

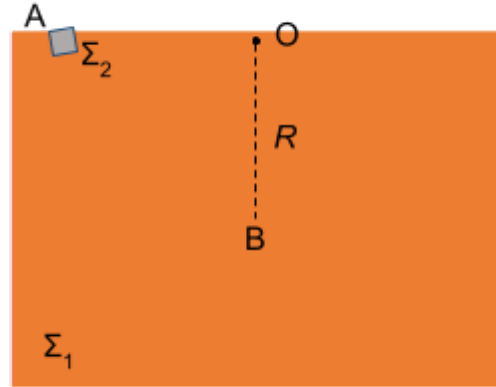
Ο ρόλος του τοίχου

Ζητήσαμε από τον κυρ Βασίλη τον ξυλουργό, να σκάψει σε ένα κυβικό κομμάτι ξύλου, ένα αυλάκι ημικυλινδρικού σχήματος κέντρου O και ακτίνας $R = 0,8m$, την κατακόρυφη τομή του οποίου βλέπουμε στο σχήμα 1. Δημιουργήθηκε έτσι το σώμα Σ_1 μάζας m_1 . Στη συνέχεια το λούστραρε μέχρι να γίνει εντελώς λείο, ώστε να το χρησιμοποιήσουμε σε ένα πείραμα.

Τοποθετούμε το σώμα Σ_1 κολλητά σε κατακόρυφο τοίχο και πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Από το ανώτερο σημείο του A αφήνουμε ελεύθερο να ολισθήσει ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας m_2 αμελητέων διαστάσεων, με $m_1 = 3m_2$. Τριβές αμελητέες και η βαρυτική επιτάχυνση $g = 10m/s^2$.

- α) Το σώμα Σ_1 θα κινηθεί; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.
- β) Ποια είναι η μέγιστη τιμή που αποκτά το μέτρο της ταχύτητας του Σ_2 ;
- γ) Υπολογίστε το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το σώμα Σ_2 , μετρημένο από το κατώτερο σημείο B του ημικυλίνδριου καθώς και τη γωνία φ , που σχηματίζει τότε η επιβατική ακτίνα με την κατακόρυφη.
- δ) Καθ' όλη τη διάρκεια του φαινομένου, τι συμβαίνει με το μέτρο της κάθετης αντίδρασης του δαπέδου, πάνω στο Σ_1 ; Μεταβάλλεται ή μένει σταθερό; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

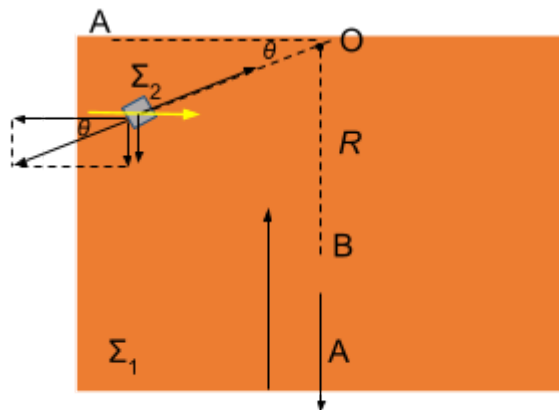
σχήμα 1



Απάντηση

α) Το σώμα Σ_2 κατέρχεται λόγω του βάρους του εκτελώντας κυκλική κίνηση. Δέχεται από το σώμα Σ_1 (ημικυλίνδριο) την αντίδραση $\vec{N}_2$ και ασκεί σε αυτό τη δράση $\vec{N}_1$ (σχήμα 2), που έχουν τη διεύθυνση της επιβατικής ακτίνας. Η οριζόντια συνιστώσα όμως N_{1x} , εξουδετερώνεται από την οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, που ασκεί ο τοίχος στο Σ_1 . Οι κατακόρυφες δυνάμεις που δέχεται το σώμα Σ_1 , προφανώς έχουν επίσης μηδενική συνισταμένη:

σχήμα 2



$$N - N_{ly} - W_l = 0$$

άρα δε μπορεί να κινηθεί.

Ισχύει: $N_{lx} = N_l \cdot \sin \theta$

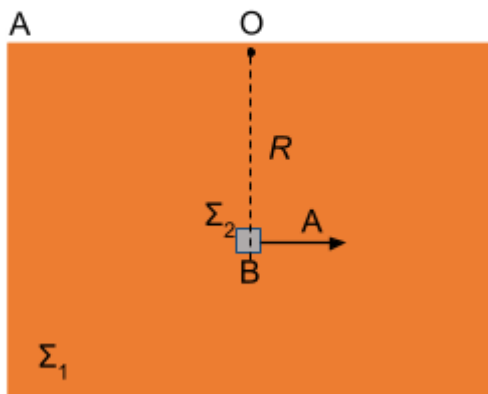
Όσο το Σ_2 κατεβαίνει στο αριστερό τεταρτοκυλίνδριο, η γωνία θ αυξάνεται, η N_{lx} μειώνεται, μέχρι που μηδενίζεται ακριβώς στην κατώτερη θέση B όπου $\theta = 90^\circ$. Στη συνέχεια αλλάζει φορά, καθώς το Σ_2 περνάει στο δεξί τεταρτοκυλίνδριο και το μέτρο της N_{lx} αυξάνεται και πάλι. Δεν υπάρχει όμως τοίχος δεξιά, οπότε το σώμα Σ_1 επιταχύνεται, άρα αρχίζει να κινείται.

β) Το σώμα Σ_2 επιταχύνεται (όχι ομαλά) και φτάνει στο κατώτερο σημείο B, του ημικυλίνδριου με ταχύτητα $\vec{v}$, που υπολογίζεται από την ΑΔΜΕ μεταξύ των σημείων A και B (σχήμα 3).

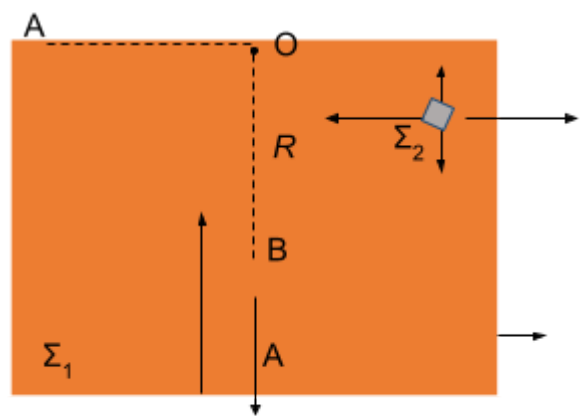
$$K_A + U_A = K_B + U_B \Leftrightarrow 0 + m_2 g R = \frac{1}{2} m_2 v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{2gR} \Leftrightarrow v = \sqrt{20 \cdot 0,8} \Leftrightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

Αυτή είναι και η μέγιστη τιμή που αποκτά το μέτρο της ταχύτητας του Σ_2 , αφού στη συνέχεια το Σ_2 επιβραδύνεται.

σχήμα 3



σχήμα 4



γ) Το σύστημα $\Sigma_1 - \Sigma_2$, από τη στιγμή που το Σ_2 περάσει στο δεξί τεταρτοκυλίνδριο γίνεται μονωμένο στον οριζόντιο άξονα. Αυτό εξηγείται αν σκεφτούμε ότι δεν ασκείται πλέον η N_{lx} στο αριστερό τεταρτοκυλίνδριο, αλλά στο δεξί. Αλλά οι δυνάμεις N_{lx} , N_{2x} που δρουν στο σύστημα στον οριζόντιο άξονα είναι εσωτερικές (σχήμα 4).

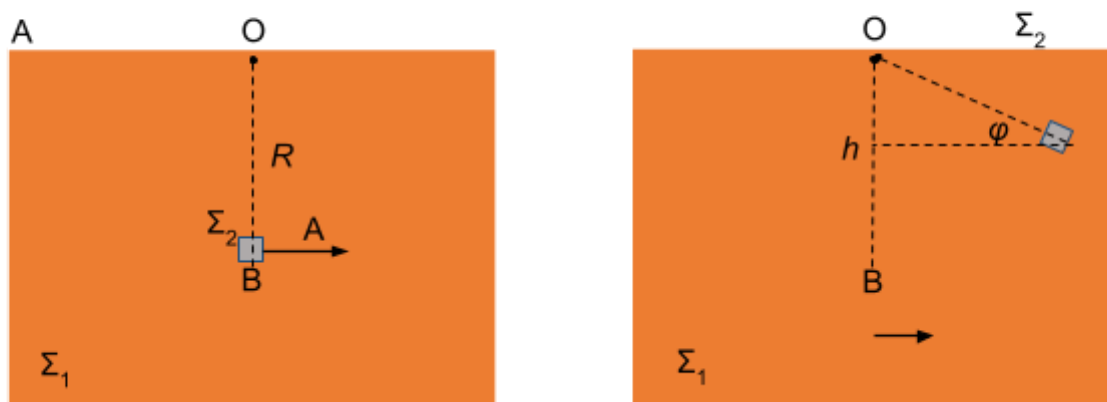
Η ορμή διατηρείται στον οριζόντιο άξονα. Όταν μάλιστα το Σ_2 φτάσει στο μέγιστο ύψος, στιγμιαία τα δυο σώματα αποκτούν κοινή ταχύτητα $\vec{v}$. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για το σύστημα μεταξύ των θέσεων, που φαίνονται στο σχήμα 5.

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Leftrightarrow m_2 v = (m_1 + m_2) v \Leftrightarrow$$

$$m_2 v = 4m_2 v \Leftrightarrow v = \frac{v}{4} \Leftrightarrow$$

$$v = 1 \text{ m/s}$$

σχήμα 5



Αφού δεν υπάρχουν τριβές και αντιστάσεις η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται. Με βάση το σχήμα 5, έχουμε:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Leftrightarrow 0 + \frac{1}{2} m_2 v^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 + m_2 g h \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_2 v^2 = \frac{1}{2} 4m_2 v^2 + m_2 g h \Leftrightarrow v^2 = 4v^2 + 2gh \Leftrightarrow h = \frac{v^2 - 4v^2}{2g} \Leftrightarrow h = \frac{4^2 - 4 \cdot 1^2}{20} \Leftrightarrow$$

$$h = 0,6 \text{ m}$$

Για την αντίστοιχη γωνία έχουμε

$$\eta \mu \phi = \frac{R - h}{R} \Leftrightarrow \eta \mu \phi = \frac{0,8 - 0,6}{0,8} \Leftrightarrow \eta \mu \phi = \frac{1}{4}$$

δ) Η κάθετη αντίδραση $\vec{N}$ του δαπέδου, που ασκείται στο Σ_1 είναι μεταβλητή δύναμη.

Το μέτρο της, όπως προκύπτει από τη συνθήκη ισορροπίας του Σ_1 στον κατακόρυφο άξονα,

$$\text{είναι } N = N_{Iy} + W_I \Leftrightarrow N = N_I \cdot \eta \mu \theta + W_I$$

Όσο το Σ_2 κατεβαίνει στο αριστερό τεταρτοκυλίνδριο, η γωνία θ αυξάνεται, το μέτρο της $\vec{N}$ ξεκινάει από την τιμή $N = W_I$, αυξάνεται, μέχρι που μεγιστοποιείται όταν το Σ_2 φτάνει στην κατώτερη θέση Β, όπου $\theta = 90^\circ$. Στη συνέχεια το μέτρο μειώνεται, καθώς το Σ_2 περνάει στο δεξιό τεταρτοκυλίνδριο μέχρι να φτάσει στο μέγιστο ύψος, όπου $N = N_I \eta \mu \varphi + W_I$.

Στην Γ' τάξη θα μάθουμε ότι αλλάζει και θέση συνεχώς το σημείο εφαρμογής της στη βάση του Σ_I .

Ανδρέας Ριζόπουλος