

Геометрія

Підручник: Г. П. Бевз, В. Г. Бевз Математика II клас. Рівень стандарту.

Урок 15

25 жовтня 2021 року

Тема уроку: Площа бічної та повної поверхні циліндра

I. Опрацювати конспект

Якщо уявити, що бічна циліндрична поверхня розрізана за твірною AA_1 і розгорнута, отримуємо прямокутник.



Сторона AA_1 дорівнює висоті H , а іншу сторону утворює розгорнута окружність основи довжиною $2\pi R$.

Так як розгортка — прямокутник, то бічна поверхня визначається за формулою:
 $S_{\text{біч.}} = 2\pi R \cdot H$

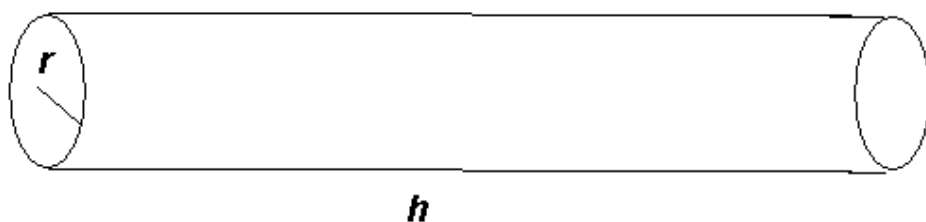
Основи циліндра — два кола із загальною площею $2 \cdot \pi R^2$.

Повна поверхня циліндра визначається за формулою:

$$S_{\text{повн.}} = 2\pi R H + 2\pi R^2 = 2\pi R \cdot (H + R)$$

Задача № 1.

Скільки квадратних метрів жерсті піде на виготовлення водостічної труби завдовжки 5 м і діаметром 20 см, якщо на шви додають 10% площі поверхні труби.



$$r = 10 \text{ см}$$

$$h = 5 \text{ м}$$

Розв'язання.

$$h = 5 \text{ м}, \quad d = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ дм}, \quad r = 0,1 \text{ м} \quad S_{\text{б.п.}} = 2\pi rh = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,1 \cdot 5 = 3,14 \text{ (м}^2\text{)}$$

$$\text{Врахуємо, що на шви ще треба 10\%:} \quad 3,14 \cdot 1,1 = 3,454 \approx 3,5 \text{ (м}^2\text{)}$$

Задача № 2

Діаметр циліндричного парового котла завдовжки 3,8 м дорівнює 0,8 м.

Знайдіть тиск пари на повну поверхню котла, якщо на 1 см^2 пара давить із силою 10 Н.

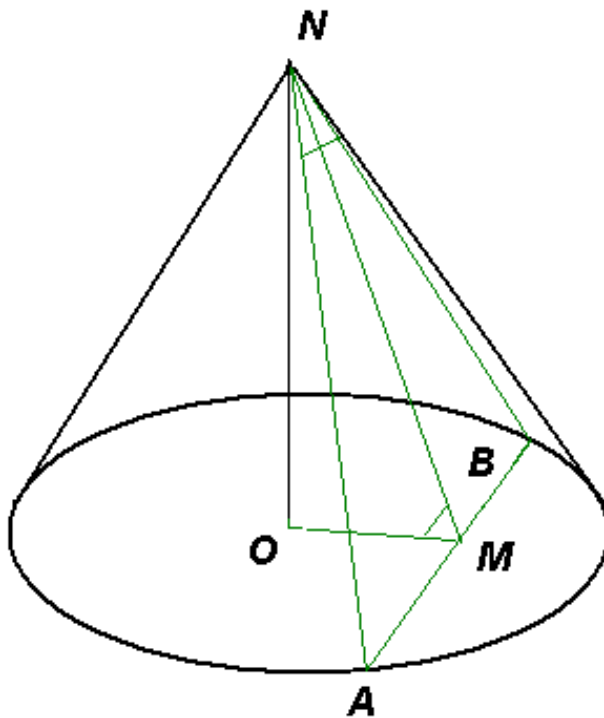
Розв'язання.

$$S_{\text{п.п.}} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(r + l) = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,4 \cdot (3,8 + 0,8) = 11,6 \text{ (м}^2\text{)} = 116000 \text{ см}^2$$

$$p = 116000 \text{ см}^2 \cdot 10 \text{ Н} = 1\,160\,000 \text{ Н} \cdot \text{см}^2$$

Задача № 3

Через дві твірні конуса, кут між якими α , проведено площину, що утворює з площиною основи кут β . Знайти висоту конуса, якщо площа перерізу S .



Розв'язання.

$$S_{\text{ABN}} = \frac{1}{2} NA \cdot NB \cdot \sin \angle ANB; \quad S = \frac{1}{2} AN^2 \cdot \sin \alpha; \quad AN = \sqrt{\frac{2S}{\sin \alpha}}; \quad \angle ANM = \angle MNB = \frac{\alpha}{2};$$

$$\text{З } \triangle AMN: \angle M = 90^\circ, \quad \frac{NM}{AN} = \cos \frac{\alpha}{2}; \quad NM = \sqrt{\frac{2S}{\sin \alpha}} \cdot \cos \frac{\alpha}{2};$$

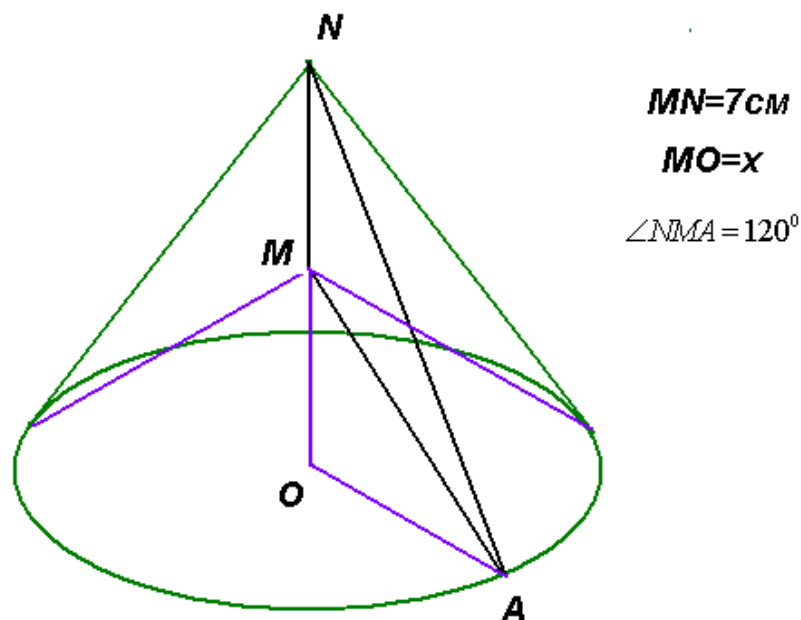
$$\text{З } \triangle NOM: \angle O = 90^\circ, \quad \angle M = \beta, \quad \frac{ON}{MN} = \sin \angle M,$$

$$ON = MN \cdot \sin \angle M = \sqrt{\frac{2S}{\sin \alpha}} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \sin \beta = \sqrt{\frac{2S \cos^2 \frac{\alpha}{2} \sin^2 \beta}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}} = \sqrt{\frac{S \sin^2 \beta}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}}$$

Задача № 4.

Знайти площу поверхні тіла, утвореного обертанням трикутника зі сторонами 7 см і 8 см та кутом 120° навколо прямої, що містить найменшу сторону трикутника

Розв'язання.



$$MN = 7 \text{ см}, \quad MA = 8 \text{ см}, \quad OM = x, \quad NO = x + 7;$$

$$\text{З } \triangle NAM: AN^2 = MN^2 + MA^2 - 2 \cdot MN \cdot MA \cdot \cos \angle NMA = 49 + 64 - 2 \cdot 7 \cdot 8 \left(-\frac{1}{2}\right) = 169,$$

$$AN = 13 \text{ см.}$$

$$\text{З } \triangle OAM: \angle O = 90^\circ, \quad OA^2 = 64 - x^2;$$

$$\text{З } \triangle OAN: \angle O = 90^\circ, \quad OA^2 = 169 - (x + 7)^2;$$

$$169 - x^2 - 14x - 49 = 64 - x^2, \quad -14x = 64 + 49 - 169, \quad -14x = -56, \quad x = 4.$$

$$OA^2 = 64 - 16 = 48; \quad OA = 4\sqrt{3} \text{ см}$$

$$S_{\text{п.п.}} = \pi r l + \pi r l_l = \pi r (l + l_l) = \pi \cdot 4 \sqrt{3} \cdot (8 + 13) = \pi \cdot 4 \sqrt{3} \cdot 21 = 84 \sqrt{3} \pi \text{ (см}^2\text{)}$$

Домашнє завдання №№ 737, 743