

Ensi Deug 1995
Deuxième problème (optique)
L'ATMOSPHERE : MILIEU TRANSPARENT

L'espace est orienté par l'axe vertical Oz ascendant, l'origine O étant choisie au niveau du sol.

L'indice $n(z)$ de réfraction de l'atmosphère (A) par rapport au vide est relié à la masse volumique $p(z)$ de l'air par la loi de Gladstone :
avec k constante positive.

Au niveau du sol, sous la pression $P_0 = 1,013 \cdot 10^5$ Pa et à la température, l'indice de l'air (gaz parfait) vaut . Cet indice décroît continûment jusqu'à la valeur $n = 1$ aux confins de l'atmosphère.

On suppose que (A), de composition constante, est formée par un empilement de lames à faces parallèles horizontales et transparentes : couches élémentaires d'indice $n(z)$.

On néglige le caractère dispersif de l'air: l'indice $n(z)$ correspond à une certaine longueur d'onde du spectre visible.

1) Distance zénithale apparente

Du point O, on repère la direction d'une étoile de diamètre apparent négligeable.

Sans atmosphère, l'angle α (appelé distance zénithale) entre la direction de l'étoile et la verticale Oz en O serait directement mesuré. En présence de (A) la position apparente de l'étoile diffère de sa position réelle : on relève une distance zénithale apparente α' au lieu de α .

- 1) Peut-on considérer qu'à l'approche de la Terre, le faisceau lumineux émis par l'étoile est cylindrique ? Qu'en est-il au niveau du sol ?
- 2) Expliquer l'existence de l'écart à l'aide d'un schéma clair.
- 3) Soit $i(z)$, l'angle d'incidence d'un rayon lumineux à la traversée de la couche d'indice $n(z)$.
 - 3.1. Quelle propriété possède la quantité ?
 - 3.2. On note x la coordonnée horizontale du point courant du rayon. Déterminer l'équation différentielle de la trajectoire suivie.
- 4) Les distances zénithales α et α' ne sont pas indépendantes.
 - 4.1. Donner la relation existant entre n_0 , α et α' .
 - 4.2. Montrer que les valeurs de α' admettent une limite théorique α_1' , lorsque les distances zénithales sont importantes. Calculer α_1' .
- 5) On pointe le centre de la lune, situé à 385 000 km de la surface de la terre, avec une distance zénithale apparente .
 - 5.1. Calculer δ
 - 5.2. Quelle erreur commet-on sur la position du centre de la lune ?
- 6) On utilise le fait que .
 - 6.1. Exprimer δ en fonction uniquement de n_0 et α' .
 - 6.2. Une variation de la pression et de la température à la surface du sol modifie la valeur de n_0 . Exprimer la variation relative $d\delta/\delta$ en fonction des variations relatives de P_0 et de T_0 .
 - 6.3. Calculer la variation de position apparente du centre de la lune (pointé initialement avec) si, au sol, la température T baisse de 10 K et la pression augmente de 3 kPa.
- 7) Compte tenu de ce qui précède, quels conseils peut-on donner pour l'installation d'un observatoire ?

II) Courbure des rayons lumineux au niveau du sol

Un observateur, dont l'oeil est situé à H au-dessus du sol, se promène sur une route goudronnée, horizontale et chauffée par le soleil. La couche d'air au voisinage du sol présente un fort gradient de température.

Au ras du sol ($z = 0$), la température est $T_0 = 300$ K. Elle décroît continûment pour atteindre 290 K à l'altitude $z_1 = 1$ m. Pour $z > z_1$, la température reste pratiquement constante et égale à 290 K.

Le promeneur remarque devant lui, sur le sol, une tache bleutée (reflet du ciel qui simule la présence d'une flaque d'eau). Le bord de la tache le plus proche du promeneur est à la distance d de ce dernier.

- 1) Comment se nomme ce phénomène ?
- 2) On considère les rayons, issus du ciel, qui définissent la tache sur le sol et qui pénètrent dans l'oeil du promeneur. Soit ϵ l'inclinaison d'un rayon (angle entre sa direction de propagation et l'horizontale).
 - 3) Dessiner, sur un schéma, la trajectoire du rayon qui présente une inclinaison maximale ϵ_m à la hauteur H .
 - 4) Donner la relation entre $n_H = n_{(z=H)}$, n_0 et ϵ_m .
 - 5) On donne l'approximation : pour .
En supposant , donner, en fonction de n_H et n_0 , une expression simplifiée de ϵ_m .
- 6) La pression de la couche d'air, au voisinage du sol, est constante.
 - 3.1. Etablir une relation entre les variations relatives et .
 - 3.2. En déduire une valeur approchée de d si $H = 1,80$ m.
- 7) Expliquer pourquoi la tache bleutée semble "danser" sur le goudron.
- 8) Le phénomène précédent correspond à la concavité des rayons lumineux tournée vers le haut. Mais il existe des circonstances pour lesquelles les rayons présentent une concavité tournée vers le bas. Par exemple, on peut parfois apercevoir, depuis Nice, l'île de Corse ("objet" invisible en ligne directe car trop éloigné et donc situé derrière l'horizon). Quelles sont les conditions climatiques requises pour un tel phénomène ? Expliquer.