T - w \sin \theta \Rightarrow T = F_k + w \sin \theta \Rightarrow T = \frac{mu^2}{l} + w \sin \theta$$

Παρατηρούμε λοιπόν ότι όσο το εκκρεμές **κατεβαίνει** αυξάνει η ταχύτητα u και το $\sin \theta$, αφού η θ μειώνεται, οπότε η T μεταβάλλεται και επομένως **θα χαλάσει η ισορροπία.**

Παντελεήμων Παπαδάκης
12/4/2022