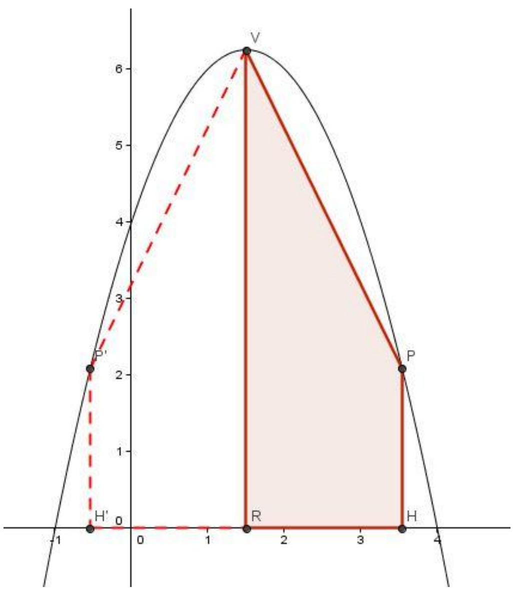
Data la parabola di equazione $y=-x^2+3x+4$, considerando il trapezio RHPV trova la posizione del punto P della parabola in modo da avere l' area massima del trapezio.



$x=x_P$

$P(x,-x^2+3x+4)$

$$A=\frac{(RV+PH)\cdot RH}{2}$$

$RV=y_V$

$x_V=-\frac{b}{2a}=\frac{3}{2}$ e $y_V=-\frac{\Delta}{4a}=\frac{25}{4}$

$PH=y_P$

$RH=x_P-x_R=x-\frac{3}{2}$

$$A(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{25}{4}-x^2+3x+4\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)=-\frac{1}{2}\left(\frac{41}{4}x-\frac{123}{8}-x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{9}{4}x+3x^2\right)=$$

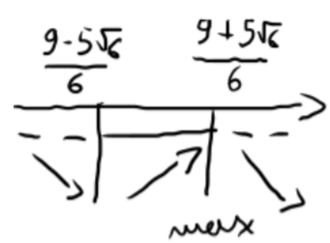
$$=-\frac{1}{2}x^3+\frac{9}{4}x^2+\frac{23}{8}x-\frac{123}{16}$$

$$A'(x)=-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{2}x+\frac{23}{8}$$

$A'(x)=0$ $\qquad -\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{4}x+\frac{23}{8}=0$ $\qquad -12x^2+36x+23=0$ $\qquad x_{1,2}=\frac{9\pm5\sqrt{6}}{6}$

Dato che le soluzioni sono due per capire quale è il punto di minimo e di massimo anche attraverso i calcoli e non solo tramite il disegno pongo la derivata prima >0.

$A'(x)>0$ $\qquad \frac{9-5\sqrt{6}}{6}<x<\frac{9+5\sqrt{6}}{6}$



I due punti sono simmetrici rispetto all’ asse della parabola $y=\frac{3}{2}$.

Per il calcolo dell’ area con entrambi si ottiene lo stesso valore (ma di segno opposto) quindi se utilizzo $\frac{9-5\sqrt{6}}{6}$ algebricamente l’ area è minima ma geometricamente è massima.