PENILAIAN TENGAH SEMESTER GASAL
TAHUN PELAJARAN 20../20..

Mata Pelajaran	: Matematika	Hari/Tanggal	: ……
Kelas	: X (Sepuluh)	Waktu	: ……

I. **Berilah tanda silang (x) pada huruf a, b, c, d atau e pada jawaban yang paling tepat !**

1. Bentuk sederhana dari 2^3 x $(2^2)^3$ adalah:

   a. 27

   b. 28

   c. 512

   d. 212

   e. 218

   Jawab: c. 512

   Pembahasan:

   $2^3 \times (2^2)^3 = 2^3 \times 2^6 = 8 \times 64 = 512$

2. Nilai dari $\left(\dfrac{a^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}}\right)(a^{2/3}b^{1/2}) : \dfrac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{4}{3}}}$ adalah :

   a. $\sqrt{ab}$

   b. b $\sqrt{a}$

   c. ab

   d. a $\sqrt{b}$

   e. a^2b^3

   Jawab: a. $\sqrt{ab}$

   Pembahasan:

   $\left(\dfrac{a^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}}\right)(a^{2/3}b^{1/2}) : \dfrac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{4}{3}}}$

$= (a^{3/2}b^{-1/2})^{-1}(a^{2/3}b^{1/2}) : (b^{1/2}a^{-4/3})$

$= a^{-\frac{3}{2}+\frac{2}{3}+\frac{4}{3}} b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}$

$= a^{1/2}b^{1/2}$

$= \sqrt{ab}$

3. Nilai $\left(\frac{4^{-2}x^{=4}y^{0}}{x^{-2}y^{-3}}\right)\left(\frac{8x^{2}y^{-4}}{x^{-1}y^{2}}\right)$ adalah :

   a. $2x^{-1}y^{3}$
   b. $2xy^{3}$
   c. $\frac{1}{2}x^{-1}y^{2}$
   d. $\frac{1}{2}xy^{-3}$
   e. $x^{-1}y^{-3}$

   Jawab: d. $\frac{1}{2}xy^{-3}$

   Pembahasan:

   $\left(\frac{4^{-2}x^{=4}y^{0}}{x^{-2}y^{-3}}\right)\left(\frac{8x^{2}y^{-4}}{x^{-1}y^{2}}\right)$

   $= (2^{-4}x^{-2}y^{3})(2^{3}x^{3}y^{-6})$

   $= 2^{-4+3}\, x^{-2+3}y^{3-5}$

   $= 2^{-1}xy^{-3}$

   $= \frac{1}{2}xy^{-3}$

4. Nilai dari $2^{-4} + \frac{1}{2^{-2}}$ adalah :

   a. $4^{1/16}$
   b. 2
   c. 3
   d. $4^{1/8}$
   e. 4

   Jawaban: a. $4^{1/16}$

   Pembahasan:

$2^{-4} + \frac{1}{2^{-2}}$

$= \frac{1}{16} + 2^2 = \frac{1}{16} + 4 = 4^{\frac{1}{16}}$

5. Jika x = 32dan y= 27, maka nilai $5x^{1/5}3y^{1/2}$

   Adalah:

   a. 2/3

   b. 5/2

   c. 3

   d. 4

   e. 5

   Jawab: $b^{5/2}$

   Pembahasan :

   x = 32, y = 27

   $5x^{-1/5}$ x $3y^{-1/3}$

   = $5(32)^{-1/5}$ x $3(3^3)^{-1/3}$

   = $5(2^5)^{-1/5}$ x $3(3^3)^{-1/3}$

   = 5/2 x 1 = 5/2

6. Bentuk $\frac{x^3 - y^{-1}}{2x^{-1} + y^{-2}}$ dapat disederhanakan tanpa eksponen negatif menjadi:

   a. $\frac{y(y - x^3)}{x^2(2y^2 - x)}$

   b. $\frac{y(y + x^3)}{x^2(2y^2 + x)}$

   c. $\frac{y(y + x^3)}{x^2(2y^2 - x)}$

   d. $\frac{y(y - x^3)}{x^2(2y^2 + x)}$

e. $\frac{y(y-x^3)}{y^2(2x^2+x)}$

Jawab: d. $\frac{y(y-x^3)}{x^2(2y^2+x)}$

Pembahasan:

$$\frac{x^3-y^{-1}}{2x^{-1}+y^{-2}} = \frac{\frac{1}{x^3}-\frac{1}{y}}{\frac{2}{x}+\frac{1}{y^2}} = \frac{\frac{y-x^3}{x^3y}}{\frac{2y^2+x}{xy^2}} = \frac{y-x^3}{x^3y} x \frac{xy^2}{2y^2+x} = \frac{y(y-x^3)}{x^2(2y^2+x)}$$

7. Bentuk $\frac{1}{p^{-1}+q^{-1}}$ senilai dengan :

a. $\frac{p+q}{pq}$

b. $\frac{pq}{q+p}$

c. *P+q*

d. $\frac{p-q}{p+q}$

e. $\frac{pq}{q-p}$

Jawab: b. $\frac{pq}{q+p}$

Pembahasan:

$$\frac{1}{p^{-1}+q^{-1}} = \frac{1}{\frac{q+p}{pq}} = \frac{pq}{q+p}$$

8. Jika diketahui a = 3 + $\sqrt{6}$ dan b = 3 - $\sqrt{6}$ maka $a^2 + b^2 - 6ab$ adalah :

a. 3

b. 6

c. 9

d. 12

e. 30

Jawab: d. 12

Pembahasan:

$a^2 + b^2 – 6ab$

$= (3 + \sqrt{6})^2 + (3 - \sqrt{6})^2 – 6(3 + \sqrt{6})(3 - \sqrt{6})$

$= 9 + 6\sqrt{6} + 6 + 9 - 6\sqrt{6} + 6 – 6(9 – 6)$

$=12$

9. Hasil kali dari $(3\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(\sqrt{80} + \sqrt{27})$adalah :

a. $60 - 6\sqrt{15}$

b. $42 + \sqrt{15}$

c. $18 + 9\sqrt{15}$

d. $42 - 8\sqrt{15}$

e. $42 + 9\sqrt{15}$

Jawab: b. $42 + \sqrt{15}$

Pembahasan

$(3\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(\sqrt{80} + \sqrt{27})$

$= (3\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(4\sqrt{5} + 3\sqrt{5})$

$= 60 – 8\sqrt{15} + 9\sqrt{15} - 18$

= 42 + $\sqrt{15}$

10. $\sqrt{243}$ - 3 $\sqrt{3}$ + 2 $\sqrt{48}$ =

a. 15 $\sqrt{3}$

b. 14 $\sqrt{3}$

c. 12 $\sqrt{3}$

d. 8 $\sqrt{3}$

e. 7 $\sqrt{3}$

Jawab: b. 14 $\sqrt{3}$

Pembahasan:

$\sqrt{243}$ - 3 $\sqrt{3}$ + 2 $\sqrt{48}$ = 9 $\sqrt{3}$ - 3 $\sqrt{3}$ + 8 $\sqrt{3}$ = 14 $\sqrt{3}$

11. Bentuk dari $\sqrt{21+8\sqrt{3}}$ dapat disederhanakan menjadi:

a. $\sqrt{14}$ + $\sqrt{7}$

b. $\sqrt{12}$ + $\sqrt{6}$

c. 3 + $\sqrt{6}$

d. 16 + $\sqrt{5}$

e. 4 + $\sqrt{5}$

Jawab: e. 4 + $\sqrt{5}$

Pembahasan:

$\sqrt{21+8\sqrt{3}}$

= $\sqrt{21+2\sqrt{80}}$

= $\sqrt{16+5+2\sqrt{16.5}}$

= $\sqrt{16}$ + $\sqrt{5}$

= 4 + $\sqrt{5}$

12. Nilai dari ($\sqrt{12}$ - $\sqrt{125}$)(3 $\sqrt{3}$ + 6 $\sqrt{5}$) adalah:

a. 3 $\sqrt{5}$ - 132

b. $\sqrt{15}$ - 44

c. -3 ($\sqrt{5}$ + 44)

d. -3 $\sqrt{5}$ + 132

e. 3($\sqrt{5}$ + 44)

Jawab: c. -3($\sqrt{5}$ + 44)

Pembahasan:

($\sqrt{12}$ - $\sqrt{125}$)(3 $\sqrt{3}$ + 6 $\sqrt{5}$)

= (2 $\sqrt{3}$ - 5 $\sqrt{5}$)(3 $\sqrt{3}$ + 6 $\sqrt{5}$)

= 2 $\sqrt{3}$ (3 $\sqrt{3}$ + 6 $\sqrt{5}$)- 5 $\sqrt{5}$ (3 $\sqrt{3}$ + 6 $\sqrt{5}$)

= 6.3 + 12. $\sqrt{15}$ - 15. $\sqrt{15}$ - 30.5

= 18 - 3 $\sqrt{15}$ - 150

= -3 $\sqrt{15}$ - 132

= -3($\sqrt{15}$ + 44)

13. Bentuk $\frac{4}{\sqrt{8-2\sqrt{15}}}$ senilai dengan:

a. 2 $\sqrt{5}$ + 2 $\sqrt{3}$

b. $\sqrt{5}$ + $\sqrt{3}$

c. ½($\sqrt{5}$ + $\sqrt{3}$)

d. 4 $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$

e. $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$

Jawab: a. 2 $\sqrt{5}$ + 2 $\sqrt{3}$

Pembahasan:

$$\frac{4}{\sqrt{8-2\sqrt{15}}} = \frac{4}{\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{4\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{5-3} = 2\sqrt{5}+2\sqrt{3}$$

14. Untuk x = $\sqrt{2}$, nilai dari $(x^2 - 1)^{3/4} \cdot (x^2 - 1)^{1/4}$ adalah:

a. -4

b. -2

c. 1

d. 4

e. 16

Jawab: c. 1

Pembahasan:

x = $\sqrt{2}$ $\rightarrow$ $(x^2 - 1)^{3/4} . (x^2 - 1)^{1/4}$

$$= \left[\left(\sqrt{2}\right)^2 - 1\right]^{\frac{3}{4}} . \left[\left(\sqrt{2}\right)^2 - 1\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= \left[2^{\frac{1}{2}} - 1\right]^{\frac{3}{4}} . \left[2^{\frac{1}{2}} - 1\right]^{\frac{1}{4}}$$

= 1

15. Diketahui $x + x^{-1} = 7$. Nilai dari $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ adalah:

a. $\sqrt{5}$

b. 3

c. $\sqrt{11}$

d. 5

e. 9

Jawab: b. 3

Pembahasan:

Misal $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ = c (kuadratkan kedua ruasnya)

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = c^2$$

$x + 2 + \frac{1}{x} = c^2$

$x + x^{-1} = 7$, maka:

$c^2 - 2 = 7$

$c^2 = 9 \rightarrow c = 3$

16. Nilai dari log $\frac{11}{55}$ + log $\frac{490}{297}$ - 2log $\frac{7}{9}$ - log 2 adalah:

a. Log $\frac{27}{297}$

b. Log $\frac{23}{297}$

c. Log $\frac{11}{297}$

d. Log $\frac{3}{11}$

e. $\frac{11}{27}$

Jawab: d. log $\frac{3}{11}$

Pembahasan

log $\frac{11}{55}$ + log $\frac{490}{297}$ - 2log $\frac{7}{9}$ - log 2

= log $\frac{\frac{11}{55}.\frac{490}{297}}{\left(\frac{7}{9}\right)^2.2} = \log\frac{\frac{98}{297}}{\frac{98}{81}} = \log\frac{3}{11}$

17. ${}^{a}\log\frac{1}{b}.{}^{b}\log\frac{1}{c^2}.{}^{c}\log\frac{1}{a^3}$ =

a. – 6

b. 6

c. – 16

d. 16

e. $-\frac{1}{6}$

Jawab: a. – 6

Pembahasan:

${}^{a}\log\frac{1}{b}.{}^{b}\log\frac{1}{c^2}.{}^{c}\log\frac{1}{a^3}$

= (-1). $^{a}\log b$. (-2). $^{b}\log c$. (-3). $^{c}\log a$

= - 6

18. Nilai x yang memenuhi persamaan $^{2}\log \sqrt{6}$ - ½. $^{2}\log 3 = {}^{4}\log x$ adalah:

a. 5
b. 4
c. 3
d. 2
e. 1

Jawab: d. 2

Pembahasan:

$^{2}\log \sqrt{6}$ - ½. $^{2}\log 3 = {}^{4}\log x$

$^{2}\log 6^{1/2}$ – ½. $^{2}\log 3 = {}^{4}\log x$

$^{2}\log 2^{1/2} = {}^{4}\log x$

½ = $^{4}\log x$

x = 2

19. Jika a = $^{6}\log 5$ dan b = $^{5}\log 4$, maka $^{4}\log 0{,}24$ =

a. $\frac{a-2}{ab}$

b. $\frac{a+2}{ab}$

c. $\frac{2a+1}{ab}$

d. $\frac{1-2a}{ab}$

e. $\frac{2a+1}{2ab}$

Jawab: d. $\frac{1-2a}{ab}$

Pembahasan:

$^{6}\log 5 = a \Rightarrow {}^{5}\log 6 = \frac{1}{a}$

$^{5}\log 4 = b$

$^{4}\log 0{,}24 = \frac{^{5}\log 0{,}24}{^{5}\log 4}$

$= \frac{^{5}\log \frac{6}{25}}{^{5}\log 4}$

$= \frac{^{5}\log 6 - {}^{5}\log 5^{2}}{^{5}\log 4} = \frac{\frac{1}{a} - 2}{b} = \frac{1-2a}{ab}$

20. Diketahui log 2 = p, log 3 = q, dan log 5 = r. Harga log 1.500 dapat dinyatakan dalam bentuk p, q, dan r yaitu:
    a. p + q + r
    b. p + 2q + 3r
    c. 2p + 3q + 3r
    d. 2p + q + 3r
    e. 3p + q + 2r

    Jawab: d. 2p + q + 3r

    Pembahasan:

    Log 2 = p. log 3 = q, log 5 = r

    Log 1.500 = log 4.3.125

    = log 2^2 + log 3 + log 5^3

    = 2p + q + 3r

II. SOAL ESSAY BENTUK PANGKAT, BENTUK AKAR, DAN LOGARITMA

1. Tentukan nilai dari $\dfrac{7x^{-\frac{3}{2}}\sqrt[6]{y^5}}{\left(x^{\frac{5}{4}}-6y^{-\frac{1}{3}}\right)x^{-2}}$

   Untuk x = 4 dan y = 27.

   Pembahasan:

$$\frac{7x^{-\frac{3}{2}}\sqrt[6]{y^5}}{\left(x^{\frac{5}{4}}-6y^{-\frac{1}{3}}\right)x^{-2}} = \frac{7x^{-\frac{3}{2}}.y^{\frac{5}{6}}.x^2}{x^{\frac{5}{4}}-6y^{-\frac{1}{3}}}$$

$$= \frac{7x^{\frac{1}{2}}\left(y^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{5}{2}}}{\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{5}{2}}-\frac{6}{\sqrt[3]{y}}}$$

$$= \frac{7\sqrt{x}.\left(\sqrt[3]{y}\right)^{\frac{5}{2}}}{\left(\sqrt{4}\right)^{\frac{5}{2}}-\frac{6}{\sqrt[3]{27}}}$$

$$= \frac{7.2.\left(\sqrt{3}\right)^5}{\left(\sqrt{2}\right)^5-\frac{6}{3}}$$

$$= \frac{14.9\sqrt{3}}{4\sqrt{2}-2}$$

$$= \frac{126\sqrt{3}}{4\sqrt{2}-2}x\frac{4\sqrt{2}+2}{4\sqrt{2}+2}$$

$$= \frac{504\sqrt{6}+252\sqrt{3}}{32-4}$$

$$= \frac{504\sqrt{6}+252\sqrt{3}}{28}$$

= 18 $\sqrt{6}$ + 9 $\sqrt{3}$ = 9 $\sqrt{3}$ (2 $\sqrt{2}$ + 1)

2. Penyelesaian dari persamaan $\sqrt{8^{x^2-4x+3}} = \frac{1}{32^{x-1}}$ adalah p dan q dengan p ≥ q. Tentukan nilai p + 6q.

   Pembahasan

$$\sqrt{8^{x^2-4x+3}} = \frac{1}{32^{x-1}}$$

$$\sqrt{\left(2^3\right)^{x^2-4x+3}} = \frac{1}{\left(2^5\right)^{x-1}}$$

$$\sqrt{2^{3x^2-12x+9}} = \frac{1}{2^{5x-5}}$$

$$2^{\frac{3x^2-12x+9}{2}} = 2^{-5x+5}$$

$$\frac{3x^2-12x+9}{2} = -5x+5$$

$3x^2 – 12x + 9 = - 10x + 10$

$3x^2 – 2x – 1 = 0$

$(3x + 1)(x – 1) = 0$

X = - $\frac{1}{3}$ atau x = 1, maka p = 1 dan q = - $\frac{1}{3}$

Nilai p + 6q = 1 + 6. $\left(-\frac{1}{3}\right)$ = 1 – 2 = - 1

3. Rasionalkan bentuk penyebut bentuk $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

   Pembahasan:

$$\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}-\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

$$\frac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)^2-3}$$

$$\frac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2}{9+2\sqrt{36}}.\frac{9-2\sqrt{35}}{9-2\sqrt{35}}$$

$$\frac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2.\left(9-2\sqrt{35}\right)}{-59}$$

4. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan ${}^{½}\log 8 + {}^{½}\log 32 - {}^{2}\log \sqrt{8} = {}^{2}\log x$.

   Pembahasan:

   ${}^{½}\log 8 + {}^{½}\log 32 - {}^{2}\log \sqrt{8} = {}^{2}\log x$

   $(-3) + (-5) - \frac{3}{2} = {}^{2}\log x$

   $-\frac{19}{2} = {}^{2}\log x$

   $x = 2^{-\frac{19}{2}}$

   $x = \frac{1}{512\sqrt{2}}$

5. Diketahui ${}^{2}\log (2x + 3).{}^{25}\log 8 = 3$. Tentukan nilai x yang memenuhi.

   Pembahasan:

   ${}^{2}\log (2x + 3).{}^{25}\log 8 = 3$

   $\frac{3}{2} \cdot {}^{5}\log 2.\ {}^{2}\log (2x + 3) = 3$

   ${}^{5}\log (2x + 3) = 2$

   $2x + 3 = 25$

   $2x = 22$

   $x = 11$