

PENILAIAN TENGAH SEMESTER GASAL
TAHUN PELAJARAN 20../20..

Mata Pelajaran	: Matematika	Hari/Tanggal	:
Kelas	: X (Sepuluh)	Waktu	:

I. Berilah tanda silang (x) pada huruf a, b, c, d atau e pada jawaban yang paling tepat !

1. Bentuk sederhana dari $2^3 \times (2^2)^3$ adalah:

- a. 27
- b. 28
- c. 512
- d. 212
- e. 218

Jawab: c. 512

Pembahasan:

$$2^3 \times (2^2)^3 = 2^3 \times 2^6 = 8 \times 64 = 512$$

2. Nilai dari $\left(\frac{a^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}}\right) (a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}}) : a^{\frac{1}{3}}$ adalah :

- a. $\sqrt{ab}$
- b. $b\sqrt{a}$
- c. ab
- d. $a\sqrt{b}$
- e. a^2b^3

Jawab: a. $\sqrt{ab}$

Pembahasan:

$$\left(\frac{a^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}}\right) (a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}}) : a^{\frac{1}{3}}$$

$$= (a^{3/2}b^{-1/2})^{-1}(a^{2/3}b^{1/2}) : (b^{1/2}a^{-4/3})$$

$$= a^{-\frac{3}{2} + \frac{2}{3} + \frac{4}{3}} b^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}}$$

$$= a^{1/2}b^{1/2}$$

$$= \sqrt{ab}$$

3. Nilai $\left(\frac{4^{-2}x^4y^0}{x^{-2}y^{-3}} \right) \left(\frac{8x^2y^{-4}}{x^{-1}y^2} \right)$ adalah :

a. $2x^{-1}y^3$

b. $2xy^3$

c. $\frac{1}{2}x^{-1}y^2$

d. $\frac{1}{2}xy^{-3}$

e. $x^{-1}y^{-3}$

Jawab: d. $\frac{1}{2}xy^{-3}$

Pembahasan:

$$\left(\frac{4^{-2}x^4y^0}{x^{-2}y^{-3}} \right) \left(\frac{8x^2y^{-4}}{x^{-1}y^2} \right)$$

$$= (2^{-4}x^2y^3)(2^3x^3y^{-6})$$

$$= 2^{-4+3}x^{-2+3}y^{3-6}$$

$$= 2^{-1}xy^{-3}$$

$$= \frac{1}{2}xy^{-3}$$

4. Nilai dari $2^{-4} + \frac{1}{2^{-2}}$ adalah :

a. $4^{1/16}$

b. 2

c. 3

d. $4^{1/8}$

e. 4

Jawaban: a. $4^{1/16}$

Pembahasan:

$$2^{-4} + \frac{1}{2^{-2}}$$

$$= \frac{1}{16} + 2^2 = \frac{1}{16} + 4 = 4\frac{1}{16}$$

5. Jika $x = 32$ dan $y = 27$, maka nilai $5x^{1/5}3y^{1/2}$

Adalah:

- a. $2/3$
- b. $5/2$
- c. 3
- d. 4
- e. 5

Jawab: $b^{5/2}$

Pembahasan :

$$x = 32, y = 27$$

$$5x^{1/5} \times 3y^{1/2}$$

$$= 5(32)^{1/5} \times 3(27)^{1/2}$$

$$= 5(2^5)^{1/5} \times 3(3^3)^{1/2}$$

$$= 5/2 \times 3 = 15/2$$

6. Bentuk $\frac{x^3 - y^{-1}}{2x^{-1} + y^{-2}}$ dapat disederhanakan tanpa eksponen negatif menjadi:

a. $\frac{y(y - x^3)}{x^2(2y^2 - x)}$

b. $\frac{y(y + x^3)}{x^2(2y^2 + x)}$

c. $\frac{y(y + x^3)}{x^2(2y^2 - x)}$

d. $\frac{y(y - x^3)}{x^2(2y^2 + x)}$

e. $\frac{y(y-x^3)}{y^2(2x^2+x)}$

Jawab: d. $\frac{y(y-x^3)}{x^2(2y^2+x)}$

Pembahasan:

$$\frac{x^3 - y^{-1}}{2x^{-1} + y^{-2}} = \frac{\frac{1}{x^3} - \frac{1}{y}}{\frac{2}{x} + \frac{1}{y^2}} = \frac{\frac{y-x^3}{x^3y}}{\frac{2y^2+x}{xy^2}} = \frac{y-x^3}{x^3y} \cdot x \frac{xy^2}{2y^2+x} = \frac{y(y-x^3)}{x^2(2y^2+x)}$$

7. Bentuk $\frac{1}{p^{-1} + q^{-1}}$ senilai dengan :

a. $\frac{p+q}{pq}$

b. $\frac{pq}{q+p}$

c. $p+q$

d. $\frac{p-q}{p+q}$

e. $\frac{pq}{q-p}$

Jawab: b. $\frac{pq}{q+p}$

Pembahasan:

$$\frac{1}{p^{-1} + q^{-1}} = \frac{\frac{1}{q+p}}{\frac{pq}{pq}} = \frac{pq}{q+p}$$

8. Jika diketahui $a = 3 + \sqrt{6}$ dan $b = 3 - \sqrt{6}$ maka $a^2 + b^2 - 6ab$ adalah :

- a. 3
- b. 6
- c. 9
- d. 12
- e. 30

Jawab: d. 12

Pembahasan:

$$a^2 + b^2 - 6ab$$

$$= (3 + \sqrt{6})^2 + (3 - \sqrt{6})^2 - 6(3 + \sqrt{6})(3 - \sqrt{6})$$

$$= 9 + 6\sqrt{6} + 6 + 9 - 6\sqrt{6} + 6 - 6(9 - 6)$$

$$= 12$$

9. Hasil kali dari $(3\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(\sqrt{80} + \sqrt{27})$ adalah :

- a. $60 - 6\sqrt{15}$
- b. $42 + \sqrt{15}$
- c. $18 + 9\sqrt{15}$
- d. $42 - 8\sqrt{15}$
- e. $42 + 9\sqrt{15}$

Jawab: b. $42 + \sqrt{15}$

Pembahasan

$$(3\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(\sqrt{80} + \sqrt{27})$$

$$= (3\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(4\sqrt{5} + 3\sqrt{3})$$

$$= 60 - 8\sqrt{15} + 9\sqrt{15} - 18$$

$$= 42 + \sqrt{15}$$

10. $\sqrt{243} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{48} =$

a. $15\sqrt{3}$

b. $14\sqrt{3}$

c. $12\sqrt{3}$

d. $8\sqrt{3}$

e. $7\sqrt{3}$

Jawab: b. $14\sqrt{3}$

Pembahasan:

$$\sqrt{243} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{48} = 9\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 14\sqrt{3}$$

11. Bentuk dari $\sqrt{21+8\sqrt{3}}$ dapat disederhanakan menjadi:

a. $\sqrt{14} + \sqrt{7}$

b. $\sqrt{12} + \sqrt{6}$

c. $3 + \sqrt{6}$

d. $16 + \sqrt{5}$

e. $4 + \sqrt{5}$

Jawab: e. $4 + \sqrt{5}$

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
& \sqrt{21+8\sqrt{3}} \\
&= \sqrt{21+2\sqrt{80}} \\
&= \sqrt{16+5+2\sqrt{16 \cdot 5}} \\
&= \sqrt{16} + \sqrt{5} \\
&= 4 + \sqrt{5}
\end{aligned}$$

12. Nilai dari $(\sqrt{12} - \sqrt{125})(3\sqrt{3} + 6\sqrt{5})$ adalah:

- a. $3\sqrt{5} - 132$
- b. $\sqrt{15} - 44$
- c. $-3(\sqrt{5} + 44)$
- d. $-3\sqrt{5} + 132$
- e. $3(\sqrt{5} + 44)$

Jawab: c. $-3(\sqrt{5} + 44)$

Pembahasan:

$$\begin{aligned}
& (\sqrt{12} - \sqrt{125})(3\sqrt{3} + 6\sqrt{5}) \\
&= (2\sqrt{3} - 5\sqrt{5})(3\sqrt{3} + 6\sqrt{5}) \\
&= 2\sqrt{3}(3\sqrt{3} + 6\sqrt{5}) - 5\sqrt{5}(3\sqrt{3} + 6\sqrt{5}) \\
&= 6 \cdot 3 + 12\sqrt{15} - 15\sqrt{15} - 30 \cdot 5 \\
&= 18 - 3\sqrt{15} - 150
\end{aligned}$$

$$= -3\sqrt{15} - 132$$

$$= -3(\sqrt{15} + 44)$$

13. Bentuk $\frac{4}{\sqrt{8-2\sqrt{15}}}$ senilai dengan:

a. $2\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$

b. $\sqrt{5} + \sqrt{3}$

c. $\frac{1}{2}(\sqrt{5} + \sqrt{3})$

d. $4\sqrt{8+2\sqrt{15}}$

e. $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$

Jawab: a. $2\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$

Pembahasan:

$$\frac{4}{\sqrt{8-2\sqrt{15}}} = \frac{4}{\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{4(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$$

14. Untuk $x = \sqrt{2}$, nilai dari $(x^2 - 1)^{3/4} \cdot (x^2 - 1)^{1/4}$ adalah:

a. -4

b. -2

c. 1

d. 4

e. 16

Jawab: c. 1

Pembahasan:

$$x = \sqrt{2} \rightarrow (x^2 - 1)^{3/4} \cdot (x^2 - 1)^{1/4}$$

$$= \left[(\sqrt{2})^2 - 1 \right]^{3/4} \cdot \left[(\sqrt{2})^2 - 1 \right]^{1/4}$$

$$= \left[2^{1/2} - 1 \right]^{3/4} \cdot \left[2^{1/2} - 1 \right]^{1/4}$$

$$= 1$$

15. Diketahui $x + x^{-1} = 7$. Nilai dari $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ adalah:

a. $\sqrt{5}$

b. 3

c. $\sqrt{11}$

d. 5

e. 9

Jawab: b. 3

Pembahasan:

Misal $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = c$ (kuadratkan kedua ruasnya)

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 = c^2$$

$$x + 2 + \frac{1}{x} = c^2$$

$x + x^{-1} = 7$, maka:

$$c^2 - 2 = 7$$

$$c^2 = 9 \rightarrow c = 3$$

16. Nilai dari $\log \frac{11}{55} + \log \frac{490}{297} - 2 \log \frac{7}{9} - \log 2$ adalah:

a. $\text{Log } \frac{27}{297}$

b. $\text{Log } \frac{23}{297}$

c. $\text{Log } \frac{11}{297}$

d. $\text{Log } \frac{3}{11}$

e. $\frac{11}{27}$

Jawab: d. $\log \frac{3}{11}$

Pembahasan

$$\log \frac{11}{55} + \log \frac{490}{297} - 2\log \frac{7}{9} - \log 2$$

$$\begin{aligned} \frac{11}{55} \cdot \frac{490}{297} &= \log \frac{98}{\frac{98}{81}} = \log \frac{3}{11} \\ &= \log \left(\frac{7}{9} \right)^2 \cdot 2 \end{aligned}$$

17. ${}^a\log \frac{1}{b} \cdot {}^b\log \frac{1}{c^2} \cdot {}^c\log \frac{1}{a^3} =$

a. -6

b. 6

c. -16

d. 16

e. $-\frac{1}{6}$

Jawab: a. -6

Pembahasan:

$${}^a\log \frac{1}{b} \cdot {}^b\log \frac{1}{c^2} \cdot {}^c\log \frac{1}{a^3}$$

$$= (-1) \cdot {}^a\log b \cdot (-2) \cdot {}^b\log c \cdot (-3) \cdot {}^c\log a$$

$$= -6$$

18. Nilai x yang memenuhi persamaan ${}^2\log \sqrt{6} - \frac{1}{2} \cdot {}^2\log 3 = {}^4\log x$ adalah:

- a. 5
- b. 4
- c. 3
- d. 2
- e. 1

Jawab: d. 2

Pembahasan:

$${}^2\log \sqrt{6} - \frac{1}{2} \cdot {}^2\log 3 = {}^4\log x$$

$${}^2\log 6^{1/2} - \frac{1}{2} \cdot {}^2\log 3 = {}^4\log x$$

$${}^2\log 2^{1/2} = {}^4\log x$$

$$\frac{1}{2} = {}^4\log x$$

$$x = 2$$

19. Jika $a = {}^6\log 5$ dan $b = {}^5\log 4$, maka ${}^4\log 0,24 =$

a. $\frac{a-2}{ab}$

b. $\frac{a+2}{ab}$

c. $\frac{2a+1}{ab}$

d. $\frac{1-2a}{ab}$

e. $\frac{2a+1}{2ab}$

Jawab: d. $\frac{1-2a}{ab}$

Pembahasan:

$${}^6\log 5 = a \Rightarrow {}^5\log 6 = \frac{1}{a}$$

$${}^5\log 4 = b$$

$${}^4\log 0,24 = \frac{{}^5\log 0,24}{{}^5\log 4}$$

$$= \frac{{}^5\log \frac{6}{25}}{{}^5\log 4}$$

$$= \frac{{}^5\log 6 - {}^5\log 5^2}{{}^5\log 4} = \frac{\frac{1}{a} - 2}{b} = \frac{1 - 2a}{ab}$$

20. Diketahui $\log 2 = p$, $\log 3 = q$, dan $\log 5 = r$. Harga $\log 1.500$ dapat dinyatakan dalam bentuk p , q , dan r yaitu:

- a. $p + q + r$
- b. $p + 2q + 3r$
- c. $2p + 3q + 3r$
- d. $2p + q + 3r$
- e. $3p + q + 2r$

Jawab: d. $2p + q + 3r$

Pembahasan:

$$\log 2 = p, \log 3 = q, \log 5 = r$$

$$\log 1.500 = \log 4 \cdot 3 \cdot 125$$

$$= \log 2^2 + \log 3 + \log 5^3$$

$$= 2p + q + 3r$$

II. SOAL ESSAY BENTUK PANGKAT, BENTUK AKAR, DAN LOGARITMA

$$1. \text{ Tentukan nilai dari } \frac{7x^{\frac{3}{2}}\sqrt[6]{y^5}}{\left(x^{\frac{5}{4}} - 6y^{\frac{1}{3}}\right)x^{-2}}$$

Untuk $x = 4$ dan $y = 27$.

Pembahasan:

$$\frac{7x^{\frac{3}{2}}\sqrt[6]{y^5}}{\left(x^{\frac{5}{4}} - 6y^{\frac{1}{3}}\right)x^{-2}} = \frac{7x^{\frac{3}{2}} \cdot y^{\frac{5}{6}} \cdot x^2}{x^{\frac{5}{4}} - 6y^{\frac{1}{3}}}$$

$$= \frac{7x^{\frac{1}{2}}\left(y^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{5}{2}}}{\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{5}{2}} - \frac{6}{\sqrt[3]{y}}}$$

$$= \frac{7\sqrt{x} \cdot (\sqrt[3]{y})^{\frac{5}{2}}}{(\sqrt{4})^{\frac{5}{2}} - \frac{6}{\sqrt[3]{27}}}$$

$$= \frac{7 \cdot 2 \cdot (\sqrt{3})^{\frac{5}{2}}}{(\sqrt{2})^{\frac{5}{2}} - \frac{6}{3}}$$

$$= \frac{14 \cdot 9\sqrt{3}}{4\sqrt{2} - 2}$$

$$= \frac{126\sqrt{3}}{4\sqrt{2} - 2} \cdot \frac{4\sqrt{2} + 2}{4\sqrt{2} + 2}$$

$$= \frac{504\sqrt{6} + 252\sqrt{3}}{32 - 4}$$

$$= \frac{504\sqrt{6} + 252\sqrt{3}}{28}$$

$$= 18\sqrt{6} + 9\sqrt{3} = 9\sqrt{3}(2\sqrt{2} + 1)$$

2. Penyelesaian dari persamaan $\sqrt{8^{x^2-4x+3}} = \frac{1}{32^{x-1}}$ adalah p dan q dengan $p \geq q$. Tentukan nilai $p + 6q$.

Pembahasan

$$\sqrt{8^{x^2-4x+3}} = \frac{1}{32^{x-1}}$$

$$\sqrt{(2^3)^{x^2-4x+3}} = \frac{1}{(2^5)^{x-1}}$$

$$\sqrt{2^{3x^2-12x+9}} = \frac{1}{2^{5x-5}}$$

$$2^{\frac{3x^2-12x+9}{2}} = 2^{-5x+5}$$

$$\frac{3x^2-12x+9}{2} = -5x+5$$

$$3x^2 - 12x + 9 = -10x + 10$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$(3x + 1)(x - 1) = 0$$

$$x = -\frac{1}{3} \text{ atau } x = 1, \text{ maka } p = 1 \text{ dan } q = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Nilai } p + 6q = 1 + 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 1 - 2 = -1$$

3. Rasionalkan bentuk penyebut bentuk $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{5} - \sqrt{3}}$

Pembahasan:

$$\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{5} - \sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{5} - \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

$$\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{7} + \sqrt{5})^2 - 3}$$

$$\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{3})^2}{9 + 2\sqrt{36}} \cdot \frac{9 - 2\sqrt{35}}{9 - 2\sqrt{35}}$$

$$\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{3})^2 \cdot (9 - 2\sqrt{35})}{-59}$$

4. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan ${}^{\frac{1}{2}}\log 8 + {}^{\frac{1}{2}}\log 32 - {}^2\log \sqrt{8} = {}^2\log x$.

Pembahasan:

$${}^{\frac{1}{2}}\log 8 + {}^{\frac{1}{2}}\log 32 - {}^2\log \sqrt{8} = {}^2\log x$$

$$(-3) + (-5) - \frac{3}{2} = {}^2\log x$$

$$-\frac{19}{2} = {}^2\log x$$

$$x = 2^{-\frac{19}{2}}$$

$$x = \frac{1}{512\sqrt{2}}$$

5. Diketahui ${}^2\log (2x + 3) \cdot {}^{25}\log 8 = 3$. Tentukan nilai x yang memenuhi.

Pembahasan:

$${}^2\log (2x + 3) \cdot {}^{25}\log 8 = 3$$

$$\frac{3}{2} \cdot {}^5\log 2 \cdot {}^2\log (2x + 3) = 3$$

$${}^5\log (2x + 3) = 2$$

$$2x + 3 = 25$$

$$2x = 22$$

$$x = 11$$

